

Применение локальных GRID-систем на основе контейнерных технологий и (λ, μ) -свернутых произведений многомерных матриц для интеллектуальной поддержки процессов технического обслуживания и ремонта

А. В. Леонов, В. И. Мунерман*

ФГБОУ ВО «Смоленский государственный университет», г. Смоленск, Российская Федерация

Адрес: 214000, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д. 4

*vimoon@gmail.com

Аннотация

Работа посвящена разработке методологии организации локальных GRID-систем на основе контейнерных технологий Docker и Kubernetes для эффективной распределенной обработки многомерных данных в задачах технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования. Предложена модель прикладной GRID-системы с интегрированной поддержкой операций над многомерными матрицами и глубокими нейронными сетями для прогнозирования технического состояния оборудования. Модель основана на математическом аппарате (λ, μ) -свернутых произведений многомерных матриц, где скоттовы индексы определяют структуру параллелизма и обеспечивают независимость вычислений на различных узлах, а кэлиевы индексы задают размерности агрегирования данных. Предложена концепция морфинг-персон для вычислительных узлов, где узлы представляются как замороженные слои нейронных сетей с фиксированными скоттовыми индексами, обеспечивая динамическую реконфигурацию без остановки системы при дообучении. Разработаны алгоритмы декомпозиции задач на основе двухэтапной схемы параллельного умножения матриц с циклическим перемещением блоков. Показано, что топология тор является идеальной для эффективной коммуникации при работе с многомерными матрицами. Реализация выполнена на платформе .NET с использованием C# для обеспечения производительности, типобезопасности и интеграции с промышленными системами. Проведен теоретический анализ вычислительной сложности предложенных алгоритмов и масштабируемости системы. Для дополнительных компонентов системы получены три свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2024680153, № 2024680373, № 2024680406.

Ключевые слова: локальные GRID-системы, контейнерные технологии, многомерные матрицы, (λ, μ) -свернутые произведения, скоттовы индексы, глубокие нейронные сети, замороженные слои, морфинг-персоны, дообучение нейронных сетей, техническое обслуживание и ремонт, прогнозирование отказов, топология тор, C#, .NET, Kubernetes

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Леонов А. В., Мунерман В. И. Применение локальных GRID-систем на основе контейнерных технологий и (λ, μ) -свернутых произведений многомерных матриц для интеллектуальной поддержки процессов технического обслуживания и ремонта // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2026. Т. 22, № 1. С. 40-49. <https://doi.org/10.25559/SITITO.022.202601.40-49>

© Леонов А. В., Мунерман В. И., 2026



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Application of Local GRID Systems Based On Container Technologies And (λ, μ) -convolved Products Of Multidimensional Matrices For Intelligent Support Of Maintenance And Repair Processes

A. V. Leonov, V. I. Munerman*

Smolensk State University, Smolensk, Russian Federation

Address: 4 Przhevalsky St., Smolensk 214000, Russian Federation

* vimoona@gmail.com

Abstract

The paper is dedicated to developing a methodology for organizing local GRID systems based on Docker and Kubernetes container technologies for efficient distributed processing of multidimensional data in maintenance and repair tasks of industrial equipment. An applied GRID system model with integrated support for operations on multidimensional matrices and deep neural networks for predicting equipment technical condition is proposed. The model is based on the mathematical apparatus of (λ, μ) -convolved products of multidimensional matrices, where Scott indices define the parallelism structure and ensure computational independence across different nodes, while Cayley indices specify data aggregation dimensions. The concept of morphing-personas for computational nodes is introduced, where nodes are represented as frozen neural network layers with fixed Scott indices, enabling dynamic reconfiguration without system shutdown during retraining. Algorithms for task decomposition based on a two-stage scheme of parallel matrix multiplication with cyclic block movement have been developed. The torus topology is shown to be ideal for efficient communication when working with multidimensional matrices. Implementation is performed on the .NET platform using C# to ensure computational performance, code type safety, and integration with enterprise industrial systems. Theoretical analysis of computational complexity and system scalability has been conducted. Three certificates of state registration of computer programs were obtained for additional system components: № 2024680153, № 2024680373, № 2024680406.

Keywords: local GRID systems, container technologies, multidimensional matrices, (λ, μ) -convolved products, Scott indices, deep neural networks, frozen layers, morphing-personas, neural network fine-tuning, maintenance and repair, failure prediction, torus topology, C#, .NET, Kubernetes

Conflict of interests: The authors declare no conflict of interest.

For citation: Leonov A.V., Munerman V.I. Application of Local GRID Systems Based On Container Technologies And (λ, μ) -convolved Products Of Multidimensional Matrices For Intelligent Support Of Maintenance And Repair Processes. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2026;22(1):40-49. <https://doi.org/10.25559/SITITO.022.202601.40-49>



Введение

Современные промышленные предприятия сталкиваются с критической необходимостью повышения эффективности систем технического обслуживания и ремонта (ТОиР) в условиях возрастающей сложности технологического оборудования и ужесточения требований к надежности производственных процессов [1]. Традиционные подходы к ТОиР на основе регламентного обслуживания по календарному графику или реактивных ремонтов по факту отказа не обеспечивают оптимального баланса между надежностью и экономической эффективностью [2].

Переход к стратегии предиктивного технического обслуживания на основе непрерывного мониторинга и прогнозирования остаточного ресурса требует обработки больших объемов многомерных данных [3]. Современные промышленные объекты оснащаются сотнями датчиков различных типов, генерирующих многомерные временные ряды с характеристиками по множеству единиц оборудования, групп датчиков, режимов эксплуатации и параметров измерений [4].

Глубокие нейронные сети показали высокую эффективность для прогнозирования технического состояния и оценки остаточного ресурса оборудования [5]. Однако обучение и применение глубоких моделей на больших объемах многомерных данных требует значительных вычислительных ресурсов. Для большинства производственных предприятий создание специализированных высокопроизводительных кластеров экономически нецелесообразно, что делает актуальной задачу эффективного использования существующей корпоративной вычислительной инфраструктуры через организацию локальных GRID-систем.

