УДК 378.147 DOI 10.25559/SITITO.2017.4.494

Букушева А.В.

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ

Аннотация

Статья посвящена изучению проблемы использования в геометрическом образовании IT-специалистов учебных исследований и экспериментов. Рассматривается исследовательский метод в обучении компьютерной геометрии будущих бакалавров, обучающихся по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки». Приведены примеры геометрических задач, для решения которых использование компьютерных средств является целесообразным. Эти задачи рассматриваются как разновидности учебно-исследовательских задач, порождающие проблемные ситуации, для разрешения которых требуется экспериментирование с динамическими моделями математических объектов.

Ключевые слова

Обучение геометрии в вузе; исследовательские задачи; компьютерный эксперимент; компьютерная геометрия; математика и компьютерные науки.

Bukusheva A.V.

National Research Saratov State University named after G.N. Chernyshevsky, Saratov, Russia

COMPUTER RESEARCH IN TEACHING GEOMETRY FUTURE BACHELORS

Abstract

The article is devoted to the study of the problem of usage educational studies and experiments in the geometric education of IT specialists. We consider research method applied in teaching Computer Geometry intending Bachelors studying `Mathematics and Computer Science` 02.03.01. Examples of educational and research geometric problems that require usage of computer means in order to be solved are given. These tasks are considered as variations of educational and research tasks creating problems that demand experiments with dynamic models of mathematic objects in order to be solved.

Keywords

Geometry teaching in university; research tasks; computer experiment; computer geometry; Mathematics and Computer Science.

Введение

В последние десятилетия активно развивается компьютерное геометрическое моделирование. Разработано много программ, позволяющих визуализировать геометрические объекты, возникающие при моделировании самых разных процессов, наглядно демонстрировать их свойства и ставить компьютерные эксперименты с целью проверки математических, физических, биологических, экономических и других гипотез. Компьютерная модель выступает средством отражения связей и отношений, сущности геометрических объектов. В процессе решения задачи модели геометрических объектов являются необходимыми инструментами исследования, проведения экспериментов, проверки гипотез и уточнения фактов, позволяя выделять закономерности и формулировать обобщающие утверждения.

Широкое распространение идей и методов геометрии в различных областях науки и производства, возрастание роли геометрического образования, использование информационных и коммуникационных технологий в научной и образовательной деятельности повышают актуальность методических исследований в области обучения геометрии. Проведенный анализ работ (В.А. Далингера, В.П. Дьяконова, А.О. Иванова, Ю.Г. Игнатьева, Д.П. Ильютко, М.П. Лапчика, Г.В. Носовского, В.Б. Таранчука, А.А. Тужилина, А.Т. Фоменко, Е.К. Хеннера и др.) и диссертационных исследований (О.А. Бушковой, А.Р. Ганеевой, В.И. Глизбург, Т.В. Капустиной, В.Р.Майера, Л.П. Мартиросян и др.), посвященных использованию систем компьютерной математики в процессе преподавания математических дисциплин в вузе, позволяют сделать вывод о том, что проблема обучения студентов решению геометрических задач компьютерными методами остается актуальной и в то же время недостаточно разработанной проблемой.

Современные инструменты ИКТ открывают возможности для проведения математических экспериментов и исследований на геометрическом материале. Компьютерные средства используются для выдвижения гипотез, которые затем доказательно обосновываются. Например, авторы статей [1, 2] для формулирования гипотез, связанных с чевианами треугольника и коническими сечениями, проходящими через основания этих чевиан или через иные точки, и их экспериментальной проверки использовали возможности среды GeoGebra.

