УДК 519.71

Лепихин Т.А.

Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия

МИНИМИЗАЦИЯ ВРЕМЕНИ ПЕРЕХОДА МОБИЛЬНОГО РОБОТА НА ЗАДАННУЮ ТРАЕКТОРИЮ

АННОТАЦИЯ

В статье предлагается метод решения задачи минимизации времени перевода мобильного колесного робота из некоторого начального положения на заданную траекторию. Строится кинематическая и динамическая модель объекта управления. Рассматривается подход к формированию опорных точек, по которым ориентируется робот во время движения. Приводятся результаты имитационного моделирования с вариациями параметров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Мобильный робот, оптимизация, быстродействие, перевод на траекторию.

LepikhinT.A.

Saint-Petersburg State University, St. Petersburg, Russia

TIME MINIMIZATION FOR RIDING A MOBILE ROBOT TO THE DESIRED TRAJECTORY

ABSTRACT

The paper proposes a method for solving the problem of minimizing mobile wheeled robot transfer time from an initial position to a predetermined trajectory. Kinematic and dynamic model of the control object is described. An approach to the formation of ground control points, which orients the robot while in motion. We give the simulation results with parameter variations.

KEYWORDS

Mobile robot, optimization, time minimization, transferring to trajectory.

Введение

В настоящее время ставится и решается большое количество задач так или иначе имеющих отношение к всевозможным роботам. Несомненно, это обусловлено огромным интересом ко всем направлениям робототехники: моделирование робототехнических систем, разработка систем управления, бои роботов и соревнования различных уровней сложности, военное и общегражданское применение роботов.

В рамках данной работы рассматривается задача перехода мобильного колесного робота на заданную траекторию за наименьшее время. Подобные задачи могут ставиться в условиях обхода роботом существенного препятствия и возвращения на исходный курс, либо возвращение к первоначальной траектории в случае непредвиденного отклонения.

Объектом исследования является мобильный колесный робот, представляющий собой трехколесную платформу одним передним рулевым колесом и двумя задними ведущими колесами. Структурная схема рассматриваемого объекта управления представлена на рис. 1.

Кинематическая модель

Рассмотрим кинематическую и динамическую модели рассматриваемого объекта управления. Пусть x_c, y_c – декартовы координаты точки*C*, расположенной в середине задней оси, x_g, y_g – центра масс платформы в точке *G*, и пусть θ – угол между продольной осью платформы и осью *OX* (положительным направлением), тогда вектор обобщенных координат $q_g = \left(x_g, y_g, \theta\right)^T$ или $q_c = \left(x_c, y_c, \theta\right)^T$ полностью описывает положение системы в инерциальной прямоугольной системе координат*OXY*. Отметим, что при равенстве угловых скоростей на задних колесах $\omega_r = \omega_l$ платформа

будет двигаться строго по прямой, перпендикулярной к задней оси, в случае же если колеса вращаются в противоположные стороны при одинаковых скоростях $\omega_r = -\omega_l$ платформа поворачивается на угол $\omega = \dot{\theta}$. В общем случае, угловые скорости на правом и левом колесах различны, за счет чего движение мобильной платформы в горизонтальной плоскости является сложным.

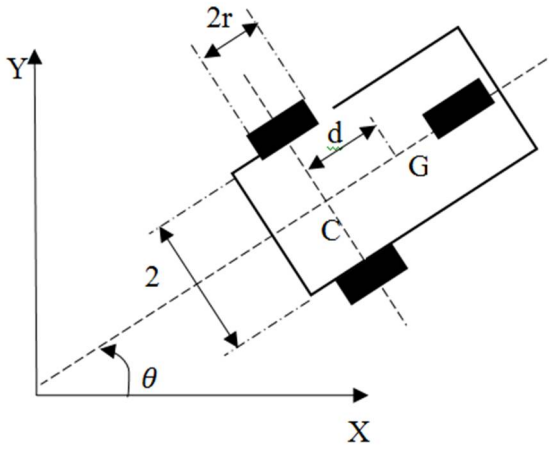

Рис.1. Структурная схема колесного робота

Приведенное ниже уравнение [1] описывает скорости мобильной платформы при движении без проскальзывания:

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где *r* – радиус колеса, *R* – половина расстояния между задними колесами.