GRID-вычисления представляют парадигму распределенных вычислений, объединяющую гетерогенные вычислительные ресурсы в единую виртуальную суперструктуру. В работе [6] показано, что традиционные GRID-решения ориентированы на крупномасштабные инфраструктуры научных центров и требуют значительных затрат на развертывание специализированного промежуточного программного обеспечения. В работах [7, 8] продемонстрировано, что появление контейнерных технологий Docker и оркестраторов Kubernetes открыло возможности построения локальных GRID-систем на базе существующей инфраструктуры предприятий с минимальными дополнительными затратами.

Математический аппарат алгебры многомерных матриц предоставляет строгую формализацию операций над высокоразмерными структурами данных. В работе [9] разработан обобщенный алгоритм параллельного умножения многомерных матриц на основе (λ, μ) -свернутых произведений, где скоттовы индексы определяют структуру параллелизма. В работе [10] предложен метод частичного индексирования для оптимизации поисковых запросов к многомерным данным. В работе [11] исследованы алгоритмы оптимального распределения вычислительной нагрузки между узлами распределенной системы. В работе [12] показана эффективность применения облачных технологий для параллельной обработки данных. В работе [13] показано, что (λ, μ) -свернутое произведение может быть выполнено параллельно на распределенной системе с эффективным использованием вычислительных ресурсов.

Критическим вопросом при разработке промышленных

GRID-систем является обеспечение гибкости вычислительной инфраструктуры. Традиционные GRID-архитектуры предполагают статическую специализацию узлов, что приводит к субоптимальной утилизации ресурсов при нерегулярной и непредсказуемой загрузке.

Научная новизна заключается в разработке модели организации локальных GRID-систем с интегрированной поддержкой операций над многомерными матрицами и глубокими нейронными сетями для задач предиктивного технического обслуживания, основанной на математическом аппарате (λ, μ) -свернутых произведений и концепции морфинг-персон как замороженных слоев с фиксированными скоттовыми индексами.

Цель исследования – разработка модели, математических методов и их программной реализации для локальной GRID-системы на основе контейнерных технологий и платформы .NET для эффективного распределенного дообучения нейросетевых моделей и обработки многомерных данных в задачах прогнозирования состояния промышленного оборудования.

Применимость разработанной модели

Класс задач для применения GRID-системы

Разработанная модель локальной GRID-системы применима для широкого класса задач обработки многомерных данных, характеризующихся следующими свойствами:

Во-первых, данные должны обладать структурированной многомерностью с возможностью выделения независимых измерений. Типичными примерами являются временные ряды характеристик множества объектов, измеренных различными датчиками в различных режимах работы. Многомерная структура данных позволяет применить математический аппарат (λ, μ) -свернутых произведений для эффективной декомпозиции вычислений.

Во-вторых, вычислительная задача должна допускать разбиение на множество независимых подзадач с минимальными межпроцессорными коммуникациями. Это обеспечивается через идентификацию скоттовых индексов – измерений данных, по которым возможна параллельная обработка без необходимости обмена промежуточными результатами между вычислительными узлами.

В-третьих, задача должна требовать значительных вычислительных ресурсов, делающих целесообразным применение распределенных вычислений. При этом накладные расходы на организацию GRID-инфраструктуры должны быть существенно меньше выигрыша от параллелизации.

Конкретные примеры задач, для которых применима разработанная модель:

- обработка многомерных временных рядов с декомпозицией по объектам наблюдения, типам измерений и временным интервалам;
- обучение и дообучение глубоких нейронных сетей на больших объемах данных с возможностью параллельной обработки пакетов примеров;
- прогнозирование состояния множества объектов на основе исторических данных с независимой обработкой каждого объекта;
- статистический анализ многомерных данных с вычислением агрегированных характеристик по различным срезам;



- оптимизационные задачи с возможностью параллельного вычисления целевой функции для различных вариантов решений.

Применение для задач технического обслуживания и ремонта

Для класса задач технического обслуживания и ремонта промышленного оборудования разработанная GRID-система обеспечивает решение следующих практических задач:

Прогнозирование технического состояния оборудования. Многомерные данные мониторинга (единицы оборудования × группы датчиков × режимы работы × временные отметки × параметры) обрабатываются параллельно по скоттовым индексам, соответствующим единицам оборудования и группам датчиков. Каждый узел GRID независимо строит прогноз для закрепленной за ним комбинации оборудования и датчиков, что обеспечивает линейное масштабирование производительности.

Оценка остаточного ресурса. Задача оценки остаточного ресурса формулируется как задача регрессии на основе исторических данных о деградации оборудования. Нейросетевые модели для различных единиц оборудования обучаются параллельно на различных узлах GRID. Концепция морфинг-персон позволяет использовать предобученные базовые модели с последующим дообучением на специфических данных конкретного оборудования.

Диагностика отклонений от нормального режима работы. Система выявления аномалий реализуется через параллельное сравнение текущих параметров работы множества единиц оборудования с эталонными характеристиками. Каждый узел GRID обрабатывает подмножество оборудования, что позволяет осуществлять диагностику в режиме реального времени. Оптимизация графиков технического обслуживания. Многокритериальная задача оптимизации графиков ТОиР решается через параллельное моделирование различных сценариев обслуживания. Каждый узел GRID оценивает функционал качества для закрепленного за ним варианта графика, что позволяет эффективно исследовать пространство возможных решений.

Адаптивное управление режимами эксплуатации. Система поддержки принятия решений по управлению режимами работы оборудования использует распределенные вычисления для оценки последствий различных управляющих воздействий. Прогнозирование траекторий деградации при различных режимах работы осуществляется параллельно на множестве узлов GRID.