Экспериментальные методы использовались учеными на протяжении истории развития математической науки. Идея исследовательского обучения математике в России зародилась в середине XVIII века как идея сближения обучения с чертами научного исследования. История развития экспериментального подхода в математике и математическом образовании подробно изложена в монографии [3]. Появление компьютеров привело к распространению в математике экспериментального подхода. Большую роль в математических исследованиях играют компьютерные эксперименты: они могут или дать иллюстрацию утверждения, или опровергнуть его, или натолкнуть какую-либо (в том числе новую) идею. Методы экспериментальной математики существенным образом меняют характер математического исследования, получение результатов и способы проведения доказательств, находят применение в обучении математике (С. Гроздев, С.Г. Иванов, В.Н. Дубровский, А.В. Середа, Т.Ф. Сергеева, В.И. Рыжик, И.С. Храповицкий, М.В. Шабанова, Г. Шуман, А.В. Ястребов и др.). В настоящее время методы и средства экспериментальной математики находят применение в обучении математике как в школе, так и в вузе. Практический опыт исследовательского обучения математике в школе в стиле экспериментальной математики представлен в работах [3, 4]. А.В. Ястребовым предложена модель подготовки студентов к исследовательской деятельности [5].

В процессе преподавания математики целесообразно добиваться от студентов и школьников как усвоения математических фактов, так и овладения исследовательскими умениями в области математики, необходимо включать обучающихся в учебные, научные исследования, приобщать их к методам и формам исследовательской деятельности. В «Концепции развития математического образования в Российской Федерации» определяется одно из главных условий развития системы высшего образования – вовлеченность преподавателей и студентов в фундаментальные и прикладные исследования [6]. Нормативной основой для нашего исследования также выступают Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования по УГНС 02.00.00, в которых зафиксирован один из видов профессиональной деятельности выпускника – научно-исследовательский. Так, согласно действующему ФГОС 3+ [7] бакалавр по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» в своей профессиональной деятельности, в частности, использует математические методы в научных исследованиях, применяет методы математического и алгоритмического моделирования при анализе прикладных проблем, должен обладать способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе; решать задачи профессиональной деятельности с применением информационно-коммуникационных технологий.

В подготовке бакалавров особое место занимает компьютерная геометрия, которую можно считать связующим звеном между другими математическими дисциплинами, входящими в учебный план. Компьютерная геометрия занимается компьютерным моделированием, связанным с визуализацией геометрических моделей. Компьютерная геометрия дает современному исследователю мощный инструмент для проведения разнообразных компьютерных экспериментов, в результате которых формируются или отвергаются те или иные гипотезы. Поэтому требования к геометрической подготовке выпускников вуза выходят на качественно новый уровень. В научной литературе можно найти примеры, демонстрирующие эффективность экспериментальных методов в решении математических задач. В то же время чаще всего студентам предлагаются для изучения математики готовые конструкции, лишая их, тем самым, возможности приходить к истинным заключениям на основе собственного, нужным образом организованного опыта.

Цель исследования

Внедрение информационных технологий в структуру математического образования позволяет включить в учебный процесс использование экспериментов. Возможность для проведения компьютерного исследования и эксперимента к изучению математики представляет геометрия. В статье рассматриваются возможности систем компьютерной математики в организации компьютерного исследования на занятиях по компьютерной геометрии.

Основная часть

В педагогической литературе под исследовательской деятельностью понимается деятельность, связанная с решением творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным ответом и предполагающая наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере: постановку проблемы, изучение теории, связанной с выбранной темой, подбор методик исследования и практическое овладение ими, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы (И.А. Зимняя, Е.А. Шашенкова и др.). В обучении цель исследовательской деятельности состоит в приобретении обучающимися исследовательских умений как способа освоения действительности, в развитии способности к исследовательскому способу мышления. Учебно-исследовательская работа направлена на получение студентом «нового для себя» знания, при этом учебно-исследовательские задачи могут выступать в учебном процессе вуза определенным аналогом исследовательских задач в науке. Использование систем компьютерной математики (Maple, Wolfram Mathematica, MathLab и т.д.) в учебном процессе позволяет рассматривать на занятиях задачи, которые ранее не решались в связи с их сложностью.

Известно, что эксперимент является важнейшим средством научного познания. Появление компьютеров привело к распространению в математике экспериментального подхода. В своем выступлении А.П. Ершов [8] перечислил основные ожидаемые эффекты от использования компьютера в образовательном процессе. Перечислим некоторые из них, наиболее значимые для нашего исследования: «… 7. Компьютер вносит в учебный процесс принципиально новые познавательные средства, в частности вычислительный эксперимент, решение задач с помощью экспертных систем, конструирование алгоритмов и пополнение баз знаний. ...9. Наконец, свойства универсальности и программируемости, способность к многоцелевому применению компьютера позволяют во многих случаях сократить стоимость технических средств обучения за счет исключения затрат на натурный эксперимент и лабораторные работы и более дешевой программной настройки с одного применения на другое.» [8, с.18]. Также А.П. Ершов отмечает, что благодаря динамизации математических объектов происходит приближение учебного процесса к исследованию и эксперименту [8, с.34].

