



Цифровая трансформация транспорта

<https://doi.org/10.25559/SITITO.021.202503.437-444>

УДК 519.854.2

Об одной задаче маршрутизации транспорта с нечеткими ограничениями на общее время маршрута

О. В. Авсеева*, Д. А. Крамаренко

Оригинальная статья

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», г. Воронеж, Российская Федерация

Адрес: 394018, Российская Федерация, г. Воронеж, Университетская пл., д. 1

* olga-avseeva@mail.ru

Аннотация

В работе рассматривается ставшая уже классической задача маршрутизации транспортных средств и ее модификация – задача маршрутизации транспорта с нечетким временем обслуживания. Проведен анализ литературы, который показал, что задачи с нечеткими коэффициентами изучены недостаточно. Нечеткие параметры учитывают неопределенность, возникающую из-за различных факторов, таких как условия дорожного трафика, погодные условия, задержки при разгрузке, обусловленные объективными и субъективными причинами, но не требуют знания законов распределения случайных величин. Поэтому они позволяют наиболее близко описать реальную ситуацию. Рассматривается задача с условно бесконечным парком транспортных средств одинаковой грузоподъемности. Целевая функция представляет собой общую стоимость переезда всех транспортных средств по маршрутам. В качестве нечетких параметров предложено рассматривать время переезда от одного пункта доставки к другому и время разгрузки у клиента. Введено ограничение на общее время рейса, которое складывается из общего времени в пути и суммарного времени разгрузки у каждого клиента. В качестве ограничивающего значения рассматривается время рабочей смены. Предложен алгоритм решения на основе метода Кларка-Райта и процедуры нечеткого вывода Мамдани.

Ключевые слова: задача маршрутизации транспорта, нечеткое ограничение, одинаковая грузоподъемность, маршрут

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Авсеева О. В., Крамаренко Д. А. Об одной задаче маршрутизации транспорта с нечеткими ограничениями на общее время маршрута // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2025. Т. 21, № 3. С. 437-444. <https://doi.org/10.25559/SITITO.021.202503.437-444>

© Авсеева О. В., Крамаренко Д. А., 2025



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



On a Vehicle Routing Problem with Fuzzy Constraints on the Total Route Time

O. V. Avseeva*, D. A. Kramarenko

Original article

Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation

Address: 1 Universitetskaya Sq., Voronezh 394018, Russian Federation

* olga-avseeva@mail.ru

Abstract

This paper examines the now-classic vehicle routing problem and its modification – the vehicle routing problem with fuzzy service time. A literature review revealed that problems with fuzzy coefficients have been understudied. Fuzzy parameters account for uncertainty arising from various factors, such as traffic conditions, weather conditions, and unloading delays due to objective and subjective factors, but do not require knowledge of the random variables distribution. Therefore, they provide a more accurate description of the real-world situation. The problem is considered with a conditionally infinite fleet of vehicles of equal capacity. The objective function represents the total cost of transporting all vehicles along the routes. The fuzzy parameters proposed include the travel time from one delivery point to another and the unloading time at the customer. A constraint on the total trip time is introduced. It consists of the sum of the total travel time and the total unloading time at each customer. The work shift time is considered as the constraint. A solution algorithm based on the Clark-Wright method and the Mamdani fuzzy inference procedure is proposed.

Keywords: vehicle routing problem, fuzzy constraint, equal carrying capacity, route

Conflict of interests: The authors declares no conflict of interest.

For citation: Avseeva O.V., Kramarenko D.A. On a Vehicle Routing Problem with Fuzzy Constraints on the Total Route Time. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2025;21(3):437-444. <https://doi.org/10.25559/SITITO.021.202503.437-444>



Введение

Задача маршрутизации транспортных средств (*vehicle routing problem, VRP*) – это хорошо известная задача, изучаемая исследователями в области исследования операций, и она связана с распределением товаров со склада группе клиентов за определенный период времени с помощью парка транспортных средств.

Задача впервые была описана в 1959 году Данцигом и Рамсером [1]. На настоящий момент предложено огромное количество ее постановок, учитывающих ограничения на вместимость транспортных средств, состав парка транспортных средств, стоимость перевозки и разгрузки, временные окна для доставки и возврата и многие другие. В соответствии с этим были выделены соответствующие типы задач маршрутизации транспорта.

В связи с необходимостью приблизить постановки задач к реальным условиям, учитывающим неравномерность дорожного трафика, погодные условия, человеческий и прочие факторы, в условия задачи стали вводить элементы неопределенности, такие как случайность и нечеткость. В [2] предпринята попытка классификации недетерминированных VRP. В этой классификации выделяются Fuzzy VRP – нечеткие задачи маршрутизации.