Выражая из уравнений скорости центра масс скорости по координатам, получим:

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= v\cos\theta - d\omega\sin\theta \\ \dot{y}_g &= v\sin\theta + d\omega\cos\theta \end{aligned} \tag{2}$$

В матричной форме уравнение (2) перепишется в виде (3):

$$\dot{q}_g = \begin{pmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -d\sin\theta \\ \sin\theta & d\cos\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = A \cdot V\,. \tag{3}$$

Тогда кинематическую модель движения колесного робота может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r}{2}\cos\theta - \frac{rd}{2R}\sin\theta & \frac{r}{2}\cos\theta + \frac{rd}{2R}\sin\theta \\ \frac{r}{2}\sin\theta + \frac{rd}{2R}\cos\theta & \frac{r}{2}\sin\theta - \frac{rd}{2R}\cos\theta \\ \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{pmatrix}. \tag{4}$$

<u>Динамическая модель</u>

Ускорение центра масс получается из уравнения векторного положения точки Gи выглядит следующим образом:

$$a_g = \left(\dot{v} - d\dot{\theta}^2\right) \cdot e^{i\theta} + i \cdot \left(d\ddot{\theta} + v\dot{\theta}\right) \cdot e^{i\theta}\ , \tag{5}$$

где первое слагаемое представляет собой радиальную компоненту, вторая – тангенциальную.

Прямолинейное движение мобильной платформы обеспечивается силой тяги *F* и крутящим моментом τ . Пусть*m* – *полная* масса платформы, J_g – момент инерции вращения вокруг центра масс. Тогда можно записать следующие выражения:

$$F = m\dot{v} - md\dot{\theta}^2$$
$$\tau = \left(J_g + md^2\right)\ddot{\theta} + mdv \cdot \tag{6}$$

С другой стороны выражения (6) могут быть представлены через вращательные моменты ведущих колес τ_r, τ_l в виде: $F = \frac{1}{r}(\tau_r + \tau_l)$, $\tau = \frac{R}{r}(\tau_r + \tau_l)$. Тогда динамическая модель выглядит следующим образом:

$$B \cdot \tau = M \cdot \dot{V} + C, \tag{7}$$

где $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} & \frac{1}{r} \\ \frac{R}{r} & -\frac{R}{r} \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & J_g + md^2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -md\dot{\theta}^2 \\ mdv\theta \end{pmatrix}$, $\tau = \begin{pmatrix} \tau_r \\ t_l \end{pmatrix}$.

Планирование пути и синтез управляющего воздействия

В качестве качественной характеристики процесса управления выступает время [2, 3]. Следовательно, оптимизационную задачу можно поставить в виде (8):

$$T = \int_{SP}^{EP} \frac{ds}{v}, \tag{8}$$

где $ds = \sqrt{\dot{x}^2(u) + \dot{y}^2(u)}du$.

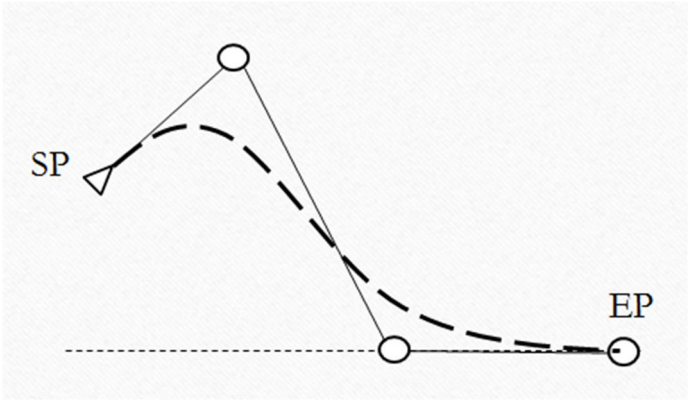

Рис. 2. Планирование пути

Предлагаемый в работе подход основан на параметризации пути [2], т.е. при стабилизации робота на траектории вводится некоторое желаемое значение $q_0(x_d, y_d, \theta_d)$, к которому стремится робот и которое, соответственно, находится в допустимой окрестности траектории.

