

УДК 629.7.01

DOI 10.25559/SITITO.2017.4.410

**Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В.**

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

**ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ****Аннотация**

*В статье обсуждается проблема математического и компьютерного моделирования нелинейных управляемых динамических систем при недостаточности знаний об объекте моделирования и условиях его функционирования. Предлагаемый подход к решению этой проблемы основан на объединении возможностей теоретического и нейросетевого моделирования. Его работоспособность демонстрируется на примере моделирования движения и идентификации аэродинамических характеристик маневренного самолета. Предлагается алгоритм обучения полуэмпирической рекуррентной нейросетевой модели для решения задачи многошагового прогноза. В рамках данного алгоритма формируются и последовательно решаются оптимизационные подзадачи возрастающей сложности, при этом в качестве начальных приближений используются решения предыдущих подзадач. Также в работе рассматривается процедура получения репрезентативного набора обучающих данных посредством формирования полигармонических управляющих воздействий на объект моделирования.*

**Ключевые слова**

*Нелинейная управляемая динамическая система, полуэмпирическая модель, нейросетевое моделирование, обучающий набор, самолет, модель движения, идентификация аэродинамических характеристик.*

**Egorchev M.V., Tiumentsev Yu.V.**

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

**SEMI-EMPIRICAL NEURAL NETWORK MODELS OF CONTROLLED DYNAMICAL SYSTEMS****Abstract**

*A simulation approach is discussed for maneuverable aircraft motion as nonlinear controlled dynamical system under multiple and diverse uncertainties including knowledge imperfection concerning simulated plant and its environment exposure. The suggested approach is based on a merging of theoretical knowledge for the plant with training tools of artificial neural network field. The efficiency of this approach is demonstrated using the example of motion modeling and the identification of the aerodynamic characteristics of a maneuverable aircraft. A semi-empirical recurrent neural network based model learning algorithm is proposed for multi-step ahead prediction problem. This algorithm sequentially states and solves numerical optimization subproblems of increasing complexity, using each solution as initial guess for subsequent subproblem. We also consider a procedure for representative training set acquisition that utilizes multisine control signals.*

**Keywords**

*Nonlinear controlled dynamical system, semi-empirical model, neural network based modeling, training dataset, aircraft, model of motion, identification of aircraft aerodynamic characteristics.*

**Введение**

В ходе полета летательного аппарата (ЛА) возможно возникновение различного рода особых (нештатных) ситуаций. Эти ситуации могут быть связаны, в частности, с выходом из

строая аэродинамических управляющих поверхностей, их приводов, других элементов системы управления, а также с различными повреждениями планера ЛА, меняющими аэродинамические характеристики и

динамические свойства ЛА (например, частичное разрушение крыла или оперения). В этой ситуации необходимо пытаться не допустить нарушения устойчивости движения ЛА и потери его управляемости. В целом ряде случаев это может быть сделано путем соответствующей корректировки (перестройки) законов управления движением ЛА, реализуемых его системой управления.

Такая корректировка, призвана, если только это физически возможно, восстановить характеристики устойчивости и управляемости ЛА до уровня, обеспечивающего безопасное продолжение и завершение полета. Это выполняется за счет реконфигурации системы управления [1], т.е. перераспределения функций между органами управления, оставшимися исправными, отключения неисправных элементов системы управления, а также за счет оперативного учета изменений, которым подверглись аэродинамические и динамические характеристики ЛА (при повреждении элементов планера ЛА). Естественным инструментом, обеспечивающим реконфигурацию законов управления полетом ЛА, является адаптация [2, 3], которая дает возможность оперативно приспосабливаться к изменениям в текущей ситуации за счет изменения параметров и/или структуры используемых законов управления.

При реализации концепции реконфигурации законов управления полетом ЛА, как в процессе создания, так и при последующей эксплуатации летательного аппарата, значительное место занимает решение таких классов задач, как анализ поведения динамических систем (ДС), синтез алгоритмов управления для них, идентификация их неизвестных или неточно известных характеристик. Критически важная роль при решении задач этих трех классов принадлежит математическим и компьютерным моделям динамических систем.

Традиционными классами математических моделей для технических систем являются обыкновенные дифференциальные уравнения (для систем с сосредоточенными параметрами) и дифференциальные уравнения в частных производных (для систем с распределенными параметрами). Применительно к управляемым динамическим системам в качестве аппарата моделирования наибольшее распространение получили обыкновенные дифференциальные уравнения. Эти модели, в сочетании с соответствующими численными методами, широко используются при решении задач синтеза и анализа управляемого движения летательных аппаратов различных классов.

Аналогичные средства используются также и для моделирования движения динамических систем других видов, включая надводные и подводные аппараты, наземные движущиеся средства и т.п.

Методы формирования и использования моделей традиционного типа к настоящему времени достаточно детально разработаны и с успехом применяются для решения широкого круга задач. Однако применительно к современным и перспективным техническим системам возникает ряд проблем, решение которых не может быть обеспечено традиционными методами. Эти проблемы вызваны наличием разнообразных и многочисленных неопределенностей в свойствах соответствующей системы и в условиях ее функционирования, которые можно парировать, только если рассматриваемая система обладает свойством адаптивности, т.е. имеются средства оперативной подстройки системы и ее модели к меняющейся текущей ситуации. Кроме того, требования по точности моделей, предъявляемые исходя из специфики решаемой прикладной задачи, в ряде случаев превышают возможности традиционных методов.