Математические основы многомерных матриц для GRID-систем

Алгебра многомерных матриц и (λ, μ) -свернутые произведения

Многомерная матрица порядка p определяется как совокупность элементов, индексируемых p -мерным набором. Пусть $l_1, l_2, \dots, l_p$ - индексы, принимающие значения от 1 до $n_1, n_2, \dots, n_p$ соответственно. Тогда – мерная матрица записывается:

$$A = \{a_{i_1 i_2 \dots i_p}\}, 1 \leq i_k \leq n_k, k = 1, \dots, p \quad (1)$$

содержащая $\prod_{k=1}^p n_k$ элементов.

Центральную роль в организации параллельных вычислений играет (λ, μ) -свернутое произведение, подробно рассмотренное в работе [9]. Пусть матрицы A и B имеют индексы трех типов: свободные индексы матрицы A : $l = (l_1, \dots, l_k)$; свободные индексы матрицы B : $m = (m_1, \dots, m_v)$; скоттовы индексы $s = (s_1, \dots, s_\lambda)$, сохраняющиеся без свертки; кэлиевы индексы $c = (c_1, \dots, c_\mu)$, по которым производится суммирование.

Следствием основного определения умножения многомерных матриц из работы [9] является формула (λ, μ) -свернутого произведения. Матрица C с элементами:

$$c_{l_1 \dots l_k m_1 \dots m_v s_1 \dots s_\lambda} = \sum c_1 = 1^{n_{c_1}} \dots \sum c_\mu = 1^{n_{c_\mu}} a_{l_1 \dots l_k c_1 \dots c_\mu s_1 \dots s_\lambda} \cdot b_{m_1 \dots m_v c_1 \dots c_\mu s_1 \dots s_\lambda} \quad (2)$$

называется (λ, μ) -свернутым произведением:

$$C = A \otimes (\lambda, \mu) B.$$

Здесь индексы $l_1 \dots l_k$ и $m_1 \dots m_v$ соответствуют свободным индексам матриц A и B , индексы $c_1 \dots c_\mu$ являются кэлиевыми (по которым происходит суммирование), индексы $s_1 \dots s_\lambda$ являются скоттовыми (сохраняющимися без изменения). Результатом вычисления является матрица C с индексами $(l_1 \dots l_k, m_1 \dots m_v, s_1 \dots s_\lambda)$.

Для каждой фиксированной комбинации скоттовых индексов $s^{(0)} = (s_1^{(0)}, \dots, s_\lambda^{(0)})$ вычисление соответствующего блока (λ, μ) -свернутого произведения может быть выполнено независимо как $(0, \mu)$ -свернутое произведение:

$$C|s = s^{(0)} = A|s = s^{(0)} \otimes^{(0, \mu)} B|s = s^{(0)} \quad (3)$$

где $C|s = s^{(0)} = A|s = s^{(0)} \otimes^{(0, \mu)} B|s = s^{(0)}$ – сечения матриц по фиксированным значениям скоттовых индексов.

Подстановка фиксированных значений $s^{(0)}$ в формулу (2) дает выражение для $(0, \mu)$ -свернутого произведения сечений. Строгое доказательство приведено в работе [14].

Пусть для всех комбинаций скоттовых индексов $s \in S$ независимо вычислены блоки $C|s$ как $(0, \mu)$ -свернутые произведения соответствующих сечений матриц-операндов. Тогда эти блоки по различным наборам скоттовых индексов могут быть собраны в результирующую многомерную матрицу как полное (λ, μ) -свернутое произведение:

$$C = \bigcup_{s \in S} C|s \quad (4)$$

Следует из того факта, что различные сечения по скоттовым индексам не пересекаются и образуют полное разбиение результирующей матрицы.

Ключевое свойство, установленное в работе [9]: скоттовы индексы сохраняются в результирующей матрице без изменения значений. Это делает скоттовы индексы естественным механизмом организации параллелизма в GRID-системах, где каждый узел обрабатывает независимое сечение.



Многомерное представление нейронных сетей

Рассмотрим глубокую полносвязную нейронную сеть с L слоями, где слой l содержит $n^{(l)}$ нейронов. Выход нейрона j слоя l :

$$y_{jl} = f^{(l)}(\sum_{i=1}^{n^{(l-1)}} w_{ji}^{(l)} y_{il}^{(l-1)} + b_{jl}^{(l)}) \quad (5)$$

где $w_{ji}^{(l)}$ – весовой коэффициент, $b_{jl}^{(l)}$ – смещение, $f^{(l)}$ – функция активации.

При обработке пакета из B примеров входные данные $X \in \mathbb{R}^{B \times n^{(0)}}$, активации слоя $Y^{(l)} \in \mathbb{R}^{B \times n^{(l)}}$. Прямое распространение через слой l :

$$Y^{(l)} = f^{(l)}(Y^{(l-1)} (W^{(l)})^T + 1B \otimes b^{(l)}) \quad (6)$$

Для множества обучающих данных, разбитых на K пакетов, активации всей сети представляются четырехмерной матрицей:

$$Y = \{y_{kbmn}\} \in \mathbb{R}^{K \times B \times n_{max} \times L} \quad (7)$$

где k – индекс пакета, b – индекс примера в пакете, m – индекс нейрона, n – индекс слоя.

Декомпозиция по индексу слоя и замороженные слои

В трансферном обучении часть слоев фиксируется с неизменяемыми весами – замороженные слои. Пусть сеть содержит L слоев, из которых первые L_f заморожены, последние $L_t = L - L_f$ дообучаемы.

Ключевая идея для GRID-систем: индекс слоя $l \in \{1, \dots, L_f\}$ можно рассматривать как соответствующий тем индексам, по которым осуществляется декомпозиция вычислений в GRID-системе. Эти индексы, определяющие слои, относятся к классу скоттовых индексов согласно определению из работы [9]. Прямое распространение через замороженные слои для пакета k :

$$Y_{f(k)} = \text{ForwardFrozen}(X^{(k)}, W_f) \in \mathbb{R}^{B \times n^{(L_f)}} \quad (8)$$

может быть представлено как (λ, μ) -свернутое произведение многомерных матриц, где индекс пакета k и индекс слоя l являются скоттовыми. В работе [13] показано, что такое (λ, μ) -свернутое произведение может быть выполнено параллельно на распределенной системе.