На единство экспериментального и теоретического начал математики, а также значимость этих начал как для самой науки, так и для математического образования обращали внимание многие ученые. Например, в трудах В.И. Арнольда много внимания уделено экспериментальным методам в математике. Приведем знаменитое утверждение В.И. Арнольда: «Математика является экспериментальной наукой – частью теоретической физики и членом семейства естественных наук. … Умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования. Успех приносит не столько применение готовых рецептов (жестких моделей), сколько математический подход к явлениям реального мира. » [9].

Пакеты прикладных программ существенно расширили возможности ученых в экспериментировании с объектами математических исследований. В настоящее время компьютерные визуальные среды позволяют включить в учебный процесс систематическое использование математических экспериментов. Мы вслед за авторами монографии [3], будем считать, что деятельность исследователя с объектами материального мира или их идеальными образами относится к области экспериментальной математики, если ее результатами являются гипотезы о свойствах математических объектов и/или математические предпонятия или понятия.

Понятие задачи экспериментальной математики рассматриваем в контексте теории исследовательского обучения [3, 4]. Мы придерживаемся уровневой модели исследовательского обучения, разработанной Х. Банчи, Р. Белл [10]:

I уровень (Confirmation Inquiry). Обучающиеся проверяют истинность известных результатов исследований.

II уровень (Structured Inquiry). Обучающиеся решают исследовательскую задачу, поставленную преподавателем, по строго намеченному им плану. Преподаватель находится в роли научного руководителя.

III уровень (Guided Inquiry). Преподаватель ставит перед обучающимися исследовательскую задачу. При этом обучающиеся сами планируют исследование, определяют порядок работ, а затем сообщают о полученных результатах, защищают их.

IV уровень (Open Inquiry). Обучающиеся сами формулируют исследовательские вопросы, реализуют исследовательские процедуры, делают отчёт о своих результатах.

Экспериментально-исследовательский подход к изучению математики в вузе реализуется нами на занятиях по компьютерной геометрии. Так, в частности,

1) в процессе изучения геометрии у студента появляется возможность использовать уже сформированные интуитивные представления о реальных образах геометрических объектов;

2) использование компьютерных программ делает возможным визуализацию геометрических конструкций;

3) экспериментальные исследования в геометрии способствуют развитию образного мышления студентов;

4) использование компьютерных средств в изучении геометрии позволяет студенту осознать междисциплинарный характер математики вообще и геометрии, в частности.

В подготовке будущих бакалавров, обучающихся по направлению «Математика и компьютерные науки» в Саратовском государственном университете, можно выделить следующие геометрические дисциплины: «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология», «Гладкие многообразия и управляемые системы», «Дополнительные главы геометрии и алгебры», «Симплектическая геометрия и гамильтоновы системы», «Группы и алгебры Ли», «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование».

Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование изучается будущими бакалаврами на четвертом курсе. Основными программными средствами выбраны: система Wolfram Mathematica, а также Maxima, GeoGebra. На лабораторных занятиях студенты решают не только задачи по дифференциальной геометрии, вычислительной геометрии, что является традиционном для данного курса, но и задачи по тем дисциплинам, которые определяются научными исследованиями кафедры, реализующей компьютерную геометрию. Некоторые междисциплинарные связи компьютерной геометрии с геометрическими дисциплинами и ее роль в подготовке бакалавров и магистров проанализированы в [11, 12].

Продемонстрируем применение GeoGebra, Wolfram Mathematica в качестве средства проведения компьютерного исследования при решении задач аналитической, дифференциальной и симплектической геометрии.

I. Покажем возможности интерактивной геометрической среды GeoGebra в качестве средства проведения компьютерного исследования при решении задач аналитической геометрии, соответствующей первому уровню (Confirmation Inquiry):

1) Под каким углом видны из фокусов отрезки касательных к эллипсу, заключенные между касательными, проведенными в вершинах большой оси?