Как показывает имеющийся опыт, аппаратом моделирования, наиболее адекватным указанной ситуации, являются методы и средства, основанные на концепции искусственной нейронной сети. Такой подход можно рассматривать как альтернативу традиционным методам моделирования ДС, обеспечивающую, в том числе, возможность получения адаптивных моделей. При этом традиционные нейросетевые модели ДС, в частности, модели классов NARX и NARMAX [4–7], наиболее часто используемые для моделирования управляемых динамических систем, являются чисто эмпирическими (модели типа «черный ящик»), т.е. основываются исключительно на экспериментальных данных о поведении объекта. Однако в задачах того уровня сложности, что типичен для авиационной и ракетно-космической техники, очень часто для такого рода эмпирических моделей не удается добиться требуемого уровня точности, обеспечивающего, например, решение задач управления движением ЛА. Кроме того, в силу особенностей структурной организации таких моделей, они не позволяют решать задачу идентификации характеристик ДС (например, аэродинамических характеристик ЛА), что является серьезным недостатком данного класса моделей.

Один из важнейших источников невысокой

эффективности НС-моделей традиционного типа в задачах, связанных со сложными техническими системами, состоит в том, что формируется чисто эмпирическая модель («черный ящик»), которая должна охватывать все нюансы поведения ДС. Для этого приходится строить НС-модель достаточно высокой размерности (т.е. с большим числом настраиваемых параметров в ней). В то же время из опыта нейросетевого моделирования [7] известно, что чем больше размерность НС-модели, тем больший объем обучающих данных требуется для ее настройки. В итоге, при тех объемах экспериментальных данных, которые реально можно получить для сложных технических систем, не удастся осуществить обучение таких моделей, обеспечивающее заданный уровень их точности.

Чтобы преодолеть указанные затруднения, связанные с традиционными моделями как в виде дифференциальных уравнений, так и в виде НС-моделей, в [8–10] был предложен комбинированный подход, основу которого составляет НС-моделирование в силу того, что только в этом варианте удастся получить адаптивные модели. Теоретическое знание об объекте моделирования, существующее в виде обыкновенных дифференциальных уравнений (это, например, традиционные модели движения ЛА), вносятся специальным образом в НС-модель комбинированного типа (полуэмпирическую НС-модель). При этом часть НС-модели формируется на основе имеющегося теоретического знания и не требует дальнейшей настройки (обучения). Настройке и/или структурной корректировке в процессе обучения формируемой НС-модели подлежат только те элементы, которые содержат неопределенности, например, аэродинамические характеристики ЛА.

Результатом такого подхода являются полуэмпирические НС-модели (модели типа «серый ящик»), позволяющие решить следующие важные задачи, недоступные традиционным НС-методам: резко снизить размерность НС-модели, что позволяет добиться от нее требуемой точности, используя обучающие наборы, недостаточные по объему для традиционных НС-моделей; обеспечить возможность идентификации характеристик ДС, описываемых нелинейными функциями многих переменных (например, коэффициентов аэродинамических сил и моментов ЛА).

Одним из критически важных вопросов, возникающих при формировании как эмпирических, так и полуэмпирических НС-моделей, является получение обучающего

набора, обеспечивающего адекватное отражение особенностей поведения моделируемой системы. Эта задача решается путем выработки соответствующих тестовых управляющих воздействий на моделируемый объект (в рассматриваемых задачах это углы отклонения управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов) и оценки реакции объекта на эти воздействия.

Обучение полуэмпирической НС-модели представляет собой непростую задачу в силу специфики данной модели как динамической нейронной сети. Чтобы добиться требуемого результата, приходится специальным образом организовывать процесс обучения такой сети, эти вопросы также рассматриваются в работе. Эффективность предлагаемого подхода иллюстрируется результатами соответствующих вычислительных экспериментов.

#### **Общий подход к формированию полуэмпирических НС-моделей**

В полуэмпирическом подходе на основе теоретических знаний о моделируемой динамической системе (ДС) формируется исходная НС-модель, которая затем подвергается структурным преобразованиям и обучению для ее улучшения. Процесс формирования полуэмпирических НС-моделей в виде динамических сетей с модульной архитектурой состоит из следующих этапов [9–11]:

- формирование теоретической модели для исследуемой динамической системы, сбор доступных экспериментальных данных о поведении этой системы;
- оценка точности теоретической модели, если она недостаточна, то выдвижение гипотез о причинах и возможных путях их устранения;
- преобразование исходной системы с непрерывным временем в систему с дискретным временем;
- формирование нейросетевого представления для полученной системы с дискретным временем;
- обучение нейросетевой модели;
- оценка точности обученной нейросетевой модели;
- корректировка, в случае недостаточной точности, нейросетевой модели путем внесения в нее структурных изменений.

Недостаточная точность модели бывает зачастую обусловлена тем, что в ней учтены не все значимые факторы. Поэтому, если только за счет обучения не удастся получить модель с

требуемыми свойствами, это означает, что необходима ее структурная корректировка. Чтобы можно было такую корректировку осуществить, следует сформулировать ряд гипотез, каждая из которых представляет собой попытку представить, что именно в модели препятствует ее нормальной работе и каким образом то или иное препятствие можно устранить. Соответствующая структурная корректировка осуществляется на модульной основе: объектом ее является некоторая часть модели, заменяемая на другой ее вариант, отвечающий одной из сформулированных гипотез. Содержание перечисленных выше этапов на конкретном модельном примере подробно рассматривается в [9].

### Получение репрезентативного набора обучающих данных

При решении проблем рассматриваемого вида одной из важнейших задач является формирование репрезентативного набора данных, характеризующего поведение моделируемой ДС на всей области изменения значений величин, описывающих ДС и производных (скоростей изменения) этих величин. Данная задача критически важна для получения достоверной модели ДС, однако простого решения она не имеет.