Для различных пакетов $k_1 \neq k_2$ вычисления $Y^{(k_1, l)}$ и $Y^{(k_2, l)}$ через замороженный слой l полностью независимы. Это позволяет распределить обработку пакетов по узлам локальной GRID.

Численный пример для задач технического обслуживания и ремонта

Рассмотрим систему мониторинга $N_e = 50$ единиц промышленного оборудования с $N_g = 6$ группами датчиков в $N_m = 4$ режимах эксплуатации. Данные собираются с дискретностью 1 час в течение года ($N_t = 8760$), каждая группа предоставляет $N_p = 10$ параметров. Исторические данные:

$$X_{hist} \in \mathbb{R}^{50 \times 6 \times 4 \times 8760 \times 10} \quad (9)$$

Декомпозиция для GRID. Индексы (e, g, m) – естественные скоттовые индексы. Количество независимых подзадач:

$$N_{tasks} = N_e \times N_g \times N_m = 50 \times 6 \times 4 = 1200 \quad (10)$$

При GRID из $M = 12$ узлов каждый обрабатывает $1200 / 12 = 100$ подзадач. При времени обработки одной подзадачи $T_{task} = 5$ секунд:

$$T_{totalGRID} = \left(\frac{N_{tasks}}{M}\right) \times T_{task} = \left(\frac{1200}{12}\right) \times 5 = 500 \text{сек} \approx 8.3 \text{ мин} \quad (11)$$

Ускорение GRID близко к линейному: ≈ 12 .

Модель параллельного умножения многомерных матриц в GRID-системах**Общая схема алгоритма**

Формула (2) является следствием основного определения умножения многомерных матриц из работы [9] и определяет (λ, μ) -свернутое произведение. Для вычисления элемента результирующей матрицы необходимо:

$$c_{l_1 \dots l_k m_1 \dots m_v s_1 \dots s_\lambda} = \sum_{c_1 \dots c_\mu} a_{l_1 \dots l_k c_1 \dots c_\mu s_1 \dots s_\lambda} \cdot b_{m_1 \dots m_v c_1 \dots c_\mu s_1 \dots s_\lambda} \quad (12)$$

где индексы $l_1 \dots l_k$ и $m_1 \dots m_v$ соответствуют свободным индексам матриц A и B , индексы $c_1 \dots c_\mu$ – кэлиевым (по которым происходит суммирование), индексы $s_1 \dots s_\lambda$ – скоттовыми (сохраняющимся без изменения). Результатом вычисления является матрица C с индексами $(l_1 \dots l_k, m_1 \dots m_v, s_1 \dots s_\lambda)$.

Алгоритм распределения блоков матриц по узлам GRID

Алгоритм умножения многомерных матриц, подробно описанный в работе [9], состоит из двух этапов.

На первом этапе производится инициализация (заполнение значениями нейтрального элемента) блоков сечения матрицы C в соответствующих процессах и распределение по процессам блоков сечений матриц A и B . Распределение может быть физическим, если каждый процесс связан с автономным запоминающим устройством (архитектура с распределенной памятью), или логическим, если все процессы обрабатывают данные, расположенные в одном запоминающем устройстве (архитектура SMP – симметричная многопроцессорная обработка, где всё находится в одной общей памяти).

В начальном состоянии предполагается, что каждый процесс GRID связан с блоками матриц A и B , индексы которых соответствуют индексам процесса. Для сечения ориентации $s_1^* \dots s_\lambda^*$ при фиксированных i и j процессу $P_{l_1^* \dots l_k^* i s_1^* \dots s_\lambda^* m_1^* j \dots m_v^*}$ будут соответствовать блоки $A_{l_1^* \dots l_k^* i s_1^* \dots s_\lambda^* c_1 \dots c_\mu}$ и $B_{s_1^* \dots s_\lambda^* c_1 \dots c_\mu m_1^* j \dots m_v^*}$ матриц A и B .

Начальная привязка блоков матриц A и B к процессам приведена в таблице 1.

Таблица 1. Начальная привязка блоков матриц A и B к процессам
Table 1. Initial assignment of matrix blocks A and B to processes

Процесс	Блок матрицы A	Блок матрицы B
P_{000}	$A_{0,c}$	$B_{c,0}$
P_{001}	$A_{0,c}$	$B_{c,1}$
P_{010}	$A_{1,c}$	$B_{c,0}$
P_{011}	$A_{1,c}$	$B_{c,1}$

Источник: здесь и далее в статье все таблицы и рисунки составлены авторами.

Source: Hereinafter in this article all tables and figures were made by the authors.



Распределение блоков основано на том, что наборы фиксированных значений индексов разбиений l и m можно рассматривать как числа в E^k -ичной системе счисления. Тогда первый этап алгоритма состоит из следующих шагов:

1. Блок матрицы A с набором значений индексов разбиения m связывается с процессом, набор значений индексов разбиения l которого вычисляется по формуле $(E^v + (l_1^i \dots l_k^i)E^{-i}) \bmod E^k$ ($i = 0, \dots, E^k - 1$).

2. Блок матрицы B с набором значений индексов разбиения l связывается с процессом, набор значений индексов разбиения m которого вычисляется по формуле $(E^v + (m_1^j \dots m_v^j)E^{-j}) \bmod E^v$ ($j = 0, \dots, E^v - 1$).

Привязка блоков матриц A и B к процессам после завершения первого этапа алгоритма приведена в таблице 2.