2) Экспериментально проверить и доказать следующие утверждения: а) касательные к эллипсу отсекают на двух касательных, проведенных в концах большой оси, отрезки, произведение которых есть величина постоянная, равная квадрату малой полуоси; б) произведение расстояний любой точки гиперболы до двух асимптот есть величина постоянная; в) если плоскость отсекает на осях координат отрезки, соответственно равные a, b и c, то длина перпендикуляра, опущенного на эту плоскость из начала координат, удовлетворяет соотношению: $1/a^2+1/b^2+1/c^2=1/p^2$.

В первой задаче, перемещая точку M по эллипсу, видим, что рассматриваемые углы являются прямыми (рис. 1). Отсюда следует гипотеза, данные отрезки видны из фокусов под прямым углом. Далее обучающимся нужно теоретически обосновать полученное предположение. Аналогично проверяются утверждения второй задачи.

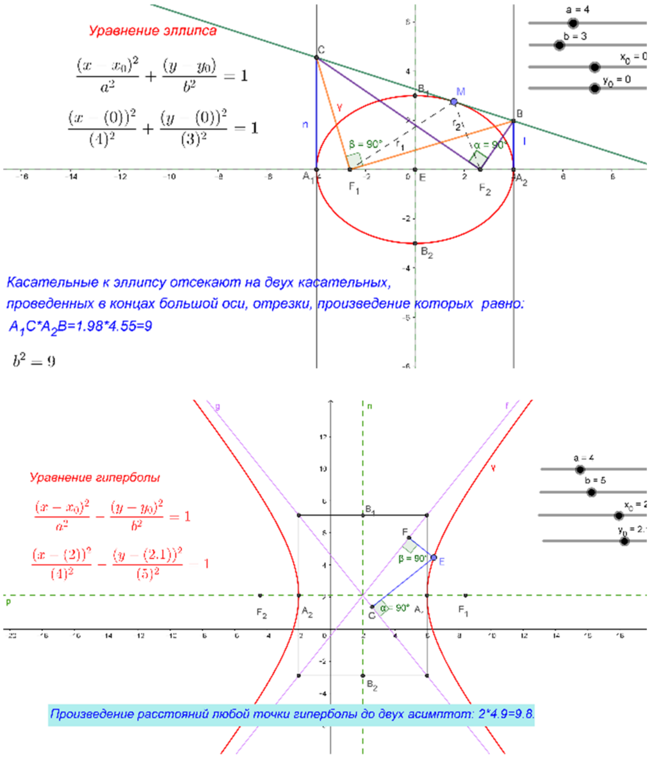

Рис 1. Эллипс и гипербола к задачам 1-2(а) и 2(б) соответственно

Приведенные задачи по аналитической геометрии могут быть использованы для организации компьютерного исследования: при проведении лабораторных работ по аналитической геометрии (если данный вид занятий предусмотрен рабочей программой дисциплины); в рамках внеаудиторной самостоятельной работы; по учебной практике, которая проводится в конце первого года обучения будущих бакалавров.

II. Приведем пример задачи построения геодезических на поверхностях вращения, соответствующей третьему уровню (Guided Inquiry). Геодезические линии находят приложения в прикладных исследованиях. Движения многих типов механических систем, а также тел или частиц в гравитационных и электромагнитных полях, в сплошной среде часто происходит по траекториям, которые можно рассматривать как геодезические линии некоторых пространств. В качестве компьютерного исследования предлагается изучить поведение геодезических на римановых многообразиях специального вида, к которым можно отнести тор, сферу, цилиндр, вложенные как в евклидово трехмерное пространство, так и в трехмерное пространство с римановой метрикой специального вида.