Введение нечетких параметров является альтернативой случайным (стохастическим). Нечеткие параметры также учитывают неопределенность, но не требуют знания законов распределения случайных величин. Описание параметров задачи в виде нечетких величин ближе к человеческому представлению, использующему такие определения, как «примерно», «около» и т.п.

В настоящее время нечеткие числа используются для представления спроса, временных окон, времени в пути и времени обслуживания [2].

Одним из вариантов задачи VRP является задача с нечетким временем в пути (*VRP with fuzzy travel time, VRPFT*). В задачах [3-6] нечетким является время в пути. Для решения используется алгоритм Кларка-Райта. В [11], [13], [17] исследуются задачи с нечетким временем обслуживания. Большое число работ посвящено решению задачи с нечеткими временными окнами [4, 5], [12], [18], [21]. Задачи маршрутизации с нечетким спросом рассматриваются в работах [10], [19, 20]. В [16] авторы рассматривают нечеткое поведение клиентов, которые могут подавать жалобы или отменять заказы. В работах [15], [22-25] учитываются комплексные нечеткие условия. Большинство исследователей используют для решения задач метаэвристические или интеллектуальные алгоритмы – генетические, муравьиные, метод отжига, метод роя – что связано со сложностью задач и большим числом ограничений.

Постановка задачи

Пусть $G = (N_0, E)$ – полный граф, где $N_0 = \{0\} \cup N$ – множество вершин. Вершина 0 ассоциирована с депо, а

вершины $N = \{1, \dots, n\}$ – с множеством пунктов доставки.

Каждому ребру $(i, j) \in E$ ставится в соответствие его вес, представляющий собой пару (c_{ij}, t_{ij}) , где c_{ij} – стоимость переезда из пункта i в пункт j , t_{ij} – время переезда из пункта i в пункт j .

Положим $c_{ii} = \infty$, $t_{ii} = \infty \quad \forall i \in N$.

Обозначим спрос потребителей (клиентов) $i \in N$ через $q_i \geq 0$. Под спросом будем понимать общий вес товаров, которые нужно доставить потребителю.

Пусть есть неограниченное множество транспортных средств (ТС) одинаковой грузоподъемности $Q > 0$.

Транспортное средство, обслуживающее подмножество клиентов $S \subseteq N$, отправляется из депо, посещает всех клиентов из S по одному разу и возвращается в депо.

Обозначим через τ_i время обслуживания i -го клиента.

Маршрут ТС представляет собой последовательность

$$r = \{i_0, i_1, \dots, i_{s+1}\}, \quad (1)$$

где $S = \{i_1, \dots, i_s\} \subseteq N$ – множество клиентов, посещенных данным ТС, $i_0 = i_{s+1} = 0$ – депо.

Стоимость маршрута r определяется как

$$C(r) = \sum_{p=0}^{s+1} c_{i_p, i_{p+1}} \quad (2)$$

Время обслуживания клиентов (разгрузки груза) маршрута r определяется как

$$\tau(r) = \sum_{p=1}^s \tau_{i_p} \quad (3)$$

Время переезда по маршруту r определяется по формуле

$$t(r) = \sum_{p=0}^s t_{i_p, i_{p+1}} \quad (4)$$

В различных постановках задач маршрутизации обычно минимизируется общая стоимость перевозок, но не уделяется внимание общему времени рейса. Косвенно этот показатель учитывается в задачах с временными окнами, но их постановка накладывает более строгие ограничения на формирование маршрута и не всегда соответствует реальным условиям. Мы же будем считать, что клиент может принять груз в любое время в течение рабочего дня. Поскольку маршрут r выполняется одним ТС непрерывно, общее время рейса $T(r)$ равно сумме общего времени на обслуживание и переезд и не должно превышать время рабочей смены T_0

$$T(r) = \tau(r) + t(r) \leq T_0 \quad (5)$$

Общий вес перевозимых по маршруту r товаров не должен превышать грузоподъемность ТС

$$q(S) = \sum_{i \in S} q_i \leq Q \quad (6)$$

Будем считать маршрут допустимым, если выполнены условия (5) и (6) и каждый клиент обслуживается один раз



$$i_j \neq i_k \quad \forall 1 \leq j < k \leq s \quad (7)$$

Решение задачи представляет собой множество M допустимых маршрутов для каждого ТС, минимизирующих общую стоимость перевозок. Каждому маршруту g ставится в соответствие одно из M непересекающихся подмножеств посещенных вершин графа

$$\bigcup_{i=1}^M S_i = N, \quad (8)$$

$$\bigcap_{i=1}^M S_i = \emptyset \quad (9)$$

Условие (7) гарантирует, что все клиенты будут обслужены. А условие (8) означает, что каждый клиент обслуживается ровно одним ТС.

