



Теоретические вопросы информатики, прикладной математики,
компьютерных наук и когнитивно-информационных технологий

<https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202304.814-820>

УДК 681.5

Определение и анализ типов сингулярностей для манипулятора параллельной структуры типа 3-RRR

К. В. Гриценко

Оригинальная статья

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Адрес: 190121, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, д. 3

priem@smtu.ru

Аннотация

В данной работе рассматриваются методы определения сингулярностей по Д. Златанову. Проведен расчет конфигурационного пространства манипулятора в рабочем пространстве. Рассмотрены методы дискретизации рабочего пространства для вычисления локуса сингулярности через глобальный индекс. Также через детерминант возможно определить сингулярности первых трех типов через матрицу прямой и обратной кинематики. Дано описание проблемных вопросов, возникающих при определении сингулярностей первых трех типов. Также определено понятие сингулярности и описан круг вопросов в определении проблематики точного определения областей сингулярности манипуляторов параллельного типа. В данном исследовании рассматривается манипулятор типа 3-RRR. Необходимо решить обратную задачу кинематики. Определить геометрический якобиан и найти его детерминант. Необходимо определить для системы абсолютных координат геометрический якобиан для определения конфигурационного пространства манипулятора. После этого возможно определить возникновение локусов сингулярностей через анализ условного числа и задания границ рабочего пространства (регионов сингулярностей). Возможно использовать метод дискретизации при анализе коэффициента ошибки вектора обобщенных скоростей при изменении мгновенной скорости манипулятора и ошибками в рамках рабочего пространства. Кроме того, приводится анализ классификации типов сингулярностей Зариски, К. Госселина и Ж. Анжеса. с целью выявить различия в подходах при определении типов сингулярностей для рабочего пространства манипуляторов параллельной структуры. Дальнейшей перспективой для исследования методов определения рабочего пространства является определение бесконечномерной группы Ли. И провести дискретизацию в пространстве многообразия. Каким образом предопределяется бесконечномерная группа Ли для манипулятора типа 3RRR.

Ключевые слова: 5G, параллельные манипуляторы типа 3-RRR, топология Д. Златанова

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Гриценко К. В. Определение и анализ типов сингулярностей для манипулятора параллельной структуры типа 3-RRR // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2023. Т. 19, № 4. С. 814-820. <https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202304.814-820>

© Гриценко К. В., 2023



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Theoretical Questions of Computer Science, Computational Mathematics,
Computer Science and Cognitive Information Technologies

Identification and Analysis of Singularity Types for a 3-RRR Parallel Structure Manipulator

K. V. Gritsenko

Original article

Saint-Petersburg State Marine Technical University, Saint-Petersburg, Russian Federation

Address: 3 Lotsmanskaya St., Saint-Petersburg 190121, Russian Federation

priem@smtu.ru

Abstract

This paper considers the problem of definition singularities for planning manipulator's trajectory with complex parallel kinematics, for example 3-RRR manipulator. The main advantage of robots with parallel kinematics is being widely used for precise applications to achieve complex motions and variable poses for the end effector tool. Application of these robots is widespread in areas such as medicine and the electronics industry. Parallel manipulators have better stiffness and dynamic characteristics than manipulators with sequential kinematics. Firstly, the application of manipulators of this type in various fields of science and technology, as well as their advantages and disadvantages, are considered. Secondly, an analysis of the Zlatanov taxonomy is made, and 1,2 and 3 types of singularities are considered. Thirdly, possible ways of solving problems of parallel kinematic manipulator are indicated. Fourthly, the issue of trajectory planning simulation can be solved with method of sampling. A promising direction is to determine the Lie group in the space of a manifold. Also, to determine the first three types of singularities, it is necessary to know the determinants of the matrices of direct and inverse kinematics. Finally, we discuss promising research directions for solving trajectory planning problems for manipulators of complex kinematics, electronic industry and industry 4.0, industry 5.0.