В работе [12] было показано, что применительно к рассматриваемому классу задач наиболее эффективным является использование полигармонического возбуждающего сигнала. При таком подходе входное воздействие для каждого из  $m$  органов управления ЛА формируется как сумма гармонических сигналов, каждый из которых обладает своим собственным сдвигом по фазе  $\varphi_k$ . Входной сигнал  $u_j$ , отвечающий  $j$ -му органу управления, имеет вид:

$$u_j(t) = \sum_{k \in I_j} A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T} + \varphi_k\right), j = 1, \dots, m, \\ I_j \subset K, K = \{1, 2, \dots, M\}, \\ u_j^*(t) = \tilde{u}_j(t) + u_j(t), \quad (1)$$

где  $M$  – общее число гармонически связанных частот;  $T$  – промежуток времени, в течение которого на ДС действует тестовый возбуждающий сигнал;  $A_k$  – амплитуда  $k$ -й синусоидальной компоненты;  $u_j^*(t)$  – полное управляющее воздействие для  $j$ -го органа управления;  $\tilde{u}_j(t)$  – управляющее воздействие для  $j$ -го органа управления, реализующее тестовый маневр.

### Полуэмпирические нейросетевые модели движения летательных аппаратов

В данной работе на примерах полного углового движения и полного продольного (траекторного плюс углового) движения самолета показана высокая эффективность полуэмпирических НС-моделей (моделей типа «серый ящик») при решении прикладных задач. Теоретической моделью при этом является соответствующая традиционная модель движения самолета, в которой содержится ряд факторов неопределенности. Для устранения имеющихся неопределенностей формируемая в первом из рассматриваемых примеров полуэмпирическая НС-модель включает пять элементов-модулей типа «черный ящик», описывающих коэффициенты подъемной и боковой силы, коэффициенты момента тангажа, рысканья и крена, каждый из которых нелинейно зависит от нескольких параметров движения самолета. Эти пять зависимостей требуется найти (восстановить) на основе имеющихся экспериментальных данных для наблюдаемых переменных динамической системы. Устранение неопределенностей в НС-модели путем уточнения (восстановления) ряда элементов, входящих в нее (в частности, функций, описывающих аэродинамические характеристики самолета) – это типичная задача идентификации систем [13–16]. Во втором примере аналогичные действия предпринимаются для решения традиционно трудной задачи – восстановления значения (идентификации) аэродинамического коэффициента продольной силы.

Данный подход к идентификации аэродинамических характеристик самолета существенно отличается от традиционно принятого при решении задач данного класса. При традиционном подходе [14–16] принято, как правило, использовать линеаризованную модель возмущенного движения ЛА. При этом зависимости для аэродинамических сил и моментов, действующих на ЛА, представляются в виде разложения их в ряд Тейлора, с оставлением в нем только членов первого порядка (в редких случаях – еще и членов второго порядка). В таком варианте решение задачи идентификации сводится к восстановлению по экспериментальным данным зависимостей, описывающих коэффициенты упомянутого разложения. Определяющими в них являются производные безразмерных коэффициентов аэродинамических сил и моментов по различным параметрам движения ЛА ( $C_y^\alpha$ ,  $C_z^\beta$ ,  $m_z^\alpha$ ,  $m_z^{\omega_z}$  и т.п.). В отличие от этого,

полуэмпирический подход реализует восстановление соотношений для коэффициентов сил  $C_x, C_y, C_z$  и моментов  $m_x, m_y, m_z$  как целостных нелинейных зависимостей от соответствующих аргументов, не прибегая к разложению их в ряд, т.е. оцениваются сами функции, а не коэффициенты разложения их в ряд. Каждая из таких зависимостей реализуется как отдельный НС-модуль, встроенный в полуэмпирическую модель. Если производные  $C_y^\alpha, C_z^\beta, m_x^\alpha, m_z^\omega$  и т.п. необходимы для решения каких-либо задач, например, для анализа характеристик устойчивости и управляемости самолета, их можно найти с использованием соответствующих НС-модулей, полученных при формировании полуэмпирической НС-модели.

**Задача моделирования полного углового движения маневренного самолета**

Для оценки работоспособности предлагаемого подхода рассмотрим задачу моделирования полного углового движения самолета, которое описывается с помощью системы уравнений, традиционной для динамики полета самолетов [17]. Данная модель имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = c_3 M_x + c_4 M_y - \omega_z (c_1 \omega_y + c_2 \omega_x) \\ \dot{\omega}_y = c_4 M_x + c_9 M_y + \omega_z (c_2 \omega_y - c_8 \omega_x) \\ \dot{\omega}_z = c_7 M_z - c_5 \omega_x \omega_y + c_6 (\omega_x^2 - \omega_y^2) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \omega_y \operatorname{tg} \vartheta \cos \gamma + \omega_z \operatorname{tg} \vartheta \sin \gamma \\ \dot{\psi} = \omega_y \frac{\cos \gamma}{\cos \vartheta} - \omega_z \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \frac{\sin \gamma}{\cos \vartheta} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z + (\omega_y \sin \alpha - \omega_x \cos \alpha) \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{mV_T \cos \beta} (-Y_a - mg_{a_y}) \\ \dot{\beta} = \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{1}{mV_T} (Z_a + mg_{a_z}) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} T_B^2 \ddot{\delta}_B = -2T_B \xi_B \dot{\delta}_B - \delta_B + \delta_{B_{act}} \\ T_\vartheta^2 \ddot{\delta}_\vartheta = -2T_\vartheta \xi_\vartheta \dot{\delta}_\vartheta - \delta_\vartheta + \delta_{\vartheta_{act}} \\ T_H^2 \ddot{\delta}_H = -2T_H \xi_H \dot{\delta}_H - \delta_H + \delta_{H_{act}} \end{cases} \quad (5)$$

В рассматриваемой модели приняты следующие обозначения:  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые

скорости крена, рысканья и тангажа, град/с;  $\gamma, \psi, \vartheta$  – углы крена, рыскания и тангажа, град;  $\alpha, \beta$  – углы атаки и скольжения, град;  $\delta_B, \delta_H, \delta_\vartheta$  – углы отклонения управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов, град;  $\dot{\delta}_B, \dot{\delta}_H, \dot{\delta}_\vartheta$  – угловые скорости отклонения управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов, град/с;  $V_T$  – воздушная скорость, м/с;  $\delta_{B_{act}}, \delta_{H_{act}}, \delta_{\vartheta_{act}}$  – командные сигналы на приводы управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов, град;  $T_B, T_H, T_\vartheta$  – постоянные времени приводов управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов, с;  $\xi_B, \xi_H, \xi_\vartheta$  – коэффициенты относительного демпфирования приводов управляемого стабилизатора, руля направления и элеронов;  $X_a, Y_a, Z_a$  – лобовое сопротивление, подъемная и боковая силы;  $M_x, M_y, M_z$  – моменты крена, тангажа и рыскания;  $m$  – масса самолета, кг.

Коэффициенты  $c_1, \dots, c_9$  в уравнениях (2) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} c_0 &= J_x J_y - J_{xy}^2, c_1 = [(J_z - J_y) J_y - J_{xy}^2] / c_0, \\ c_2 &= [(J_x + J_y - J_z) J_{xy}] / c_0, c_3 = J_y / c_0, \\ c_4 &= J_{xy} / c_0, c_5 = (J_y - J_x) / J_z, c_6 = J_{xy} / J_z, \\ c_7 &= 1 / J_z, c_8 = [J_x (J_x - J_z) + J_{xy}^2] / c_0, \\ c_9 &= J_x / c_0, \end{aligned}$$

где  $J_x, J_y, J_z$  – моменты инерции самолета относительно продольной, нормальной и боковой оси, кг·м<sup>2</sup>;  $J_{xy}, J_{yz}, J_{zx}$  – центробежные моменты инерции самолета, кг·м<sup>2</sup>. Аэродинамические силы  $X_a, Y_a, Z_a$  в уравнениях (3) и моменты  $M_x, M_y, M_z$  в уравнениях (2) определяются соотношениями вида:

$$\begin{cases} X_a = -X \cos \alpha \cos \beta - Y \sin \alpha \cos \beta + Z \sin \beta \\ Y_a = -X \sin \alpha + Y \cos \alpha \\ Z_a = X \cos \alpha \sin \beta + Y \sin \alpha \sin \beta + Z \cos \beta \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} X = \bar{q} S C_x(\alpha, \beta, \delta_B, \omega_z) \\ Y = \bar{q} S C_y(\alpha, \beta, \delta_B, \omega_z) \\ Z = \bar{q} S C_z(\alpha, \beta, \delta_H, \delta_\vartheta, \omega_x, \omega_y) \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} M_x = \bar{q} S l m_x(\alpha, \beta, \delta_B, \delta_H, \delta_\Theta, \omega_x, \omega_y) \\ M_y = \bar{q} S l m_y(\alpha, \beta, \delta_B, \delta_H, \delta_\Theta, \omega_x, \omega_y) \\ M_z = \bar{q} S b_A m_z(\alpha, \beta, \delta_B, \omega_z) \end{cases} \quad (8)$$

Величины  $g_{a_x}$ ,  $g_{a_y}$ ,  $g_{a_z}$  – проекции ускорения силы тяжести на оси скоростной системы координат, м/с<sup>2</sup>, требуемые в уравнениях (4), задаются соотношениями:

$$\begin{cases} g_{a_x} = g(-\sin\vartheta \cos\alpha \cos\beta + \cos\gamma \cos\vartheta \sin\alpha \cos\beta + \sin\gamma \cos\vartheta \sin\beta) \\ g_{a_y} = g(-\sin\vartheta \sin\alpha - \cos\gamma \cos\vartheta \cos\alpha) \\ g_{a_z} = g(\sin\vartheta \cos\alpha \sin\beta - \cos\gamma \cos\vartheta \sin\alpha \sin\beta + \sin\gamma \cos\vartheta \cos\beta) \end{cases} \quad (9)$$

Кроме того, в соотношениях (7), (8) использованы обозначения:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – аэродинамическая продольная, нормальная и поперечная сила;  $S$  – площадь крыла самолета, м<sup>2</sup>;  $l$ ,  $b_A$  – размах крыла и средняя аэродинамическая хорда, м;  $\bar{q}$  – скоростной напор, Па. Здесь также  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  – безразмерные коэффициенты продольной, нормальной и поперечной сил, моментов крена, рыскания и тангажа, представляющие собой нелинейные функции своих аргументов, перечисленных в (7) и (8). В качестве примера конкретного объекта моделирования рассматривался маневренный самолет F-16. Требуемые исходные данные для него были взяты из работы [18].

### Формирование полуэмпирической модели углового движения

В модели (2)–(5) величины  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ ,  $\gamma$ ,  $\psi$ ,  $\vartheta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta_B$ ,  $\delta_H$ ,  $\delta_\Theta$ ,  $\dot{\delta}_B$ ,  $\dot{\delta}_H$ ,  $\dot{\delta}_\Theta$  – это состояния объекта управления, величины  $\delta_{B_{act}}$ ,  $\delta_{H_{act}}$ ,  $\delta_{\Theta_{act}}$  – управления. На значения управляющих величин наложены ограничения:  $\delta_{B_{act}}$  ( $\pm 25^\circ$ ),  $\delta_{H_{act}}$  ( $\pm 30^\circ$ ),  $\delta_{\Theta_{act}}$  ( $\pm 21.5^\circ$ ). При формировании обучающего набора, а также при тестировании полученной полуэмпирической НС-модели управляющие воздействия на самолет осуществлялись одновременно по всем трем каналам, при этом сигналы  $\delta_{B_{act}}$ ,  $\delta_{H_{act}}$ ,  $\delta_{\Theta_{act}}$  формировались как полигармонические для получения обучающего набора и как случайные – при тестировании обученной модели.