Поскольку время обслуживания и время переезда в большой степени зависят от случайных факторов будем полагать, что $\tilde{t}_{ij}$ и $\tilde{\tau}_i$ являются нечеткими числами. Таким образом, мы получаем одно нечеткое ограничение

$$\tilde{T}(r) = \tilde{t}_{ij} + \tilde{\tau}_i \leq T_0 \quad (5')$$

Введем переменные

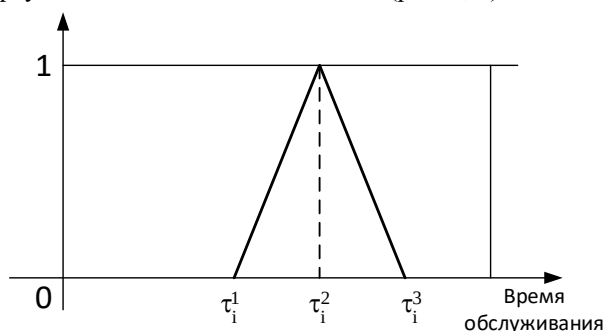
$$x_{ij}^m = \begin{cases} 1, & \text{если ТС } m \text{ осуществляет переезд от клиента } i \text{ к клиенту } j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (10)$$

Тогда общая стоимость переезда будет равна

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^M c_{ij} x_{ij}^m \quad (11)$$

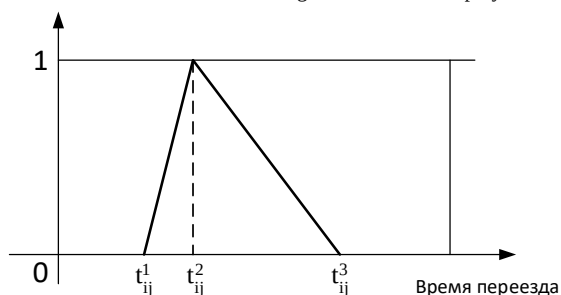
Таким образом, получаем задачу минимизации функции (11) при ограничениях (5'), (6) – (9).

Время обслуживания $\tilde{t}_i$ и переезда $\tilde{\tau}_{ij}$ представим треугольными нечеткими числами (рис. 1, 2).



Р и с. 1. Нечеткое число, представляющее время обслуживания
F i g. 1. Fuzzy number representing service time

Источник: здесь и далее в статье все рисунки составлены авторами.
Source: Hereinafter in this article all figures were drawn up by the authors.



Р и с. 2. Нечеткое число, представляющее время переезда
F i g. 2. Fuzzy number representing travel time

Треугольные нечеткие числа описываются своими левой и правой границами, а также средним значением. Все значения определяются экспертным путем. Среднее значение характеризует наиболее вероятное время переезда и время обслуживания.

Предлагаемый алгоритм

В качестве основного алгоритма будем использовать метод сбережений Кларка-Райта [24]. Согласно этому методу для всех пар вершин вычисляются сбережения

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{oj} - C_{ij}$$

Сбережения представляют собой величину снижения общей стоимости решения, получаемую при объединении двух маршрутов. Алгоритм разработан для задачи с неограниченным числом транспортных средств одинаковой грузоподъемности.

Алгоритм начинается с предварительного этапа, который состоит из следующих шагов:

1. Для всех $i, j=1, \dots, n$ и $i \neq j$ вычисляются сбережения

$$S_{ij} = C_{i0} + C_{oj} - C_{ij}.$$

2. Создаются n элементарных маршрутов $(0, i, 0)$, обслуживающих одного клиента.

3. Сбережения S_{ij} сортируются в порядке убывания.

Затем выполняются шаги основного алгоритма:

Последовательно просматривается список сбережений. Для текущего элемента списка S_{ij} определяется,

существуют ли два маршрута, один из которых содержит дугу $(0, j)$, а второй – дугу $(i, 0)$, которые могут быть объединены в новый маршрут.

Если такие маршруты найдены, то выполняется их объединение удалением $(0, j)$, $(i, 0)$ и добавлением (i, j) . Описанный алгоритм Кларка-Райта не учитывает ограничение на общее время рейса, введенное нами. Поэтому предлагается его модификация с учетом нового нечеткого ограничения [25].