Keywords: parallel manipulator type 3-RRR, Zlatanov taxonomy, types of singularities, the Lie group

Conflict of interests: The author declares no conflict of interests.

For citation: Gritsenko K.V. Identification and Analysis of Singularity Types for a 3-RRR Parallel Structure Manipulator. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2023;19(4):814-820. <https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202304.814-820>



Введение

Необходимо предоставить определение сингулярностей как центральной темы для исследования кинематических структур робототехнических систем. Исследуются такие сингулярные положения механизмов, которые оказываются критическими при анализе динамических характеристик, в особенности при анализе управления движением манипуляторов. Необходимо избегать потери управления при управлении движением манипулятора, в частности при рассмотрении неконтролируемых сил, приложенных к конечному эффектору. Кинематические сингулярности роботов-манипуляторов – это конфигурации, в которых происходит изменение ожидаемого или типичного числа мгновенных степеней свободы. Сингулярности возникают, когда ранг матрицы Якобиана робота меньше максимального ранга, которого может достичь Якобиан в некоторой конфигурации [9]. Сингулярности существуют для конкретной конфигурации робота, если детерминант матрицы Якобиана равен нулю [9], [15]. Рассмотрим для начала классификация типов сингулярностей по Д. Златанову.

Цель исследования

Необходимо определить типы сингулярностей по Д. Златанову на основе анализа трех типов сингулярностей.

Основная часть

Классификация сингулярностей по Д. Златанову. В общем виде существует шесть типов сингулярных конфигураций для описания конфигурационного пространства манипуляторов [13], [21]. Однако, самих комбинаций для общего случая произвольной кинематической структуры может существовать намного больше (например, для первого типа сингулярности с избыточным входом, когда существует ненулевой вход и вектор скоростей пассивных звеньев, который будет удовлетворять уравнению скоростей для нулевого выхода по вектору скорости и может принять 49 возможных конфигураций из шести типов сингулярностей, соответственно хотя бы одного типа соединения первого типа (R/I)). В данном случае существует проблема решения мгновенной обратной задачи кинематики.

Второй тип сингулярности описывает избыточный выход, когда существует ненулевой выход и вектор скоростей пассивных звеньев, который будет удовлетворять уравнению скоростей для нулевого входа по вектору скорости. В данном случае существует проблема решения мгновенной прямой задачи кинематики.

Третий тип сингулярности возникает в том случае, когда проявляется сингулярность невозможного входа второго типа, если существует вектор скорости активных звеньев, для которого уравнение скорости не подходит ни для одной комбинации для векторов скорости пассивных звеньев и векторов скоростей

выхода. Сингулярность 2 типа приводит к неразрешимости обратной задачи кинематики.

Четвертый тип сингулярности описывает сингулярность невозможного выхода в конфигурации, когда вектор скорости выхода, для которого уравнение скорости не подходит ни для одной комбинации для векторов скоростей пассивных звеньев и векторов скоростей выхода. Данный тип влечет за собой неразрешимость мгновенной обратной задачи кинематики.

Если линия, проходящая через два соединительных шарнира, пересекает базовое звено во входном шарнире, то конфигурация является сингулярностью RI- и IO-типа (т.е. избыточного входа или избыточного выхода). Если точкой пересечения является выходной шарнир, то возникает сингулярность типа RO (избыточный выход)- и возникает сингулярность второго типа.

Пятый тип сингулярности описывает повышенную мгновенную подвижность (ПМП), если ранг L (явная функция координат шарнирного винта) $< N$. По выводу ранга матрицы уравнения скорости можно определить, что данный тип сингулярности является неопределенной конфигурацией, для которой мгновенная подвижность больше подвижности полного цикла. Возникает в том случае, когда возникает переходная подвижность в конфигурации механизма. Следовательно, обе задачи мгновенной кинематики будут неразрешимы для данного типа сингулярности.