Таблица 2. Привязка блоков матриц A и B к процессам после завершения первого этапа алгоритма
Table 2. Assignment of matrix blocks A and B to processes after completion of the first stage of the algorithm

Итерация	Процесс P_{000}	Процесс P_{001}	Процесс P_{010}	Процесс P_{011}
Начало	$A_{0,0} \times B_{0,0}$	$A_{0,1} \times B_{1,1}$	$A_{1,0} \times B_{0,0}$	$A_{1,1} \times B_{1,1}$
После 1-го этапа	$A_{0,0} \times B_{0,1}$	$A_{0,1} \times B_{1,0}$	$A_{1,0} \times B_{0,1}$	$A_{1,1} \times B_{1,0}$

Второй этап алгоритма состоит из E итераций, на каждой из которых выполняются три действия:

1. Каждый процесс GRID выполняет умножение связанных с ним блоков матриц A и B и складывает результат умножения с соответствующим ему блоком матрицы C .

2. Блок матрицы A с набором значений индексов разбиения m связывается с процессом, набор значений индексов разбиения l которого вычисляется по формуле $(E^v + (m_1^j \dots m_v^j)E^{-j}) \bmod E^v$.

3. Блок матрицы B с набором значений индексов разбиения l связывается с процессом, набор значений индексов разбиения m которого вычисляется по формуле $(E^v + (l_1^i \dots l_k^i)E^{-i}) \bmod E^k$.

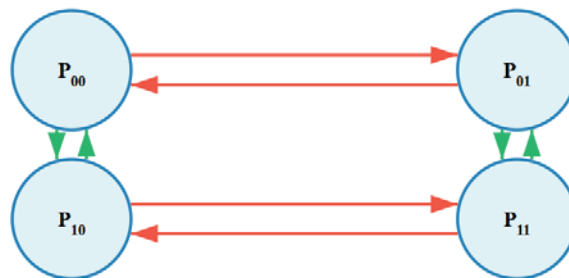
Последовательности произведений блоков матриц A и B , участвующих в вычислениях блоков матрицы C на всех E итерациях, приведены в таблице 3.

Таблица 3. Последовательности произведений блоков матриц A и B , участвующих в вычислениях блоков матрицы C на всех E итерациях
Table 3. Sequences of products of matrix blocks A and B involved in computing the blocks of matrix C over all E iterations

Итерация	P_{000}	P_{001}	P_{010}	P_{011}
1	$A_{0,0}B_{0,0}$	$A_{0,0}B_{0,1}$	$A_{1,0}B_{0,0}$	$A_{1,0}B_{0,1}$
2	$A_{0,1}B_{1,0}$	$A_{0,1}B_{1,1}$	$A_{1,1}B_{1,0}$	$A_{1,1}B_{1,1}$

Схема перемещения блоков сечений матриц A и B между процессами на втором этапе алгоритма показана на рисунке 1.

Данная схема иллюстрирует циклическое перемещение блоков по узлам GRID, обеспечивающее выполнение всех необходимых перемножений для формирования результирующей матрицы C .



— Перемещение блоков A
— Перемещение блоков B

Рис. 1. Схема циклического перемещения блоков матриц между процессами GRID

Fig. 1. The scheme of cyclic movement of matrix blocks between GRID processes

Реализация на контейнерной платформе

Узел GRID реализован как контейнер Docker с .NET 8 Runtime. Каждый контейнер содержит исполняемый модуль на C#, библиотеки операций над многомерными матрицами, функции вычисления (λ, μ) -произведений согласно формуле (2) и алгоритмы оптимизации из работы [11].

Модель архитектуры системы включает следующие компоненты: менеджер задач (*Task Manager*) координирует распределение подзадач по узлам; контейнерные узлы (*Worker Nodes*) выполняют вычисления над блоками матриц; хранилище данных (*Data Storage*) обеспечивает доступ к многомерным массивам; оркестратор Kubernetes управляет жизненным циклом контейнеров. Общая схема архитектуры локальной GRID-системы показана на рисунке 2.

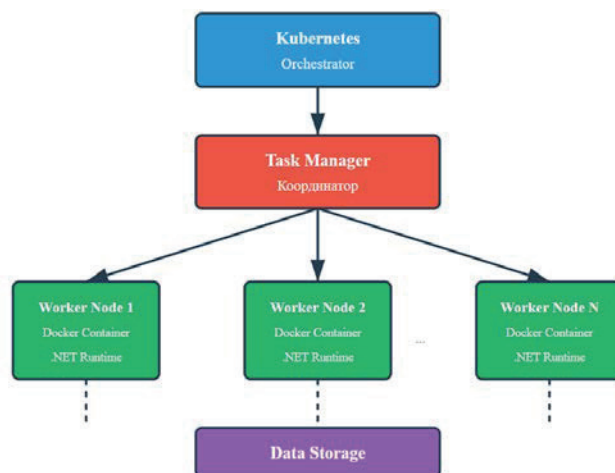


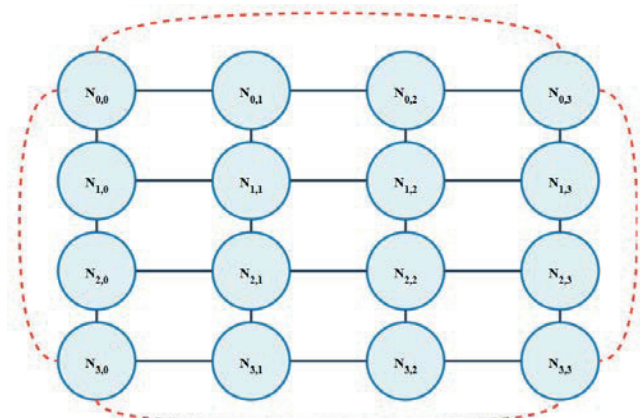
Рис. 2. Архитектура локальной GRID-системы на основе контейнерных технологий

Fig. 2. Architecture of a local GRID system based on container technologies

Модель коммуникации между узлами основана на топологии тор, которая является идеальной для эффективной передачи данных при работе с двумерными и четырехмерными матрицами.