Предположим, что транспортное средство уже обслужило k клиентов. При этом общее время в пути с учетом введенных обозначений будет равно

$$\tilde{T}_k(r) = \sum_{\substack{i,j \in r \\ \exists p: i=1, i_{p+1}=j}} \tilde{t}_{ij} + \sum_{i \in r} \tilde{\tau}_i$$

$\tilde{T}_k(r)$ также является нечетким числом, определяющимся следующим образом

$$\tilde{T}_k(r) = (\sum t_{ij}^1 + \sum \tau_i^1, \sum t_{ij}^2 + \sum \tau_i^2, \sum t_{ij}^3 + \sum \tau_i^3),$$

где t_{ij}^1 – левая граница нечеткого числа $\tilde{t}_{ij}$,

t_{ij}^2 – значение нечеткого числа $\tilde{t}_{ij}$, соответствующее степени принадлежности 1,

t_{ij}^3 – правая граница нечеткого числа $\tilde{t}_{ij}$,

$\tau_i^1, \tau_i^2, \tau_i^3$ – аналогично.

Введем обозначение. Пусть Δ_k – оставшееся время рейса после обслуживания k клиентов. Тогда Δ_k будет равно:



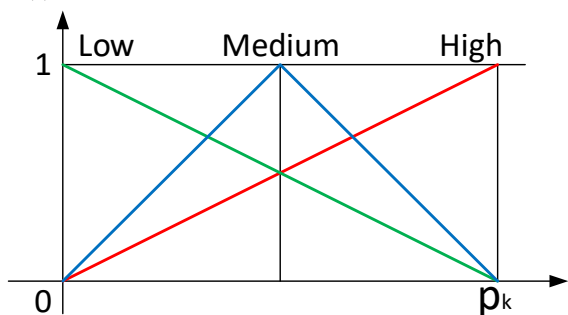
$$\Delta_k = (T_0 - \sum t_{ij}^3 - \sum \tau_i^3, T_0 - \sum t_{ij}^2 - \sum \tau_i^2, T_0 - \sum t_{ij}^1 - \sum \tau_i^1)$$

Очевидно, что значение Δ_k определяет, можно ли включать в маршрут следующий узел или необходимо возвращаться в депо. Наша уверенность в том, что нужно обслужить еще $k+1$ – го клиента может быть описана как «низкая», «средняя» и «высокая». Обозначим эту уверенность через P_k .

$$0 \leq P_k \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Если $P_k = 1$, то мы абсолютно точно продолжаем формирование маршрута. Если $P_k = 0$, то мы абсолютно точно завершаем маршрут и возвращаемся в депо.

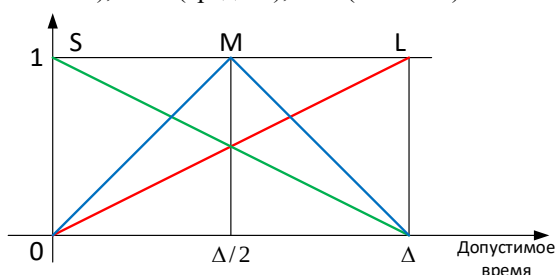
Введем лингвистическую переменную со значениями «Low» (низкая уверенность), «Medium» (средняя уверенность) и «High» (высокая уверенность). На рис. 3 представлена соответствующая функция принадлежности.



Р и с. 3. Нечеткое множество, описывающее степень уверенности в добавлении нового клиента

F i g. 3. Fuzzy set describing the degree of confidence in adding a new customer

Допустимое время маршрута также можно представить в виде лингвистической переменной со значениями «S» (небольшое), «M» (среднее), «L» (большое).



Р и с. 4. Нечеткое множество, описывающее допустимое время маршрута

F i g. 4. Fuzzy set describing the admissible route time

Воспользуемся процедурой нечеткого вывода Мамдани. Для оценки будем использовать следующие правила нечеткого вывода:

- if $\Delta_k = S$, then $P_k = Low$
- if $\Delta_k = M$, then $P_k = Medium$
- if $\Delta_k = L$, then $P_k = High$

Для известного значения Δ_k , которое получается после обслуживания k клиентов, используем предложенные правила для определения степени возможности включения в маршрут еще одного пункта.