Введем следующую параметризацию траектории:

$$x_r(t) = X_r(s(t))$$
$$y_r(t) = Y_r(s(t)) \ .$$
$$\theta(t) = \Theta(s(t))$$

Выбор функции $s(t)$ зависит от следующих нюансов:

- Если робот проскочит заданную позицию, ему придется возвращаться, что существенно повлияет на время перехода;
- Если робот не дойдет до указанной позиции, то придется поворачивать и как следствие такой же результат с превышением времени перехода.

Поэтому выберем такую функцию $u(s)$ [4], что $\dot{s} = \frac{1}{u(s)}$. Выразим из функционала время через $u(s)$ и получим следующее выражение: $t(s) = \int_{s_{start}}^{s} u(\mu)d\mu$. Тогда для конечной позиции s_{finish} получаем время желаемого переходного процесса в виде (9):

$$T = \int_{s_{start}}^{s_{finis}} u(\mu) d\mu . \quad (9)$$

Собственно, задача состоит в выборе такой функции $u(s)$, которая обеспечивает минимальное значение функционала (9) [2, 3].

Для решения поставленной задачи, разобьем весь путь на промежуточные точки $s_{start}, s_1, \ldots, s_{n-1}, s_{finish}$ как показано на рис. 3, т.е. имеем *n+1* точек. Чем больше *n*, тем точнее получается решение, но при этом требуется больше времени вычислений.

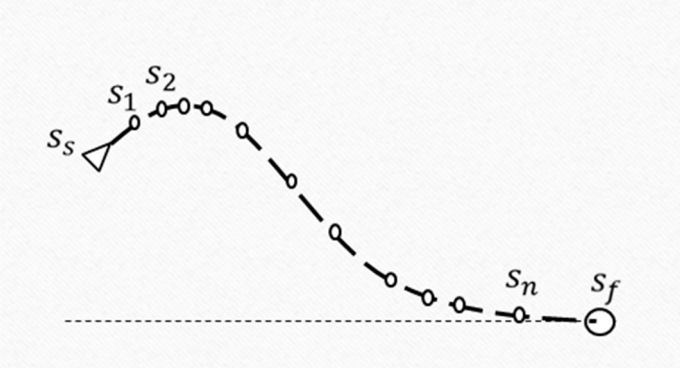

Рис. 3. Разбиение траектории

Стоить также отметить, что в промежуточных позициях должны выполняться ограничения на максимальную скорость перехода между точками. Кроме того, необходимо регулировать шаг отрезка $[s_k, s_{k+1}]$, поскольку кривизна текущего пути может быть различна. Ввиду сказанного, для большой кривизны выбирается шаг равный $\Delta s = \alpha \frac{X^2(s) + Y^2(s)}{\sqrt{(X'(s))^2 + (Y'(s))^2}}$, а для малой соответственно $\Delta s = \alpha \frac{\Delta L}{\sqrt{(X'(s))^2 + (Y'(s))^2}}$. Малая кривизна характеризуется граничным соотношение $\frac{\alpha}{\Delta L}$ (меньше – малая, больше – большая).