Для решения задачи необходимо изучить следующие теоретические вопросы: деривационные формулы Гаусса; параллельный перенос векторного поля вдоль кривой; геодезическая кривизна кривой на поверхности; дифференциальное уравнение геодезических линий. Используя систему компьютерной математики (в нашем случае Wolfram Mathematica), для данной поверхности вращения (параболоид, тор, конус, цилиндр и др.) визуализировать геодезическую, выходящую из данной точки в данном направлении, предусмотреть динамическое изменение точки, направления и длины геодезической. Студентам также предлагается провести компьютерный эксперимент, который состоит в проверке утверждения: на поверхности вращения вдоль каждой геодезической линии произведение радиуса параллели на синус угла между геодезической линией и меридианом постоянно. Убедившись в правильности данного утверждения, доказать его. Компьютерный эксперимент также можно использовать для изучения замкнутых геодезических на выпуклых многогранниках.

III. Приведем пример исследовательской задачи по симплектической и компьютерной геометрии. Проблема интегрирования гамильтоновых систем дифференциальных уравнений является одной из главных при изучении дисциплины «Симплектическая геометрия и гамильтоновы системы». Нахождение первых интегралов гамильтоновых систем представляет важную задачу не только математики, но и естествознания в целом. На занятиях по симплектической геометрии студенты знакомятся с геометрическим вариантом теоремы Нетер, позволяющей находить первые интегралы гамильтоновых систем. Теорема Нетер позволяет находить первые интегралы гамильтоновых систем, используя свойства векторных полей, возникающих на кокасательном расслоении гладких многообразий. В общей теории отсутствует универсальный способ построения нужных векторных полей. На лабораторных занятиях по компьютерной геометрии студентам предлагается с помощью прикладных программ определять векторные поля с использованием параметров, а затем находить нужные значения параметров так, чтобы построенные векторные поля удовлетворяли критериям теоремы Нетер.

Рассмотрим пример такой задачи. Пусть векторное поле $\boldsymbol{x}$, заданное на двумерном многообразии M, имеет вид: $\boldsymbol{x}=(x^1)^2\partial_1+ g(x^1,x^2)\partial_2$. Векторное поле $\boldsymbol{y}$ заданно на T^*M. Функция f: $T^*M\to R$, имеет вид: $f=(x^1)^2 + (p^1)^2 - 2p^2$. Найти векторное поле $\boldsymbol{y}$ и определить функцию $g(x^1,x^2)$, если известно, что $\alpha(\boldsymbol{y}) = 0$. Выполнив необходимые вычисления, получим дифференциальное уравнение, решением которого будет искомая функция $g(x_1,x_2)$:

In[3]:= d = 2(x^1)^3 - 2p_1 (2p_1 x_1+ p_2 D[g[x_1, x_2], x_1])+ 2p_2 D[g[x_1, x_2], x_2]

In[4]:= DSolve[d, g[x_1, x_2], {x_1, x_2}]

$$\text{Out[4]=}\ \left\{\left\{g[x_1,\ x_2] \to \frac{-4\,p_1^2\,x_1^2 + x_1^4}{4\,p_1\,p_2} + C[1]\left[\frac{x_1}{p_1} + x_2\right]\right\}\right\}$$

Экспериментально-исследовательский подход при решении данной задачи реализуется следующим образом:

1) приступая к заданию векторного поля, обладающего нужными свойствами, студент опирается на уже сформированные у него представления о геометрических свойствах и способах визуализации векторных полей;

2) визуализация интегральных кривых заданных студентом векторных полей позволяет проследить зависимость свойств векторного поля от исходных параметров;

3) понимание теоремы Нетер основывается на умении студента работать с многомерными геометрическими пространствами, что требует от студента развитого образного мышления. Развитию образного мышления способствует практика визуализация продолжения векторного поля с многообразия в его кокасательное расслоение;

4) решение задачи нахождения первых интегралов гамильтоновых систем требует от студента знание геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений.