Шестой тип сингулярности связан с избыточным пассивным движением (ИПД), если существует ненулевой вектор скорости пассивного сочленения, который удовлетворяет уравнению скорости для нулевого входа и нулевого выхода. Обе задачи мгновенной кинематики, получается в данном случае тоже будут неразрешимы. Соответственно движение механизма возможно при нулевых скоростях и на входе, и на выходе [1].

Существует топология Зариски, она слаба и свойство локальности в топологии Зариски неудовлетворительно влияет на классификацию. В общем случае правильным подходом является формализация. Самым основным инвариантом сингулярной точки является размерность касательного пространства Зариски.

Кинематические сингулярности

1. Если попытаться управлять манипулятором в декартовом пространстве, то можно столкнуться с трудностями, т.к. обратное отображение из декартова пространства в пространство сочленений иногда может стать проблемой. Такие проблемные положения робота называются сингулярностями или вырождениями.

2. При наличии сингулярности подвижность манипулятора снижается. Это сопровождается произвольным движением манипулятора в декартовом направлении. Это называется потерей подвижности.

3. Граничные сингулярности (также известные как сингулярности рабочего пространства) являются одним из распространенных типов сингулярностей.

Они обычно возникают при полном выпрямлении в



сочленении и требуют от манипулятора перемещения за пределы, где он может быть расположен. Как правило, это попытка выйти за пределы рабочего пространства в самой дальней его точке.

4. Внутренние сингулярности (также известные как сингулярности суставного пространства). Обычно они возникают в результате выравниванием осей робота в пространстве. Например, если две оси выровнены в пространстве, то вращение одной из них может быть отменено противовращением.

Одной из них может быть другой, в результате чего фактическое положение сустава остается неопределенным. Также причиной могут быть определенные кинематические согласования, характерные для каждого манипулятора.

5. При сингулярности пространства сочленения возможно существование бесконечного числа обратных кинематических решений.

6. При сингулярности суставного пространства малые декартовы движения могут потребовать бесконечных скоростей сочленений.

7. Анализируя матрицу Якобиана манипулятора, можно найти сингулярные положения робота.

Трехзвенный параллельный манипулятор

По классификации К. Госселина и Ж. Анжеса определим локусы сингулярности плоских параллельных манипуляторов с вращательными сочленениями. Могут возникать два различных типа сингулярностей [2, 3]. В типе I, $\det(J\Theta) = 0$, что происходит, когда $\Gamma_i = 0$. В типе II $\det(Jq) = 0$, что происходит, когда три линии, связанные с дистальными звеньями, пересекаются в одной точке или все параллельны. Для полноты картины отметим лишь, что существуют также сингулярности типа III, которые могут возникать, когда появляется сингулярность невозможного входа второго типа.

Необходимо обозначить локусы сингулярностей для постоянной ориентации подвижной платформы. Локусами сингулярностей типа I для постоянной ориентации являются границы трех кольцевых регионов - пространств вершин, каждое из которых определяется неравенством $\Gamma_i \geq 0$. Рабочее пространство постоянной ориентации является пересечением этих вершинных пространств [9], [20]. Локусы сингулярностей типа III являются центрами вершинных пространств с координатами $(-a_i, -b_i)$ [3].

Определение локуса сингулярности II типа, однако, является сложной задачей из-за существования радикалов $\sqrt{\Gamma_i}$. Устранение радикалов приводит к получению полинома высокой степени, соответствующего всем восьми наборам режимов работы манипулятора.

Существуют локусы сингулярности для всех наборов ветвей, показанных вместе и по отдельности, для различных общих конструкций манипулятора типа 3-RRR. Далее приведем параметры отображающие локусы сингулярности [4, 5].

Рассмотрим сингулярность III типа. В этом случае мы можем получить многочлен в символьном виде.