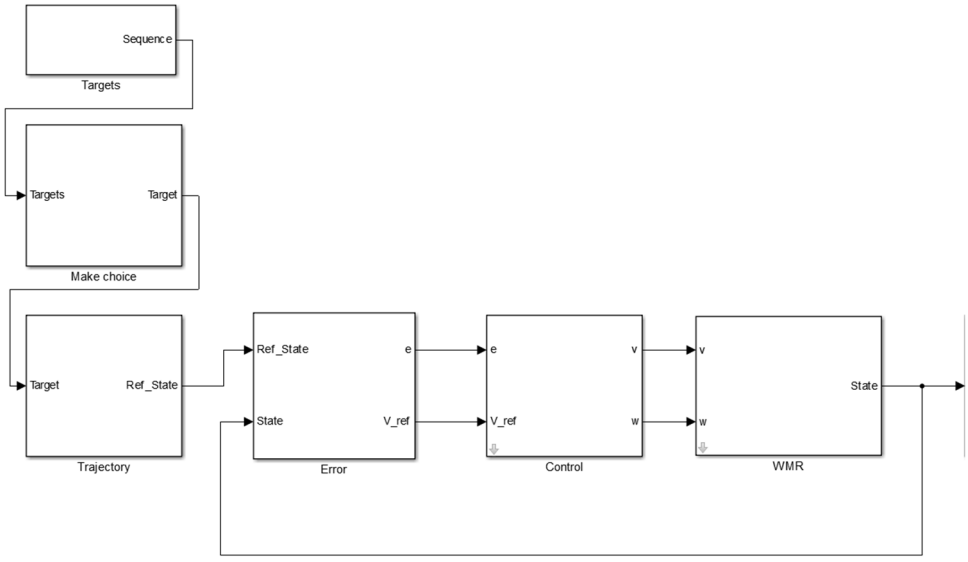

Рис.4. Сема компьютерной модели

Программная реализация

Моделирование проводилось в подсистеме Simulink пакета MATLAB. При формировании компьютерной модели принято, что желаемая траектория робота задается изначально набором точек *N* на плоскости (x_k, y_k). В качестве наиболее быстрого перехода между соседними позициями можно выбрать прямолинейное движение. Начальная позиция робота считается значительно смещенной относительно траектории. Общая схема системы представлена на рис. 4.

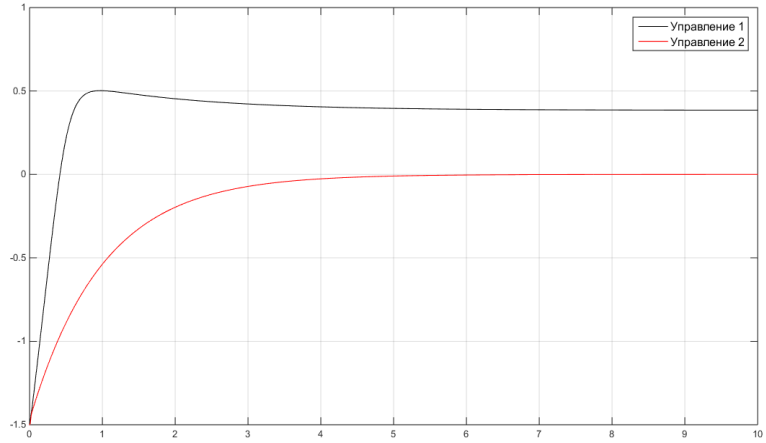

Рис. 5. График ошибки позиционирования относительно траектории

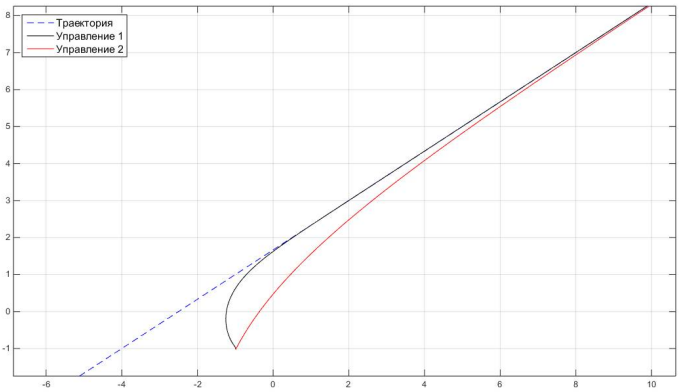

Рис. 6. Графики движения системы вдоль прямой при различных значениях параметров

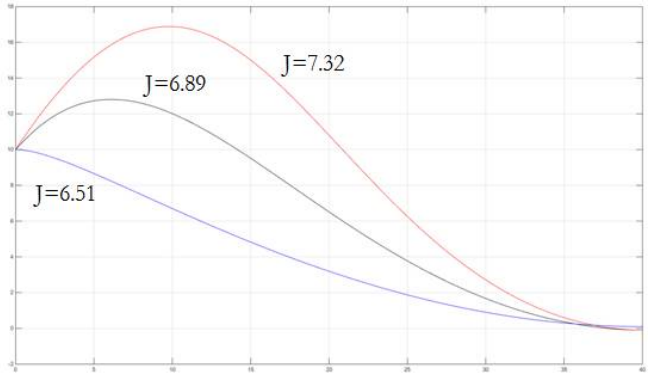

Рис. 7. Вариация параметров

Приведем краткое описание блоков модели:

- Блок "Targets" содержит набор точек (x_k, y_k);
- блок "Make choice" отвечает за выбор актуальной точки для выхода на траекторию, т.е. переход в точку s_{finish};
- блок "Trajectory" генерирует оптимальную траекторию;
- блоки "Error" и "Control" вычисляют отклонение от траектории и управляющее воздействие соответственно;
- блок "WMR" моделирует кинематику объекта управления.