Вычислительный эксперимент с моделью (2)–(5) проводился для временного интервала

$t \in [0, 20]$  с при получении данных для обучения НС-модели и  $t \in [0, 40]$  с при тестировании полученной НС-модели, в обоих случаях с шагом дискретизации  $\Delta t = 0.02$  с для частично наблюдаемого вектора состояния  $y(t) = [\alpha(t); \beta(t); \omega_x(t); \omega_y(t); \omega_z(t)]^T$ . На выход системы  $y(t)$  воздействует аддитивный белый шум со среднеквадратичным отклонением (СКО)  $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0.02$  град,  $\sigma_{\omega_x} = 0.1$  град/с,  $\sigma_{\omega_y} = \sigma_{\omega_z} = 0.05$  град/с.

Если НС-модель абсолютно точно воспроизводит исходную систему (2)–(5), ошибка моделирования полностью определяется шумом, воздействующим на выход системы. Следовательно, сопоставление ошибки моделирования с СКО шума позволяет судить о том, насколько успешно решена задача моделирования, а СКО шума можно принять за целевое значение ошибки моделирования.

Обучение на выборке  $\{y_i\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , полученной с помощью исходной модели (2)–(5), проводится в системе Matlab для сетей в форме LDDN (Layered Digital Dynamic Networks) с использованием алгоритма Левенберга-Марквардта по критерию среднеквадратичной ошибки модели. Матрица Якоби вычисляется по алгоритму RTRL (Real-Time Recurrent Learning) [7].

Как видно из соотношений (6), в НС-модели требуется зависимость для коэффициента нормальной силы  $C_x$ . Эта зависимость также включается в НС-модель как модуль типа «черный ящик», но реализуемая им нелинейная функция не входит в число восстанавливаемых при создании полуэмпирической модели в рассматриваемом примере. Требуемый НС-модуль формируется автономно на основе данных из [18], вставляется в формируемую полуэмпирическую НС-модель и «замораживается», т.е. на варьирование его настраиваемых параметров (синаптических весов и смещений) накладывается запрет. Все НС-модули, как для функций  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$ , так и для функции  $C_x$  формируются в виде сигмоидальных НС прямого распространения с одним скрытым слоем. Скрытые слои включают 1, 3, 5, 5, 5 и 10 нейронов для модулей  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $m_x$ ,  $m_y$  и  $m_z$ , соответственно.

**Обучение полуэмпирической модели полного углового движения и результаты экспериментов с нею**

В работе [8] было показано, что при наличии аддитивного шума, воздействующего на наблюдаемые выходы динамической системы, теоретически оптимальной моделью является рекуррентная нейронная сеть. Однако процесс обучения таких сетей на длинных входных последовательностях сопряжен с определенными затруднениями: наличием ложных долин в поверхности ошибки [19], эффектами экспоненциального уменьшения либо роста нормы градиента [20], возможным неограниченным ростом выходов сети. По этим причинам, лишь для небольшого набора начальных значений параметров сети удастся найти глобальный минимум с помощью градиентных методов оптимизации. Если перейти к решению задачи поиска начальных значений параметров, достаточно близких к минимуму, то можно предположить, что они являются решениями схожих задач. То есть, требуется найти такую последовательность задач, что: первая задача является достаточно простой – и ее решение может быть найдено для любых начальных значений параметров; каждая последующая задача схожа с предыдущей – их решения близки в пространстве значений параметров; последовательность сходится к исходной, требуемой задаче.

Последовательно обучая сеть на данных задачах, можно надеяться достигнуть достаточно глубокого минимума. Подходы, основанные на схожих идеях, предлагались и ранее [21–24]: как правило, предполагалось обучение сети на последовательности задач возрастающей сложности (хотя это, по-видимому, не является обязательным требованием). Применение такого рода алгоритмов в большинстве случаев приводило к значительному улучшению результатов

обучения. В данном случае, для задачи многошагового прогноза, естественным образом можно предложить следующую последовательность задач: задача одношагового прогноза; задача двухшагового прогноза; ...; задача  $N$ -шагового прогноза.

Очевидно, первая задача является наиболее простой – более того, при ее решении рекуррентная сеть будет обучаться как обычная сеть прямого распространения. Требуемая задача  $N$ -шагового прогноза является наиболее сложной, поскольку обучение сети будет производиться на наиболее длинной последовательности. Итак, целевая функция для задачи прогноза на  $k$  шагов будет иметь следующий вид:

$$J_k(\{x_i, u_i\}_{i=1}^n, w) = \frac{1}{k(n-k)} * \sum_{i=1}^{n-k} \sum_{j=1}^k \|x_{i+j} - net(\dots net(x_i, u_i; w), \dots, u_{i+j-1}; w)\| \tag{10}$$

где  $x_i$  – вектор переменных состояния в дискретный момент времени  $i$ ;  $u_i$  – вектор переменных управления в дискретный момент времени  $i$ ;  $w$  – вектор настраиваемых параметров НС-модели. В табл. 2 представлено описание процедуры обучения НС-модели.

Данный алгоритм был успешно применен к сформулированной выше задаче идентификации аэродинамических коэффициентов  $C_y, C_z, m_x, m_y, m_z$  для выполнения прогноза на 1000 шагов. Результаты решения данной задачи представлены в табл. 1, на рис. 1 и рис. 2. Анализ полученных результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы.