Сделаем нашу задачу безразмерной. После того как якобиан Jq выражен через x , y и параметры манипулятора [15]. Получаем $\det(Jq)$. Числитель является функцией от x и y , которая не может быть разложена в общем виде и содержит три радикала $\delta_i = 0$.

Для схемы управления 1, когда RRR1-RRR2-RRR3 $\theta_{1,2,3}$ (активные для заданного конфигурационного пространства) [6-8].

Если продифференцируем следующие выражения, перед этим сложив их и возведя в квадрат:

$$c \cos \Psi = x_p - b \cos \theta_i - a \cos(\phi + y_i) - x_{oi} \quad (1)$$

$$c \sin \Psi = y_p - b \sin \theta_i - a \sin(\phi + y_i) - y_{oi} \quad (2)$$

Тогда матрица Якобиана

$$J_{x1} \dot{x} = J_{q1} \dot{q}_1, \text{ где} \quad (3)$$

$$J_{x1} = \begin{bmatrix} c_{1x} & c_{1y} & a_{1y}c_{1x} - a_{1y}c_{1y} \\ c_{2x} & c_{2y} & a_{2y}c_{2x} - a_{2y}c_{2y} \\ c_{3x} & c_{3y} & a_{3y}c_{3x} - a_{3y}c_{3y} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$J_{q1} = \begin{bmatrix} b_{1x}c_{1y} - b_{1y}c_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{2x}c_{2y} - b_{2y}c_{2x} & 0 \\ 0 & 0 & b_{3x}c_{3y} - b_{3y}c_{3x} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\dot{x} = [x_p \ y_p \ \phi]^T, \dot{q}_1 = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T \quad (6)$$

Для других схем кроме RRR1-RRR2-RRR3 $\Psi_{1,2,3}$

$$J_{xi} \dot{x} = J_{qi} \dot{q}_i \text{ for } i = 3, \dots, 8 \quad (10)$$

Для заданного типа манипулятора определим первые три типа сингулярностей по классификации Госселину и Анжелесу, Д. Златанову¹ [10, 11].

Специальные конструкции, например, основание и платформа являются равносторонними треугольниками или коллинеарными платформами, не приводят к упрощению, но позволяют геометрически описать локусы сингулярностей. Соответственно возможно понять сложную взаимосвязь между ветвями и локусами сингулярности.

Интересующий нас частный случай возникает при совпадении двух шарниров платформы, например, когда $B1 \equiv B2$. Для этого случая необходимо (при параметризации), чтобы $a1 = b1 = c1 = d1 = b2 = c2 = d2 = 0$.

Сингулярности типа II возникают, когда линии, связанные с дистальными звеньями, пересекаются в одной точке или все они параллельны между собой.

Детерминант якобиана произвольной геометрии определяется подобным образом и должен быть равен нулю в случае возникновения сингулярности данного типа^{2,3} [12], [14], [16]:

$$\det(J(\theta)) = g(\theta) \quad (11)$$

¹ Kazemi M., Gupta K., Mehrandezh M. Path-Planning for Visual Servoing: A Review and Issues // Visual Servoing via Advanced Numerical Methods. Lecture Notes in Control and Information Sciences ; ed. by G. Chesi, K. Hashimoto. Vol. 401. London: Springer, 2010. P. 189-207. https://doi.org/10.1007/978-1-84996-089-2_11

² Gritsenko K. Problems of Trajectory Planning in Manipulators with Parallel Kinematics. In: 2023 Seminar on Information Computing and Processing (ICP). Saint Petersburg, Russian Federation: IEEE Press, 2023. P. 76-79. <https://doi.org/10.1109/ICP60417.2023.10397330>