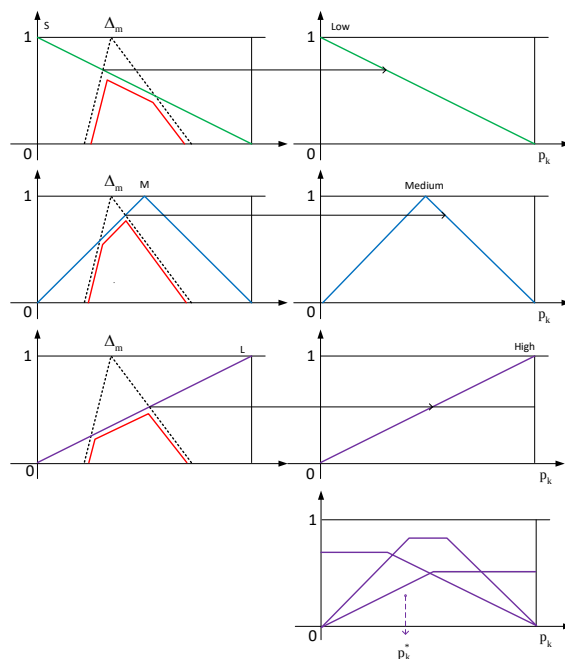
Каждое из сформированных трех правил представляет собой нечеткое отношение R между оставшимся временем рейса и степенью возможности включения в маршрут еще одного пункта. Например, рассмотрим правило 2 if $\Delta_k = M$, then $P_k = Medium$. Функция принадлежности соответствующего нечеткого отношения будет равна

$$\mu_R(x, y) = \min\{\mu_M(x), \mu_{Medium}(y)\}, \quad \forall x, y$$

Тогда для известного нечеткого значения Δ_k мы можем вычислить степень возможности включения в маршрут еще одного пункта. Функция принадлежности нечеткого множества P_k вычисляется по формуле

$$\max_x \{\min[\mu_{\Delta_k}(x), \min\{\mu_M(x), \mu_{Medium}(y)\}]\}, \quad \forall x, y$$

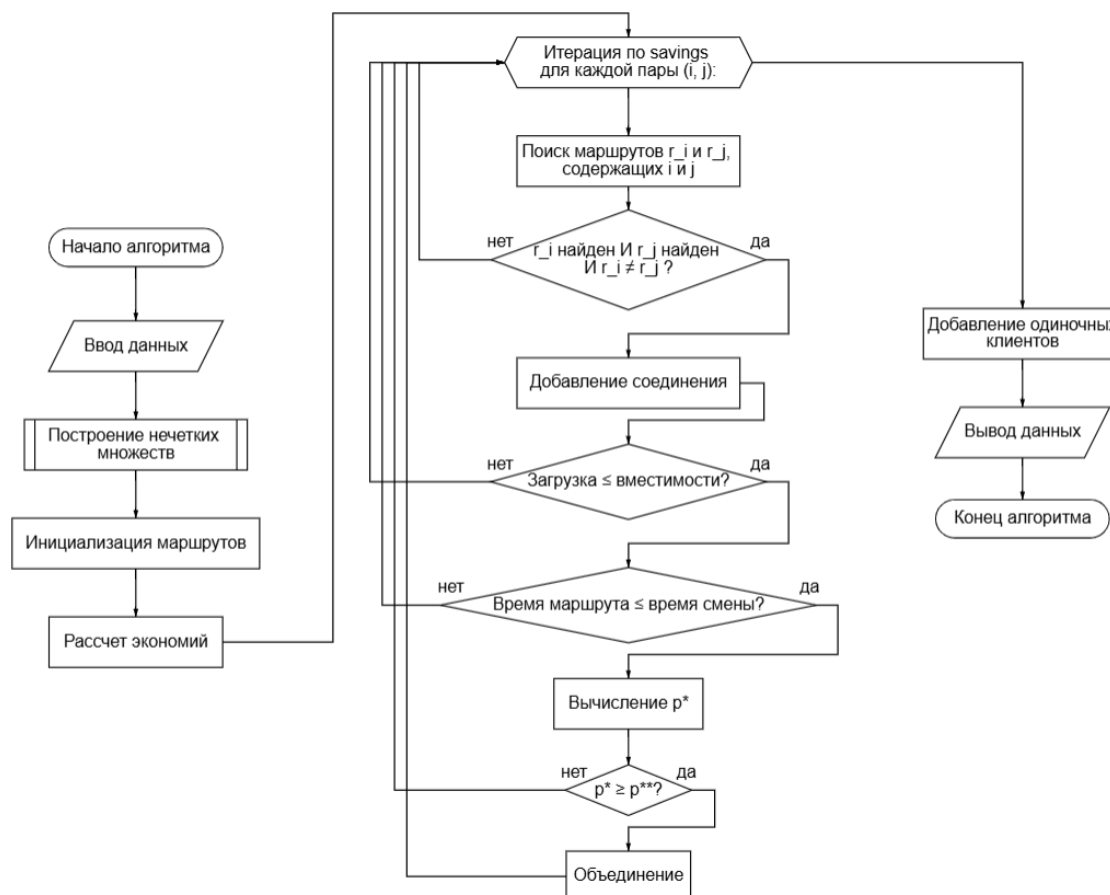
На рисунке 5 приведена графическая иллюстрация описанной процедуры.