Заключение

Термин «экспериментальная математика» сегодня становится все более популярным. Среди инструментов, с помощью которых ставятся математические эксперименты, особая роль принадлежит компьютеру. Компьютерные исследования и эксперименты все чаще используются в обучении математике, проводятся турниры по экспериментальной математике [13]. При этом также следует заметить, что в исследованиях, посвященных использованию интерактивных математических сред в учебном процессе, отмечается ряд негативных моментов [14]. Одно из них состоит в том, что в сознании учащихся возникает так называемый «экспериментально-теоретический разрыв». Он состоит в том, что у учащихся снижается мотивация к дедуктивным доказательствам, падает интерес к теоретическому поиску. Это означает, что использование компьютерных исследований и экспериментов в обучении математике как в школе, так и в вузе требует вдумчивого педагогического анализа и исследования. Преподавателю также необходимо формулировать исследовательские задачи так, чтобы умственная деятельность обучающегося не заменялась компьютером, использование пакетов прикладных программ в учебном процессе должно способствовать интеллектуальному развитию обучающегося. Отмечая, что использование компьютера в учебном процессе влияет на решение общих проблем образования, В.И. Рыжик пишет: «... Всячески подчёркивая логическую составляющую в курсе геометрии, мы должны все время помнить, что логика изложения систематического курса мало похожа на то, как на самом деле добываются знания, какова при этом роль геометрического воображения, прагматической и интеллектуальной интуиции. ... Компьютер – несомненный посредник между практическим и теоретическим уровнем понимания математики» [15].

Внедрение компьютерных исследований и экспериментов в процесс обучения геометрии позволяет дополнить дедуктивно-абстрактный аналитический подход синтетическим методом изложения геометрического материала, способствует развитию сбалансированного взаимодействия правого и левого полушарий в процессе решения геометрических задач. Использование исследовательского метода в обучении обеспечивает развитие личности обучаемого за счет его приобщения к экспериментально-исследовательской деятельности на основе использования компьютерных средств как инструмента исследования.

Литература

1. Есаян А.Р., Якушин А.В. Экспериментальное обоснование гипотез в GeoGebra // Чебышевский сб.. — 2017. — Т.18. — Вып.1. — С. 92-108.
2. Есаян А.Р., Якушин А.В. Компьютерное доказательство гипотезы о центроидах // Чебышевский сб.. — 2017. — Т.18. — Вып.1. — С. 73-91.
3. Шабанова М.В., Овчинникова Р.П., Ястребов А.В. и др. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с.
4. Попова М.А., Шабанова М.В., Форкунова Л.В. и др. Экспериментальная математика. — Архангельск: Изд-во ГАОУ Архангельский областной институт открытого образования, 2017. — 184 с.
5. Ястребов А.В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований. — Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. — 306 с.
6. Концепция развития математического образования в РФ // Министерство образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.рф/документы/3894 (дата обращения: 01.10.2017).

7. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 02.03.01 – математика и компьютерные науки, квалификация (степень) «бакалавр». Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 7 августа 2014 г. № 949. [Электронный ресурс] – URL: минобрнауки.рф/документы/7562 (дата обращения: 01.10.2017).
8. Ершов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование. Пленарный доклад 6-му Международному конгрессу по математическому образованию [электронный ресурс] / URL: http://ershov.iis.nsk.su/ru/node/768505 (дата обращения 1.10.2017).
9. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире // Матем. обр.. — 1997. — Вып. 2. — С. 109-112.
10. Banchi H., Bell R. The Many Levels of Inquiry // Science and Children. – 2008. – 46(2). – pp. 26-29.
11. Букушева, А.В. Место компьютерной геометрии в подготовке бакалавров-математиков // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Сборник научных трудов X Юбилейной международной научно-практической конференции / под ред. В.А. Сухомлина. — Москва: МГУ. — 2015. — С. 291-294.
12. Bukusheva A. The usage of computer technologies in mathematics masters' learning practice organization // CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org): Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education (SITITO 2016), Moscow, Russia, November 25-26, 2016. — Vol. 1761. — 2016. — P. 212-218.
13. Попова М.А., Шабанова М.В. Турнир по экспериментальной математике: опыт подготовки и проведения // Информационные технологии в математике и математическом образовании. Материалы IV Всероссийской научно-методической конфереции с международным участием. Красноярск: Изд-во Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. — 2015. — С. 83-88.
14. Ларин С.В., Майер В.Р. К проблеме «экспериментально-теоретического» при обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. — 2015. — №3(33). — С. 21-24.
15. Рыжик В.И. Компьютер. Смена парадигмы? // Образовательные технологии и общество. — 2010. — Т. 13. — №3. — С. 317-331.