Таблица 1. Алгоритм обучения НС-модели

Шаг шага	Действие
1	Подготовить обучающее множество $X^{train} \leftarrow \{x_i^{train}, u_i^{train}\}_{i=1}^n$ и контрольное множество $X^{val} \leftarrow \{x_i^{val}, u_i^{val}\}_{i=1}^n$ , выбрать значение целевой точности $\varepsilon^{goal}$
2	Выбрать значение максимально допустимого роста погрешности $\Delta^{max}$
3	Выбрать значение максимально допустимого числа эпох с ростом погрешности на контрольном множестве $s^{max}$
4	Выбрать начальные значения параметров $w_0$ (например, случайные)
5	Установить текущее число эпох с ростом погрешности на контрольном множестве $s \leftarrow 0$ и текущее число шагов прогноза $k \leftarrow 1$
6	Решить задачу оптимизации $w_1 \leftarrow \underset{w}{\operatorname{argmin}} J_1(X^{train}, w)$ , $\varepsilon_1^{train} \leftarrow J_1(X^{train}, w_1)$

7	Если $\varepsilon_1^{train} > \varepsilon^{goal}$ , то вернуться к шагу 4
8	Вычислить погрешность $(n-1)$ -шагового прогноза на контрольном множестве $\varepsilon_1^{val} \leftarrow J_{n-1}(X^{val}, w_1)$
9	Установить новое число шагов прогноза $k^+ \leftarrow k$
10	До тех пор, пока $k^+ \leq n-1$ и $\varepsilon_{k^+}^{train} < \varepsilon_k^{train} + \Delta^{max}$ , делать $k^+ \leftarrow k^+ + 1$
11	Если $k^+ = k$ , то вернуться к шагу 4
12	Решить задачу оптимизации $w_{k^+} \leftarrow \operatorname{argmin} J_{k^+}(X^{train}, w)$ , $\varepsilon_{k^+}^{train} \leftarrow J_{k^+}(X^{train}, w_{k^+})$
13	Если $\varepsilon_{k^+}^{train} > \varepsilon^{goal}$ , установить $k^+ \leftarrow k^+ - 1$ и вернуться к шагу 11
14	Вычислить погрешность $(n-1)$ -шагового прогноза на контрольном множестве $\varepsilon_{k^+}^{val} \leftarrow J_{n-1}(X^{val}, w_{k^+})$
15	Если $\varepsilon_{k^+}^{val} > \varepsilon_k^{val}$ , установить $s \leftarrow s + 1$
16	Если $s \geq s^{max}$ , то вернуться к шагу 4
17	Если $k^+ < n-1$ , установить $k \leftarrow k^+$ , иначе закончить: $w_{n-1}$ – искомые параметры НС-модели.

Таблица 2. Ошибка моделирования на тестовом множестве для полупэмпирической модели на различных стадиях обучения

Кол-во шагов прогноза	$CKO_\alpha$	$CKO_\beta$	$CKO_{\omega_x}$	$CKO_{\omega_y}$	$CKO_{\omega_z}$
2	0.1376	0.2100	1.5238	0.4523	0.4517
4	0.1550	0.0870	0.5673	0.2738	0.4069
6	0.1647	0.0663	0.4270	0.2021	0.3973
9	0.1316	0.0183	0.1751	0.0530	0.2931
14	0.0533	0.0109	0.1366	0.0300	0.1116
21	0.0171	0.0080	0.0972	0.0193	0.0399
1000	0.0171	0.0080	0.0972	0.0193	0.0399

Определяющими для сформированной модели являются ее обобщающие свойства, под которыми традиционно для НС-модели понимается ее способность обеспечивать требуемый уровень точности не только для данных, на которых модель обучалась, но и для любых значений и сочетаний значений управляющих и фазовых переменных в пределах области их определения. Такого рода проверка осуществляется на тестовых данных, покрывающих упомянутую область

определения и не совпадающих с обучающими данными.

Успешно решенная задача идентификации и моделирования должна, во-первых, обеспечить получение требуемой точности моделирования на всей области определения модели и, во-вторых, обеспечить восстановление с заданной точностью аэродинамических характеристик ЛА как соответствующих нелинейных функциональных зависимостей.