Р и с. 5. Процедура нечеткого вывода Мамдани
F i g. 5. Mamdani fuzzy inference procedure

После определения функции принадлежности для P_k необходимо провести процедуру дефаззификации. В настоящей работе используется метод центра тяжести. Затем полученное четкое значение p_k^* используется для принятия решения о том, следует ли продолжать маршрут или отправляться в депо. Для этого вводится пороговое значение p^{**} из интервала $[0, 1]$.

Если $p_k^* \geq p^{**}$, то построение маршрута продолжается. В противном случае маршрут заканчивается и транспортное средство следует в депо. На рисунке 6 представлен общий алгоритм решения задачи.



Р и с. 6 Общий алгоритм решения задачи
F i g. 6. General algorithm for solving the problem

Результаты экспериментов

Описанный алгоритм был реализован на языке Python 3.14.0 с использованием Visual Studio Code 1.106.0. Вычисления производились для различного числа клиентов от 15 до 1000. Для каждого экземпляра задачи

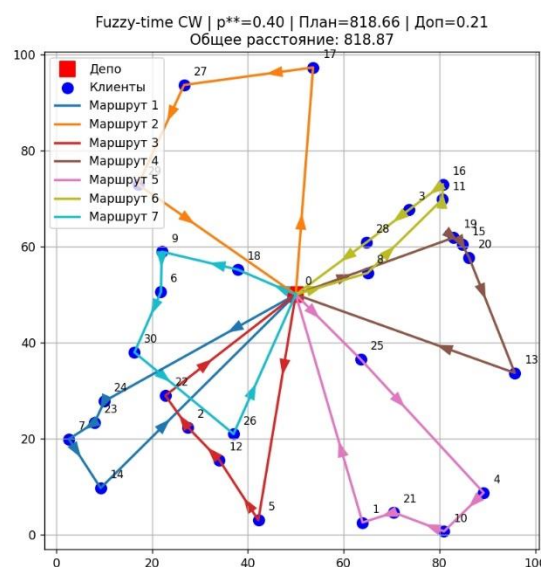
выбирались пороговые значения p^{**} от 0 до 1 с шагом 0,05. В большинстве случаев наилучшие результаты были достигнуты при значениях p^{**} от 0,4 до 0,5. На рисунке 7 приведен пример работы программы для расчета экземпляра задачи с 30 клиентами.

p**=0.00	Общее=836.95	Ожид=814.77	Доп=22.18
p**=0.05	Общее=833.16	Ожид=814.77	Доп=18.39
p**=0.10	Общее=836.37	Ожид=814.77	Доп=21.59
p**=0.15	Общее=837.41	Ожид=814.77	Доп=22.64
p**=0.20	Общее=835.58	Ожид=814.77	Доп=20.81
p**=0.25	Общее=837.43	Ожид=814.77	Доп=22.65
p**=0.30	Общее=838.25	Ожид=814.77	Доп=23.48
p**=0.35	Общее=837.93	Ожид=814.77	Доп=23.16
p**=0.40	Общее=818.87	Ожид=818.66	Доп=0.21
p**=0.45	Общее=818.87	Ожид=818.66	Доп=0.21
p**=0.50	Общее=818.92	Ожид=818.66	Доп=0.27
p**=0.55	Общее=819.40	Ожид=818.66	Доп=0.75
p**=0.60	Общее=819.35	Ожид=818.66	Доп=0.69
p**=0.65	Общее=891.58	Ожид=891.58	Доп=0.00
p**=0.70	Общее=907.95	Ожид=907.79	Доп=0.25
p**=0.75	Общее=904.63	Ожид=903.62	Доп=1.01
p**=0.80	Общее=1047.31	Ожид=1047.31	Доп=0.00
p**=0.85	Общее=1168.33	Ожид=1168.33	Доп=0.00
p**=0.90	Общее=1380.06	Ожид=1380.06	Доп=0.00
p**=0.95	Общее=2337.49	Ожид=2337.49	Доп=0.00
p**=1.00	Общее=2337.49	Ожид=2337.49	Доп=0.00

=== Лучший p** ===
p** = 0.40 | Общее = 818.87 | Ожид = 818.66 | Доп = 0.21

ЛУЧШИЕ МАРШРУТЫ					
Маршрут	Путь	Загрузка	T(общее)	T(без возвр)	Расстояние
1	0 -> 24 -> 23 -> 7 -> 14 -> 0	15/20	342.75	244.49	126.45
2	0 -> 17 -> 27 -> 29 -> 0	9/20	330.59	261.88	137.56
3	0 -> 5 -> 12 -> 2 -> 22 -> 0	16/20	312.69	253.70	114.59
4	0 -> 19 -> 15 -> 28 -> 13 -> 0	19/20	316.12	232.89	114.80
5	0 -> 25 -> 4 -> 10 -> 21 -> 1 -> 0	18/20	359.24	274.37	136.05
6	0 -> 8 -> 11 -> 16 -> 3 -> 28 -> 0	20/20	287.03	255.51	79.02
7	0 -> 18 -> 9 -> 6 -> 30 -> 26 -> 0	15/20	354.02	299.48	110.18