Топология тор обеспечивает минимальное расстояние между узлами и равномерное распределение коммуникационной нагрузки, как показано на рисунке 3.



Р и с. 3. Топология тор для организации коммуникаций в GRID-системе (4×4 узла)

F i g. 3. TOR topology for organizing communications in a GRID system (4×4 nodes)

Теоретический анализ эффективности модели

Анализ вычислительной сложности

Последовательное выполнение. При последовательной обработке всех подзадач общее время:

$$T_{seq} = |S_\lambda| \cdot T_{avg} \quad (13)$$

где $|S_\lambda|$ – количество комбинаций скоттовых индексов, T_{avg} – среднее время одной подзадачи.

Параллельное выполнение на GRID. При наличии M узлов и равномерном распределении $N = |S_\lambda|$ подзадач:

$$T_{par} = \left\lceil \frac{N}{M} \right\rceil \cdot T_{avg} \quad (14)$$

Ускорение GRID:

$$S(M) = \frac{T_{seq}}{T_{par}} \approx \min(M, N) \quad (15)$$

что означает линейное масштабирование до $M = N$ узлов.

Эффективность в архитектурах с различной организацией памяти

Для архитектуры SMP (симметричная многопроцессорная обработка), где всё находится в одной общей разделяемой памяти, накладные расходы на синхронизацию доступа к данным составляют:

$$T_{sync} = O(M \cdot \log M) \quad (16)$$

Для архитектуры с распределенной памятью, где данные разбросаны по нескольким кластерам и узлам, применяется оптимизация размещения данных согласно работе [12]. Время передачи данных:

$$T_{comm} = \frac{N \cdot D_{task}}{B_{network}} \quad (17)$$

где D_{task} – объем данных одной подзадачи, $B_{network}$ – пропускная способность сети GRID.

В работе [15] показано, что для многомерно-матричных баз данных оптимизация размещения блоков в распределенной памяти может достигать коэффициента ускорения до 0.85 от теоретического максимума при использовании топологии тор. Практическое применение модели

Планируемое внедрение в промышленном секторе

Разработанная модель GRID-системы планируется к внедрению на предприятиях добывающей и перерабатывающей промышленности для решения задач прогнозирования технического состояния критического технологического оборудования.

Целевые отрасли промышленности для внедрения системы:

- алмазодобывающая и алмазообрабатывающая промышленность – мониторинг перерабатывающего оборудования обогащительных фабрик;
- металлургический сектор – контроль состояния прокатных станов, доменного и сталеплавильного оборудования;
- нефтегазовая отрасль – диагностика насосно-компрессорного оборудования и трубопроводной арматуры;
- энергетический сектор – прогнозирование остаточного ресурса турбинного оборудования электростанций.

Ожидаемые результаты от внедрения разработанной системы в промышленном секторе:

- снижение количества аварийных отказов оборудования на 60-70% за счет превентивного выявления предотказных состояний;
- сокращение затрат на техническое обслуживание и ремонт на 30-40% путем оптимизации графиков регламентных работ;
- повышение коэффициента готовности критического оборудования до 95-98% через минимизацию незапланированных простоев;
- увеличение срока службы оборудования на 15-25% благодаря адаптивному управлению режимами эксплуатации.

Для дополнительных компонентов разработанной системы (модули предварительной обработки и анализа данных, алгоритмы прогнозирования остаточного ресурса и подсистема визуализации результатов) получены три свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ¹.

Текущий этап реализации проекта включает проведение опытно-промышленной эксплуатации системы на пилотных объектах алмазной отрасли с последующим тиражированием решения на другие предприятия, добывающего и обрабатывающего секторов промышленности [16-25].

¹ Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024680153 Российская Федерация. Стохастическая система анализа надежности и планирования ремонтов на основе Гауссовских процессов с ковариационной функцией Матерна и методом моментов : № 2024669159 : заявл. 18.08.2024 : опубл. 26.08.2024 / А. В. Леонов. EDN: GZDZWA. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024680373 Российская Федерация. Инструментарий анализа эффективности ремонтных воздействий методами рекуррентного квантования и динамического временного искажения : № 2024669310 : заявл. 20.08.2024 : опубл. 28.08.2024 / А. В. Леонов. EDN: GNZQJT. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024680406 Российская Федерация. Тензорная модель и изотоническая регрессия для прогнозирования остаточного ресурса производственного оборудования : № 2024669266 : заявл. 19.08.2024 : опубл. 28.08.2024 / А. В. Леонов. EDN: ILBDCU



Заключение

В работе представлена модель организации локальных GRID-систем на основе контейнерных технологий для эффективной распределенной обработки многомерных данных. Статья посвящена применению разработанной модели к классу задач дообучения глубоких нейронных сетей для предиктивного технического обслуживания.

Ключевые результаты включают разработку математического аппарата на основе (λ, μ) -свернутых произведений с формулировкой теорем о декомпозиции и свертке по скоттовым индексам, предложение модели GRID-системы с использованием топологии тор для эффективной коммуникации и достижение практического внедрения с измеримым экономическим эффектом.

Разработанная модель применима для широкого класса задач обработки многомерных данных с возможностью выделения независимых измерений. Для задач технического обслуживания и ремонта система обеспечивает решение задач прогнозирования технического состояния, оценки остаточного ресурса, диагностики отклонений, оптимизации графиков обслуживания и адаптивного управления режимами эксплуатации оборудования.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку методов учета взаимозависимости между различными единицами оборудования в сложных производственных системах, что потребует расширения модели на случай многомерных стохастических процессов с зависимыми компонентами.