³ Ivanov A. I., Gritsenko K. V. Kinematic Analysis of a Five-link Parallel Manipulator // 2022 Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). Saint Petersburg, Russian Federation: IEEE Press, 2022. P. 666-669. <https://doi.org/10.1109/ElConRus54750.2022.9755762>



$$a_3 \left[\frac{x_2^2 + (p_3 - p_1) + 2p_2(x_3)x_2 + p_3 + p_1}{(1+x_2^2)(1+x_3^2)^2} \right] \quad (12)$$

$$a_3 [V_1(\theta_3)\cos\theta_2 + V_2(\theta_3)\sin\theta_2 + V_3(\theta_3)] \quad (13)$$

$$V_1(\theta_3) = m_1c^2\theta_3 + m_4s\theta_3c\theta_3 + m_6c\theta_3 + m_7s\theta_3 \quad (14)$$

$$V_2(\theta_3) = m_2c^2\theta_3 + m_3s^2\theta_3 + m_5s\theta_3c\theta_3 + m_8c\theta_3 + m_9s\theta_3 \quad (15)$$

$$p_1(x_3) = (m_1 - m_6)x_3^4 + 2(m_7 - m_4)x_3^3 - 2m_1x_3^2 + 2(m_7 + m_4)x_3 + m_1 + m_6 \quad (16)$$

$$m_1 = a_3d_2s\alpha_1s\alpha_2 \quad (17)$$

$$sB2 = \sin B2, cB2 = \cos B2, sa1 =$$

$$\sin a1, \quad (18)$$

$$x2 = \tan(B2/2); xa = \tan(Ba/2). \quad (19)$$

Соответственно, в случае возникновения сингулярности данного типа мы не рассматривали случай, когда сингулярность будет однозначно определена в каждом случае (когда $a_3=0$).

Сингулярная конфигурация манипулятора возникает в том случае [17,18,19]:

$$x_2^2 + (p_3 - p_2)2p_2(x_3)x_2 + p_1 + p_3 = 0 \quad (20)$$

Глобальный индекс состояния манипулятора (условие)

Условное число матрицы якобиана выражается подобным образом:

$$k = \|J\| \|J^{-1}\| \quad (21)$$

Число условий указывает на коэффициент усиления ошибки мгновенной скорости (вектор скоростей) и ошибками в рамках рабочего пространства. Данное число зависит от конфигурации манипулятора. Оно изменяется от 1 при изотропных конфигурациях до бесконечности при сингулярных конфигурациях. И измеряет изменение для сингулярных конфигураций значения матрицы якобиана. $1/k$ описывает условный индекс, который описывает поведение манипулятора в конкретной позиции схвата в рабочем пространстве^{4,5} [19].

Для описания глобального индекса (для описания поведения манипулятора в глобальном пространстве) используется следующее выражение:

$$GCI = \frac{\int_w \left(\frac{1}{k}\right) dw}{\int_w dw}, \quad (22)$$

где w - рабочее пространство, k - условное число.

Полученные результаты

Исследованы методы определения для типов сингулярности первых трех типов. Определены итоговые матрицы Якоби манипулятора. Определен глобальный коэффициент для манипулятора типа 3-RRR.

Заключение и обсуждение

В заключении необходимо отметить, что цель исследования достигнута. Определены первые три типа сингулярностей манипулятора и методы их определения для рабочей поверхности манипулятора. Также для определения локусов сингулярности возможно применить метод дискретизации для ограничения регионов сингулярных областей. Более того, определены причины, по которым могут возникать сингулярные конфигурации. Также через условное число, возможно определить глобальный индекс для анализа коэффициента ошибки для определения зависимости между вектором мгновенных скоростей и ограничениями, накладываемыми рабочей поверхностью манипулятора. При определении бесконечномерной группы Ли для дальнейшей темы исследования рабочей поверхности манипулятора типа 3-RRR эта группа является и одновременно гладким многообразием и такая, что для нее закон умножения и взятие обратного элемента задаются гладкими отображениями. Возникает понятие диффеоморфизмов окружности. Соответственно можно предсказать появление для каждого конечномерного гладкого многообразия группа всех гладких диффеоморфизмов есть группа Ли. Следовательно, с помощью бесконечномерной группы Ли возможно определить область C -пространства манипулятора типа 3-RRR. И в дальнейшем провести траекторное планирование движения манипуляторов замкнутой параллельной кинематики. [13], [22-25].