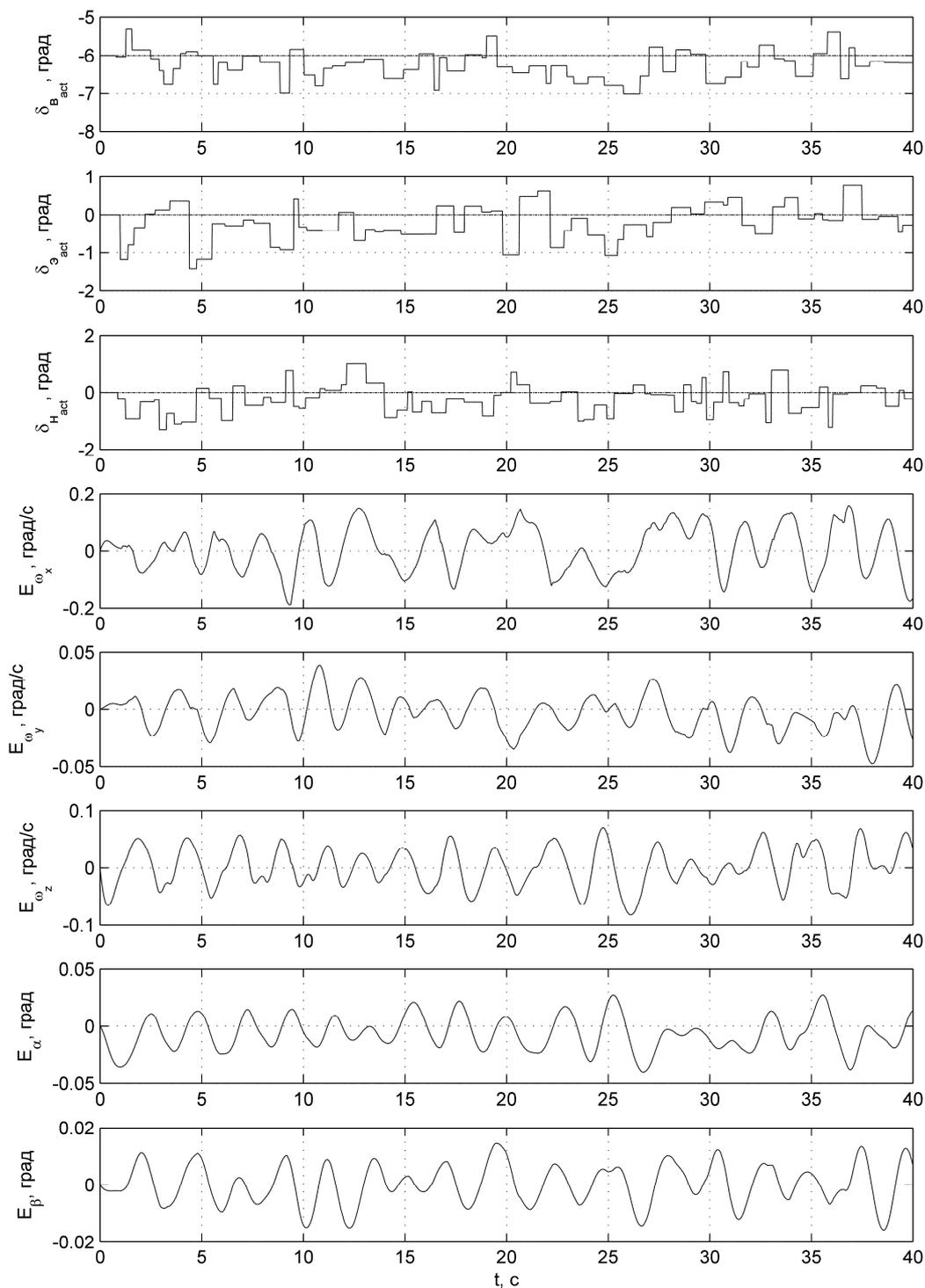


Рис. 1. Оценка обобщающей способности НС-модели после завершающего 1000-шагового этапа обучения:  $E_\alpha$ ,  $E_\beta$ ,  $E_{\omega_x}$ ,  $E_{\omega_y}$ ,  $E_{\omega_z}$  – погрешность воспроизведения соответствующих наблюдаемых величин; горизонтальными линиями показаны значения управляющих величин, соответствующие тестовому маневру (для  $h = 3000$  м;  $V_T = 148$  м/с)