References

1. Esajan A.R., Jakushin A.V. Jeksperimental'noe obosnovanie gipotez v GeoGebra // Chebyshevskij sb.. — 2017. — T.18. — Vyp.1. — S. 92-108.
2. Esajan A.R., Jakushin A.V. Komp'juternoe dokazatel'stvo gipotezy o centroidah // Chebyshevskij sb.. — 2017. — T.18. — Vyp.1. — C. 73-91.
3. Shabanova M.V., Ovchinnikova R.P., Jastrebov A.V. i dr. Jeksperimental'naja matematika v shkole. Issledovatel'skoe obuchenie: kollektivnaja monografija. – M.: Izdatel'skij dom Akademii Estestvoznanija, 2016. – 300 s.
4. Popova M.A., Shabanova M.V., Forkunova L.V. i dr. Jeksperimental'naja matematika. — Izd-vo GAOU Arhangel'skij oblastnoj institut otkrytogo obrazovanija, Arhangel'sk, 2017. — 184 s.
5. Jastrebov A.V. Obuchenie matematike v vuze kak model' nauchnyh issledovanij. — Jaroslavl': RIO JaGPU, 2017. — 306 s.
6. Koncepcija razvitija matematicheskogo obrazovanija v RF // Ministerstvo obrazovanija i nauki Rossijskoj Federacii [Jelektronnyj resurs]. URL: minobrnauki.rf/dokumenty/3894 (data obrashhenija: 01.10.2017).
7. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart vysshego professional'nogo obrazovanija po napravleniju podgotovki 02.03.01 – matematika i komp'juternye nauki, kvalifikacija (stepen') «bakalavr». Utverzhden prikazom Ministerstva obrazovanija i nauki Rossijskoj Federacii ot 7 avgusta 2014 g. № 949. [Jelektronnyj resurs] – URL: minobrnauki.rf/dokumenty/7562 (data obrashhenija: 01.10.2017).
8. Ershov A.P. Komp'juterizacija shkoly i matematicheskoe obrazovanie. Plenarnyj doklad 6-mu Mezhdunarodnomu kongressu po matematicheskomu obrazovaniju [jelektronnyj resurs] / URL: http://ershov.iis.nsk.su/ru/node/768505 (data obrashhenija 1.10.2017).
9. Arnol'd V.I. Matematika i matematicheskoe obrazovanie v sovremennom mire // Matem. obr.. — 1997. — Vyp. 2. — S. 109-112.
10. Banchi H., Bell R. The Many Levels of Inquiry // Science and Children. – 2008. – 46(2). – pp. 26-29.
11. Bukusheva, A.V. Mesto komp'juternoj geometrii v podgotovke bakalavrov-matematikov // Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie. Sbornik nauchnyh trudov X Jubilejnoj mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii / pod red. V.A. Suhomlina. — Moskva: MGU. — 2015. — S. 291-294.
12. Bukusheva A. The usage of computer technologies in mathematics masters' learning practice organization // CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org): Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education (SITITO 2016), Moscow, Russia, November 25-26, 2016. — Vol. 1761. — 2016. — P. 212-218.
13. Popova M.A., Shabanova M.V. Turnir po jeksperimental'noj matematike: opyt podgotovki i provedenija // Informacionnye tehnologii v matematike i matematicheskom obrazovanii. Materialy IV Vserossijskoj nauchno-metodicheskoj konferecii s mezhdunarodnym uchastiem. Krasnojarsk: Izd-vo Krasnojarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V.P. Astaf'eva. — 2015. — S. 83-88.
14. Larin S.V., Majer V.R. K probleme «jeksperimental'no-teoreticheskogo» pri obuchenii matematike // Vestnik Krasnojarskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. V.P. Astaf'eva. — 2015. — №3(33). — S. 21-24.
15. Ryzhik V.I. Komp'juter. Smena paradigmy? // Obrazovatel'nye tehnologii i obshhestvo. — 2010. — T. 13. — №3. — S. 317-331.

Поступила: 01.10.2017

Об авторе

Букушева Алия Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры геометрии, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, bukusheva@list.ru

Note on the author:

Bukusheva Aliya, Candidate of pedagogical sciences, associate professor of Department Geometry, National Research Saratov State University named after G.N. Chernyshevsky, bukusheva@list.ru