Рассмотрим пример применения реализуемой модели. Заданы две точки $(0;0),(20;65)$. Оптимальный путь находится по трем опорным точкам сплайна. Исходная позиция робота –

$\left(-5.42, -\frac{\pi}{6}\right)$. Переходные процессы отработки ошибки, оптимальной траектории представлены на рис. 5, 6.

Лучшее возможное время получилось равным 6.89 с. при учете ограничений на скорость.

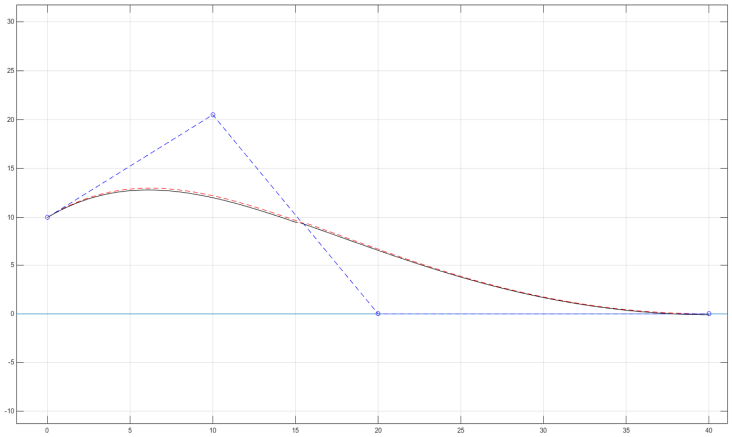

Рис. 8. Опорные точки и траектория движения

Заключение

В работе показан подход к решению задачи перехода робота на заданную траекторию с оптимизацией по быстродействию путем планирования траектории с помощью опорных точек. Проведено компьютерное моделирование кинематико-динамической модели с реализацией алгоритма выбора опорных точек и подсчетом функционала качества. Результаты, полученные при моделировании, подтверждают состоятельность метода.

Тем не менее, есть возможность еще улучшить время переходного процесса за счет выбора прямолинейного движения. Однако в этих случаях возможны трудности, поскольку движение робота осуществляется с максимальной скоростью. Могут возникнуть ситуации, при которых робот может опрокинуться. Поэтому в работе найден, можно сказать, некий квазиоптимальный вариант решения, удовлетворяющий ограничениям, накладываемым на возможное движение робота.

Литература

1. Oriolo G., De Luca A., Vendittelli M. Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview // IEEE Transactions on control systems technology, VOL. 10, №. 6, 2002.
2. Veremey E.I., Sotnikova M.V., Eremeev V.V., Korovkin M.V. Modal parametric optimization of control laws with special structure. Source of the Document International Conference on Control, Automation and Systems, 2014, pp. 1278-1283.
3. Sotnikova, M., Veremey, E., Zhabko, N. Wheel angular velocity stabilization using rough encoder data. International Conference on Control, Automation and Systems, 2014, pp. 1345-1350.
4. Kanayama Y, et al. A Stable Tracking Control Method for a Non-Holonomic Mobile Robot // Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop Intelligent Robots and Systems, 1991, P. 1236–1241.

References

1. Oriolo G., De Luca A., Vendittelli M. Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview // IEEE Transactions on control systems technology, VOL. 10, №. 6, 2002.
2. Veremey E.I., Sotnikova M.V., Eremeev V.V., Korovkin M.V. Modal parametric optimization of control laws with special structure. Source of the Document International Conference on Control, Automation and Systems, 2014, pp. 1278-1283.
3. Sotnikova, M., Veremey, E., Zhabko, N. Wheel angular velocity stabilization using rough encoder data. International Conference on Control, Automation and Systems, 2014, pp. 1345-1350.
4. Kanayama Y, et al. A Stable Tracking Control Method for a Non-Holonomic Mobile Robot // Proc. IEEE/RSJ Int. Workshop Intelligent Robots and Systems, 1991, P. 1236–1241.

Поступила 21.10.2016

Об авторах:

Лепихин Тимур Андреевич, доцент кафедры компьютерных технологий и системСанкт-Петербургского государственного университета, кандидат физико-математических наук, LepikhinTA@gmail.com.