Р и с. 7. Результаты расчетов для 30 клиентов
F i g. 7. Calculation results for 30 customers





Также было измерено среднее время работы алгоритма. Вычисления производились на компьютере с характеристиками

- центральный процессор (CPU): Intel Core i5-12450H @ 2.00 GHz4
- оперативная память (RAM): 16 Гб DDR4 @ 3200 MHz;
- накопитель: SSD на 512 Гб;
- операционная система (OS): Windows 11 Pro.

Полученные результаты среднего времени работы приведены на рисунке 8.

CPU TIME EXPERIMENT (CW-FUZZY)	
N клиентов	CPU time (сек)
50	0.0118
100	0.0495
150	0.1212
200	0.2152
250	0.4099
300	0.7134
350	1.1299
400	1.7038
450	2.2712
500	3.0252
550	4.0307
600	5.2667
650	6.7846
700	8.4450
750	10.4338
800	12.3414
850	14.7227
900	17.8190
950	21.3841
1000	24.4524

Р и с. 8. Время работы алгоритма
F i g. 8. Algorithm running time

Обсуждение и заключение

В работе рассмотрена постановка задачи маршрутизации транспорта при неограниченном парке транспортных средств одинаковой грузоподъемности. Введено нечеткое ограничение на общее время маршрута, включающее в себя время на переезд и разгрузку. Предложен алгоритм решения задачи, основанный на методе сбережений Кларка-Райта и процедуре нечеткого вывода Мамдани. Полученные результаты экспериментов подтверждают адекватность предложенных решений.

References

1. Dantzig G.B., Ramser J.H. The Truck Dispatching Problem. *Management science*. 1959;6(1):80-91. Available at: <https://www.jstor.org/stable/2627477> (accessed 14.01.2026).
2. Chernyshev Yu.O., Kubil V.N., Trebukhin A.V. Overview of fuzzy vehicle routing problems. *Advanced Engineering Research*. 2020;20(3):325-331. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-3-325-331>
3. Teodorović D., Kikuchi S. Application of fuzzy sets theory to the saving based vehicle routing algorithm. *Civil Engineering Systems*. 1991;8(2):87-93. <https://doi.org/10.1080/02630259108970611>
4. Jia J., et al. Genetic algorithm for fuzzy logistics distribution vehicle routing problem. In: 2008 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics. Beijing, China: IEEE Press; 2008. p. 1427-1432. <https://doi.org/10.1109/SOLI.2008.4686625>
5. Brito J., Martínez F.J., Moreno J.A., Verdegay J.L. Fuzzy approach for Vehicle Routing Problems with fuzzy travel time. In: International Conference on Fuzzy Systems. Barcelona, Spain: IEEE Press; 2010. p. 1-8. <https://doi.org/10.1109/FUZZY.2010.5584828>
6. Zhang J., Li J. A hybrid genetic algorithm to the vehicle routing problem with fuzzy cost coefficients. In: 2014 11th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD). Xiamen, China: IEEE Press; 2014. p. 147-152. <https://doi.org/10.1109/FSKD.2014.6980823>
7. Cheng R., et al. Vehicle Routing Problem with Fuzzy Due-time Using Genetic Algorithms. *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems*. 1995;7(5):1050-1061. https://doi.org/10.3156/jfuzzy.7.5_1050
8. Gupta R., et al. Fuzzy Vehicle Routing Problem with Uncertainty in Service Time. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*. 2010;5(11):497-507. Available at: <https://www.m-hikari.com/ijcms-2010/9-12-2010/guptaIJCMS9-12-2010.pdf> (accessed 14.01.2026).
9. Kuo R.J., et al. Application of a fuzzy ant colony system to solve the dynamic vehicle routing problem with uncertain service time. *Applied Mathematical Modelling*. 2016;40(23-24):9990-10001. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.06.025>
10. Abdulatif N., et al. Fuzzy demand electric vehicle routing problem with soft time windows. *Fuzzy Optimization and Decision Making*. 2025;24:457-481. <https://doi.org/10.1007/s10700-025-09453-1>