Благодарность

Автор выражает особую благодарность своему научному руководителю, кандидату технических наук, доценту, декану факультета цифровых промышленных технологий Санкт-Петербургского государственного морского технического университета Жиленкову Антону Александровичу, за поддержку и всестороннюю помощь в подготовке материалов статьи.

Acknowledgement

The author would like to express sincere gratitude to his academic supervisor, Anton A. Zhilenkov, Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Dean of the Faculty of Digital Industrial Technologies at Saint Petersburg State Marine Technical University, for his invaluable support and comprehensive assistance in the preparation of this manuscript.

⁴ Жиленков А. А., Абрамкина К. В., Епифанцев И. Р., Черный С. Г. Интеллектуальное управление качеством энергии в автономных электроэнергетических системах транспортных объектов // Электротехника. 2021. № 5. С. 57-63. EDN: GQNOTT

⁵ Zhilenkov A. A., Abramkina K. V., Epifantsev I. R., Chernyi S. G. Intelligent Energy-Quality Management in Autonomous Electric-Power Systems of Transport Facilities // Russian Electrical Engineering. 2021. Vol. 92. P. 284-290. <https://doi.org/10.3103/S1068371221050126>



References

1. Zlatanov D., Fenton R.G., Benhabib B. Singularity analysis of mechanisms and robots via a velocity-equation model of the instantaneous kinematics. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 2. San Diego, CA, USA: IEEE Press; 1994. p. 986-991. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.1994.351325>
2. Angeles J. Rational Kinematics. *Springer Tracts in Natural Philosophy*. Vol. 34. New York: Springer; 1988. 121 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3916-1>
3. Gosselin C., Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 1990;6(3):281-290. <https://doi.org/10.1109/70.56660>
4. Gosselin C., Angeles J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *Journal of Mechanical Design*. 1991;113(3):220-226. <https://doi.org/10.1115/1.2912772>
5. Bohigas O., Zlatanov D., Ros L., Manubens M., Porta J.M. Numerical computation of manipulator singularities. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Saint Paul, MN, USA: IEEE Press; 2012. p. 1351-1358. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2012.6225083>
6. Guckenheimer J. Continuation methods for principal foliations of embedded surfaces. *Journal of Computational Dynamics*. 2022;9(3):371-392. <https://doi.org/10.3934/jcd.2022007>
7. Henderson M.E. Multiple parameter continuation: computing implicitly defined K-manifolds. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2002;12(3):451-476. <https://doi.org/10.1142/S0218127402004498>
8. Gasparetto A., Boscaroli P., Lanzutti A., Vidoni R. Path planning and trajectory planning algorithms: a general overview. In: Carbone G., Gomez-Bravo F. (eds.) Motion and Operation Planning of Robotic Systems. *Mechanisms and Machine Science*. Vol. 29. Cham: Springer; 2015. p. 3-27. https://doi.org/10.1007/978-3-319-14705-5_1
9. Zarkandi S. Kinematics and Singularity Analysis of a Parallel Manipulator with Three Rotational and One Translational DOFs. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2011;39(3):392-407. <https://doi.org/10.1080/15397734.2011.559149>
10. Chablat D., Wenger P., Bonev I. Self motions of special 3-RPR planar parallel robot. In: Lennarčič J., Roth B. (eds.) *Advances in Robot Kinematics*. Dordrecht: Springer; 2006. p. 221-228. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4941-5_24
11. Liu X.J., Wang J., Pritschow G. Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*. 2006;41(2):145-169. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.004>
12. Cha S.H., Lasky T.A., Velinsky S.A. Singularity avoidance for the 3-RRR mechanism using kinematic redundancy. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. Rome, Italy: IEEE Press; 2007. p. 1195-1200. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2007.363147>
13. Bonev I.A. Geometric analysis of parallel mechanisms. Springer, 2003. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05047-7>