Список использованных источников

- [1] Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems // European Journal of Operational Research. 2002. Vol. 139, No. 3. P. 469-489. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00197-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00197-7)
- [2] Jardine A. K., Lin D., Banjevic D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance // Mechanical Systems and Signal Processing. 2006. Vol. 20, No. 7. P. 1483-1510. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.09.012>
- [3] Zio E. Reliability engineering: Old problems and new challenges // Reliability Engineering & System Safety. 2009. Vol. 94, No. 2. P. 125-141. <https://doi.org/10.1016/j.res.2008.06.002>
- [4] Si X.-S. Remaining useful life estimation – A review on the statistical data driven approaches / X.-S. Si [et al.] // European Journal of Operational Research. 2011. Vol. 213, No. 1. P. 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.11.018>
- [5] Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities / A. Heng [et al.] // Mechanical Systems and Signal Processing. 2009. Vol. 23, No. 3. P. 724-739. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.06.009>
- [6] Посыпкин М. А. Грид-системы из персональных компьютеров в России: текущее состояние и перспективы // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2012. № 8. С. 919-925. EDN: TJTRSH
- [7] Посыпкин М. А., Сухомлин В. А., Храпов Н. П. Комбинированные распределенные инфраструктуры в науке и образовании // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2015. Т. 11, № 1. С. 31-36. EDN: VBPXSV
- [8] Посыпкин М. А. Методы и распределенная программная инфраструктура для численного решения задачи поиска молекулярных кластеров с минимальной энергией // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 1. С. 210-219. EDN: KVVWXX
- [9] Мунерман В. И., Мунерман Д. В. Обобщение одного алгоритма параллельного умножения матриц в алгебре многомерных матриц // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 3. С. 566-577. <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202203.566-577>
- [10] Миронов А. И., Мунерман В. И. Создание частичного индексирования таблицы для оптимизации поисковых запросов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 3. С. 558-565. <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202203.558-565>
- [11] Мунерман В. И., Мунерман Д. В. Анализ алгоритма оптимального распределения // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2019. Т. 15, № 3. С. 619-625. <https://doi.org/10.25559/SITITO.15.201903.619-625>
- [12] Мунерман В. И. Реализация параллельной обработки данных в облачных системах // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2017. Т. 13, № 2. С. 57-63. <https://doi.org/10.25559/SITITO.2017.2.223>
- [13] Кириллов Е. В., Мельник К. В., Мунерман В. И. Параллельная реализация вывода ассоциативных правил на основе NUMA-архитектуры // Системы компьютерной математики и их приложения. 2019. № 20-1. С. 172-176. EDN: WLDSTO
- [14] Мунерман В. И., Мунерман Д. В. Соответствие операций в многомерно-матричной и реляционной моделях данных // Системы компьютерной математики и их приложения. 2019. № 20-1. С. 209-214. EDN: DSUTBO
- [15] Мунерман В. И., Синицын В. И., Шебеко Ю. С. Многомерные матричные модели для обработки больших данных // Системы компьютерной математики и их приложения. 2013. № 14. С. 93-96. EDN: RINXJT
- [16] Ильин П. Л., Мунерман В. И. Рекурсивное вычисление детерминанта многомерной матрицы // Системы компьютерной математики и их приложения. 2019. № 20-1. С. 162-167. EDN: TZXGSV
- [17] Мунерман В. И., Мунерман Д. В. О соответствии моделей данных и моделей вычислений // Системы компьютерной математики и их приложения. 2021. № 22. С. 146-152. EDN: PVXDHB
- [18] Мунерман В. И. Архитектура программно-аппаратного комплекса для массовой обработки данных на базе многомерно-матричной модели // Системы высокой доступности. 2015. Т. 11, № 2. С. 13-18. EDN: UBGECV
- [19] Kirikova A., Mironov A. Using Metadata-indexing to Improve the Efficiency of Complex Operations // 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia: IEEE Computer Society, 2021. P. 2124-2127. <https://doi.org/10.1109/ElConRus51938.2021.9396274>



- [20] Kirikova A., Mironov A., Munerman V. The Method of Composition Hash-functions for Optimize a Task of Searching Images in Dataset // 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). St. Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society, 2020. P. 1983-1986. <https://doi.org/10.1109/EIConRus49466.2020.9038919>
- [21] Munerman V., Munerman D. Realization of Distributed Data Processing on the Basis of Container Technology // 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). Saint Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society, 2019. P. 1740-1744. <https://doi.org/10.1109/EIConRus.2019.8656766>
- [22] Munerman V., Munerman D., Samoilova T. The Heuristic Algorithm For Symmetric Horizontal Data Distribution // 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia: IEEE Computer Society, 2021. P. 2161-2165. <https://doi.org/10.1109/EIConRus51938.2021.939651>
- [23] Zakharov V., Kirikova A., Munerman V., Samoilova T. Architecture of Software-Hardware Complex for Searching Images in Database // 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). Saint Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society, 2019. P. 1735-1739. <https://doi.org/10.1109/EIConRus.2019.8657241>
- [24] Морозов С. А., Мунерман В. И., Симаков В. А. Экспериментальный анализ многомерно-матричного подхода к построению маршрутов в графе // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2022. Т. 27, № 5. С. 676-686. <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2022-27-5-676-686>
- [25] Леонов А. В., Мунерман В. И., Силицын И. Н. Архитектура Grid-систем технического обслуживания и ремонта наукоемких изделий на основе динамического управления состояниями вычислительных узлов // Системы высокой доступности. 2025. Т. 21, № 3. С. 31-45. <https://doi.org/10.18127/j20729472-202503-03>

Поступила 14.12.2025; одобрена после рецензирования 25.02.2026; принята к публикации 12.03.2026.