11. Zheng J. A Vehicle Routing Problem Model With Multiple Fuzzy Windows Based on Time-Varying Traffic Flow. *IEEE Access*. 2020;8:39439-39444. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2974774>
12. Chen J., et al. A new algorithm for a fuzzy vehicle routing and scheduling problem: imperialist competitive algorithm. *JCIT: Journal of Convergence Information Technology*. 2011;6(7):303-311.
13. Zheng Y., Liu B. Fuzzy vehicle routing model with credibility measure and its hybrid intelligent algorithm. *Applied Mathematics and Computation*. 2006;176(2):673-683. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.10.013>
14. Omari Alaoui Y., Oudani M., Oufaska K., El Yassini K. Solving the open vehicle routing problem with fuzzy restrictions on time windows. In: 13th Annual International Conference on Industrial Engineering and Operations Management. 2023. p. 715-726. <https://doi.org/10.46254/AN13.20230209>
15. Lučić P., Teodorović D. Vehicle Routing Problem With Uncertain Demand at Nodes: The Bee System and Fuzzy Logic Approach. In: Verdegay J.L. (eds) Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimization. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Vol. 126. Berlin, Heidelberg: Springer; 2003. p. 67-82. https://doi.org/10.1007/978-3-540-36461-0_5
16. Cao E., Mingyong L. A hybrid differential evolution algorithm to vehicle routing problem with fuzzy demands. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2009;231(1):302-310. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2009.02.015>
17. Ye X., Xu J. A fuzzy vehicle routing assignment model with connection network based on priority-based genetic algorithm. *World Journal of Modelling and simulation*. 2008;4:257- 268.
18. Kim G. Dynamic Vehicle Routing Problem with Fuzzy Customer Response. *Sustainability*. 2023;15:4376. <https://doi.org/10.3390/su15054376>
19. Gupta R., et al. Multi-objective fuzzy vehicle routing problem: A case study. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*. 2010;5(29-32):1439-1454. Available at: <https://www.m-hikari.com/ijcms-2010/29-32-2010/guptaIJCMS29-32-2010.pdf> (accessed 14.01.2026).
20. Ghobadi A., et al. Multi-depot electric vehicle routing problem with fuzzy time windows and pickup/delivery constraints. *Journal of Applied Research on Industrial Engineering*. 2021;8(1):1-18. Available at: <https://www.magiran.com/p2258970> (accessed 14.01.2026).
21. Abdulatif N., et al. Fuzzy demand electric vehicle routing problem with soft time windows. *Fuzzy Optim Decis Making*. 2025;24:457-481. <https://doi.org/10.1007/s10700-025-09453-1>
22. Paraskevi Z., et al. The Vehicle Routing Problem with Fuzzy Payloads considering Fuel Consumption. *Applied Artificial Intelligence*. 2021;35(15):1755-1776. <https://doi.org/10.1080/08839514.2021.1992138>
23. Yang T., et al. Fuzzy Demand Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows. *Sustainability*. 2022;14(9):5658. <https://doi.org/10.3390/su14095658>
24. Clarke G., Wright J.W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research, INFORMS*. 1964;12(4):568-581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
25. Teodorovic D., Pavković G. The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain. *Fuzzy Sets and Systems*. 1996;82(3):307-317. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(95\)00276-6](https://doi.org/10.1016/0165-0114(95)00276-6)

Поступила 05.06.2025; одобрена после
рецензирования 29.07.2025; принята к публикации
02.09.2025.

Submitted 05.06.2025; approved after reviewing
29.07.2025; accepted for publication 02.09.2025.

Об авторах:

Авсеева Ольга Владимировна, доцент кафедры математического обеспечения ЭВМ факультета прикладной математики, информатики и механики, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (394018, Российская Федерация, г. Воронеж, Университетская пл., д. 1), кандидат технических наук, **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0001-0338-7007>, olga-avseeva@mail.ru

Краморенко Дмитрий Алексеевич, аспирант кафедры математического обеспечения ЭВМ факультета прикладной математики, информатики и механики, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» (394018, Российская Федерация, г. Воронеж, Университетская пл., д. 1), **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0007-6447-6517>, kramarshto@mail.ru

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the authors:

Olga V. Avseeva, Associate Professor of the Chair of Computer Hardware, Faculty of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University (1 Universitetskaya Sq., Voronezh 394018, Russian Federation), Cand. Sci. (Eng.), **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0001-0338-7007>, olga-avseeva@mail.ru

Dmitry A. Kramarenko, Postgraduate Student of the Chair of Computer Hardware, Faculty of Applied Mathematics, Informatics and Mechanics, Voronezh State University (1 Universitetskaya Sq., Voronezh 394018, Russian Federation), **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0007-6447-6517>, kramarshto@mail.ru

All authors have read and approved the final manuscript.