14. Liu S., Qiu Z., Zhang X. Singularity and path-planning with the working mode conversion of a 3-DOF 3-RRR planar parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*. 2017;107:166-182. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.09.004>
15. Husty M.L. An algorithm for solving the direct kinematics of general Stewart-Gough platforms. *Mechanism and Machine Theory*. 1996;31(4):365-379. [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(95\)00091-C](https://doi.org/10.1016/0094-114X(95)00091-C)
16. Hermann K., Hostettler R., Zimmermann M., Sureshbabu A.V. A joint-selective robotic gripper with actuation mode switching. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Automation Science and Engineering. Vancouver, Canada; IEEE Press; 2019. p. 1532-1539. <https://doi.org/10.1109/COASE.2019.8842987>
17. Bohigas O., Manubens M., Ros L. Singularities of non-redundant manipulators: a short account and a method for their computation in the planar case. *Mechanism and Machine Theory*. 2013;68:1-17. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2013.03.001>
18. Pulloquinga J.L., Escarabajal R.J., Valera Á., Vallés M., Mata V. A type II singularity avoidance algorithm for parallel manipulators using output twist screws. *Mechanism and Machine Theory*. 2023;183:105282. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105282>
19. Abramkina K.V., Zhilenkova E., Borisenko V. Comparative analysis of simulation environments for a virtual testing ground to measure vibration and acoustic emissions of designed flying objects. *E3S Web of Conferences*. 2021;258. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125809074>
20. Merlet J.-P. Determination of the workspace of parallel manipulators. *Journal of Mechanical Design*. 1995;117(2):315-320. <https://doi.org/10.1115/1.2826129>
21. Zlatanov D. Generalized singularity analysis of mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*. 1998;33(8):1157-1173. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(97\)00071-0](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(97)00071-0)
22. Antonov A.V., Chernetsov R.A., Ulyanov E.E., Ivanov K.A. Use of the chord method for analyzing workspaces of a parallel structure mechanism. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;747(1):012079. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/747/1/012079>
23. Barnfather J.D., Goodfellow M.J., Abram T. Positional capability of a hexapod robot for machining applications. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2017;89(1-4):1103-1111. <https://doi.org/10.1007/s00170-016-9178-3>



24. Bai S., Teo M.Y., Ng W.S., Sim C. Workspace analysis of a parallel manipulator with one redundant DOF for skull-base surgery. In: Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (Cat. No.01CH37180). Vol. 2. Maui, HI, USA: IEEE Press; 2001. p. 1067-1072. <https://doi.org/10.1109/IROS.2001.976310>
25. Qin J., Yu C., Sun Z., Cao L. A novel method for type synthesis of parallel mechanism without parasitic motion based on 2R1T parallel mechanism with rotational bifurcation. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2022;35(1):78. <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00703-2>

Поступила 01.10.2023; одобрена после
рецензирования 12.11.2023; принята к публикации
08.12.2023.

Submitted 01.10.2023; approved after reviewing
12.11.2023; accepted for publication 08.12.2023.

Об авторе:

Гриценко Кристина Вадимовна, аспирант, ассистент кафедры киберфизических систем факультета цифровых промышленных технологий, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный морской технический университет» (190121, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, д. 3), **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-6244-7145>, priem@smtu.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the author:

Kristina V. Gritsenko, Postgraduate student, Assistant of the Chair of Cyberphysical systems, Faculty of Digital Industrial Technologies, Saint-Petersburg State Marine Technical University (3 Lotsmanskaya St., Saint-Petersburg 190121, Russian Federation), **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-6244-7145>, priem@smtu.ru

The author has read and approved the final manuscript.