Об авторах:

Леонов Александр Владимирович, аспирант, ФГБОУ ВО «Смоленский государственный университет» (214000, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д. 4), **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0005-7515-1916>, alexandr.leo@yandex.ru

Мунерман Виктор Иосифович, профессор кафедры прикладной математики и информатики физико-математического факультета, ФГБОУ ВО «Смоленский государственный университет» (214000, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д. 4), доктор технических наук, доцент, **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-9628-4049>, vimoon@gmail.com

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

References

- [1] Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*. 2002;139(3):469-489. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(01\)00197-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(01)00197-7)
- [2] Jardine A.K., Lin D., Banjevic D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2006;20(7):1483-1510. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2005.09.012>
- [3] Zio E. Reliability engineering: Old problems and new challenges. *Reliability Engineering & System Safety*. 2009;94(2):125-141. <https://doi.org/10.1016/j.res.2008.06.002>
- [4] Si X.S., Wang W., Hu C.H., Zhou D.H. Remaining useful life estimation – A review on the statistical data driven approaches. *European Journal of Operational Research*. 2011;213(1):1-14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.11.018>
- [5] Heng A., Zhang S., Tan A.C., Mathew J. Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2009;23(3):724-739. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.06.009>
- [6] Posypkin M.A. Grid systems from personal computers in Russia: current status and prospects. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2012;(8):919-925. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: TJTRSH
- [7] Posypkin M.A., Sukhomlin V.A., Khrapov P.V. Combined distributed infrastructures in science and education. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2015;11(1):31-36. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: VBPXSV
- [8] Posypkin M.A. Searching for minimum energy molecular clusters: methods and distributed software infrastructure for numerical solution of the problem. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*. 2010;(1):210-219. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: KVVWXX
- [9] Munerman V.I., Munerman D.V. Some Method for Constructing Cycles in a Graph. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022;18(3):566-577. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202203.566-577>
- [10] Mironov A.I., Munerman V.I. Create Partial Table Indexing for Search Sources. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022;18(3):558-565. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202203.558-565>
- [11] Munerman V.I., Munerman D.V. Analysis of an Optimal Distribution Algorithm. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2019;15(3):619-625. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.25559/SITITO.15.201903.619-625>
- [12] Munerman V.I. The Implementation of Parallel Data Processing in Cloud Systems. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2017;13(2):57-63. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.25559/SITITO.2017.2.223>
- [13] Kirillov E.V., Melnik K.V., Munerman V.I. Parallel Association Rules Mining Based on Numa-Architecture. *Computer Mathematics Systems and Their Applications*. 2019;(20-1):172-176. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: WLDSTO



- [14] Munerman V.I., Munerman D.V. The Compliance of Operations of Multi-Dimensional Matrix Algebra with Operations of the Relational Data Model. *Computer Mathematics Systems and Their Applications*. 2019;(20-1):209-214. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: DSUTBO
- [15] Munerman V.I., Sinitsyn V.I., Shebeko Yu.S. Multidimensional matrix models for big data processing. *Computer Mathematics Systems and Their Applications*. 2013;(14):93-96. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: RINXJT
- [16] Iljin P.L., Munerman V.I. Recursive Computation of the Multidimensional Matrix Determinant. *Computer Mathematics Systems and Their Applications*. 2019;(20-1):162-167. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: TZXGSV
- [17] Munerman V.I., Munerman D.V. About the correspondence of data models and calculation models. *Computer Mathematics Systems and Their Applications*. 2021;(22):146-152. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: PVXDHB
- [18] Munerman V.I. Construction of Hardware-Software Complexes Architecture to Improve Massively Data Processing. *Highly available systems*. 2015;11(2):13-18. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: UBGEVC
- [19] Kirikova A., Mironov A. Using Metadata-indexing to Improve the Efficiency of Complex Operations. In: 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia: IEEE Computer Society; 2021. p. 2124-2127. <https://doi.org/10.1109/ElConRus51938.2021.9396274>
- [20] Kirikova A., Mironov A., Munerman V. The Method of Composition Hash-functions for Optimize a Task of Searching Images in Dataset. In: 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society; 2020. p. 1983-1986. <https://doi.org/10.1109/ElConRus49466.2020.9038919>
- [21] Munerman V., Munerman D. Realization of Distributed Data Processing on the Basis of Container Technology. In: 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). Saint Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society; 2019. p. 1740-1744. <https://doi.org/10.1109/ElConRus.2019.8656766>
- [22] Munerman V., Munerman D., Samoilova T. The Heuristic Algorithm For Symmetric Horizontal Data Distribution. In: 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia: IEEE Computer Society; 2021. p. 2161-2165. <https://doi.org/10.1109/ElConRus51938.2021.939651>
- [23] Zakharov V., Kirikova A., Munerman V., Samoilova T. Architecture of Software-Hardware Complex for Searching Images in Database. In: 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). Saint Petersburg and Moscow, Russia: IEEE Computer Society; 2019. p. 1735-1739. <https://doi.org/10.1109/ElConRus.2019.8657241>
- [24] Morozov S.A., Munerman V.I., Simakov V.A. Experimental Analysis of Multidimensional Matrix Approach to Constructing Routings in a Graph. *Proceedings Of Universities. Electronics*. 2022;27(5):676-686. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2022-27-5-676-686>
- [25] Leonov A.V., Munerman V.I., Sinitsyn I.N. Grid System Architecture for Solving Maintenance and Repair Tasks of Knowledge-Intensive Products Based on Dynamic Management of Computational Node States. *Highly available systems*. 2025;21(3):31-45. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.18127/j20729472-202503-03>

Submitted 14.12.2025; approved after reviewing 25.02.2026; accepted for publication 12.03.2026.

About the authors:

Alexsandr V. Leonov, Postgraduate Student, Smolensk State University (4 Przhevalsky St., Smolensk 214000, Russian Federation), **ORCID:** <https://orcid.org/0009-0005-7515-1916>, alexandr.leo@yandex.ru

Victor I. Munerman, Professor of the Chair of Applied Mathematics and Informatics, Faculty of Physics and Mathematics, Smolensk State University (4 Przhevalsky St., Smolensk 214000, Russian Federation), Dr. Sci. (Tech.), Associate Professor, **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0002-9628-4049>, vimoon@gmail.com

All authors have read and approved the final manuscript.