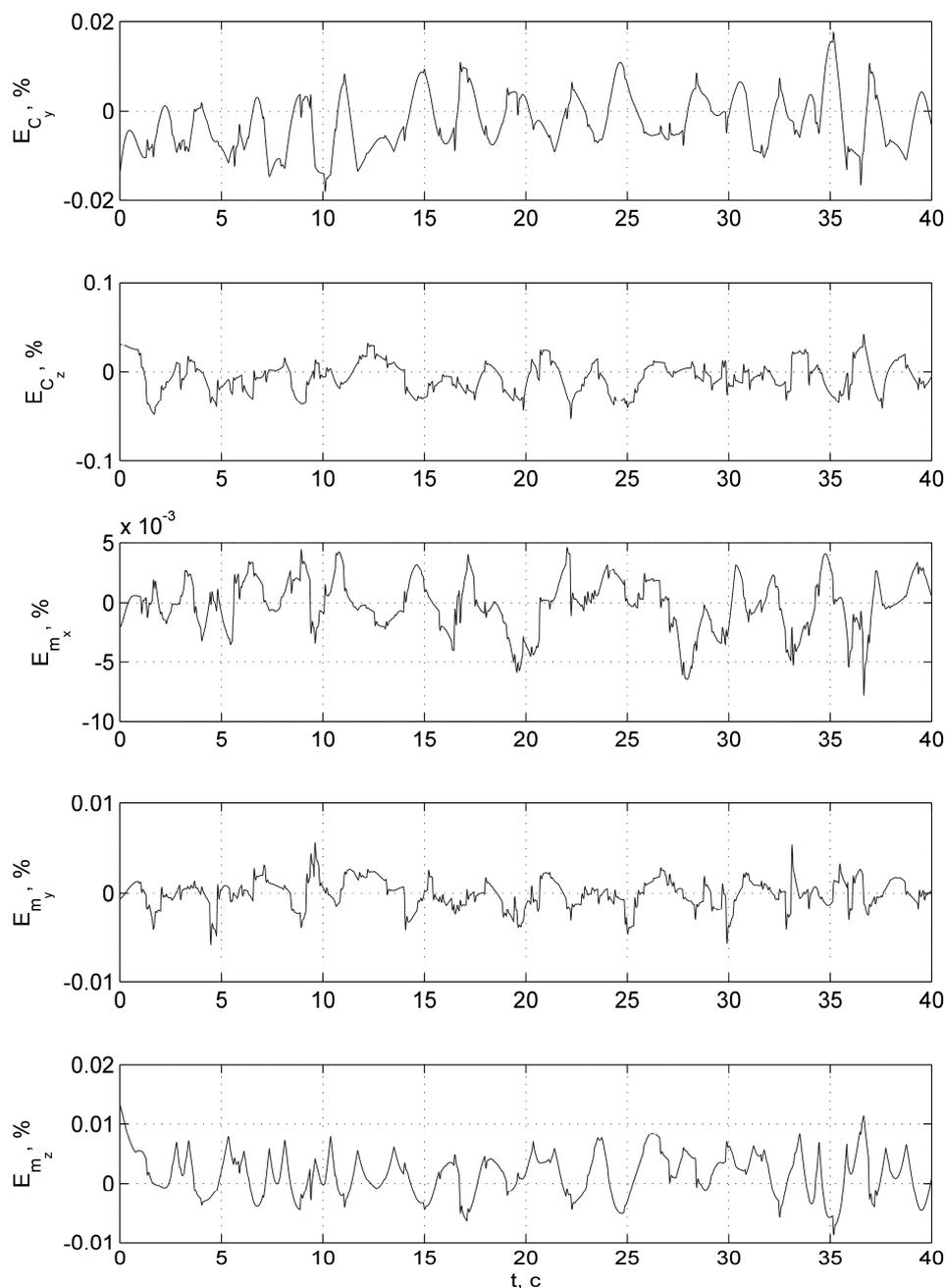


Рис. 2. Значения ошибки воспроизведения величин  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_z$  согласно восстановленным зависимостям для них в процессе тестирования полуэмпирической модели (отнесены к диапазонам изменения этих величин, полученным при тестировании)

Насколько успешно решается первая из этих задач, показывают результаты, представленные на рис. 1 и в табл. 2. Из рис. 1 видно, что ошибки по всем наблюдаемым переменным состояния незначительны, кроме того, эти ошибки с течением времени практически не растут, что свидетельствует о хороших обобщающих свойствах полученной НС-модели. При этом следует подчеркнуть, что тестирование модели осуществлялось в достаточно жестком режиме. Из рис. 1 видно, что реализуется очень активная

работа органами управления ЛА, выражающаяся в частом изменении значений командных сигналов  $\delta_{B_{act}}$ ,  $\delta_{H_{act}}$ ,  $\delta_{\Delta_{act}}$  приводов органов управления при существенных перепадах между соседними значениями (эти командные сигналы формировались случайным образом). Цель здесь состоит в том, чтобы обеспечить возможно большее разнообразие состояний моделируемой системы, а также возможно большее разнообразие перепадов соседних по времени

состояний (чтобы максимально достоверно отразить в НС-модели динамику моделируемой системы). Дополнительный осложняющий фактор состоит в том, что очередное возмущающее воздействие на ЛА выдается на фоне еще не завершившихся переходных процессов от одного или нескольких предыдущих воздействий.

Рис. 1 характеризует модель, для которой обучающий цикл, описанный выше, уже завершён. О том, как менялись точностные характеристики данной модели в промежуточных точках этого цикла можно судить по данным, представленным в табл. 2. Точность сформированной модели определяется тем, насколько точно восстановлены нелинейные функции, описывающие аэродинамические характеристики ЛА. Данные, приведенные на рис. 1, характеризуют интегральное влияние точности восстановления функций на точность модели в целом, которую можно признать вполне удовлетворительной. Представляет, однако, интерес также и вопрос о том, насколько точно решена собственно задача идентификации аэродинамических характеристик ЛА. Для получения ответа на этот вопрос можно извлечь НС-модули, отвечающие восстановленным функциям для  $C_x, C_y, C_z, m_x, m_y, m_z$ , а затем сравнить выдаваемые ими значения с имеющимися экспериментальными данными [13]. При этом можно получить значения среднеквадратической ошибки воспроизведения каждой из функций  $C_y, C_z, m_x, m_y, m_z$ , соответствующим НС-модулем. В проведенных экспериментах эти значения составляют:

$$CKO_{C_y} = 9.2759 \times 10^{-4}, \quad CKO_{C_z} = 5.4257 \times 10^{-4},$$

$$CKO_{m_x} = 2.1496 \times 10^{-5}, \quad CKO_{m_y} = 1.3873 \times 10^{-5},$$

$$CKO_{m_z} = 1.4952 \times 10^{-4}.$$

Это интегральная оценка точности восстановления упомянутых зависимостей. Кроме нее, представляет интерес также динамика изменения текущих значений ошибки воспроизведения величин  $C_y, C_z, m_x, m_y, m_z$ , в процессе тестирования модели. Эти данные, приведенные на рис. 2, показывают, что уровень ошибки по времени изменяется незначительно, существенных изменений в нем, которые могли бы отрицательно повлиять на адекватность эмпирической НС-модели, не обнаруживается.

**Задача моделирования полного продольного движения и идентификации аэродинамической продольной силы маневренного самолета**

Выше отмечалось, что одновременное восстановление зависимостей для всех шести коэффициентов аэродинамических сил и моментов нецелесообразно вследствие возникающих трудностей с получением информативного набора данных, требуемых для нахождения коэффициента продольной силы  $C_x$ . По этой причине общая задача идентификации аэродинамических характеристик (АДХ) была разделена на две подзадачи. В первой из них, рассмотренной в предыдущих разделах, в рамках модели полного углового движения самолета решается задача получения соответствующей полуэмпирической НС-модели и задача идентификации 5 из 6 искоемых коэффициентов ( $C_y, C_z, m_x, m_y, m_z$ ). Вторая подзадача, рассматриваемая в настоящей статье, связана с восстановлением зависимости для коэффициента продольной силы  $C_x$  с использованием полной модели продольного движения (траекторного плюс углового).

Задача идентификации продольной аэродинамической силы  $X$  как нелинейной функции соответствующих аргументов традиционно является непростой для решения (см., например, [25, 26]), как и задача определения тяги  $P$  двигателя самолета [25, 26], требуемой для выделения  $X$  из суммарной продольной силы  $R_x$ , данные по которой дает летный эксперимент. Аналогично тому, как это имело место для остальных АДХ самолета, перспективным для решения этой задачи представляется использование методов НС-моделирования. Основой для такого утверждения служат теоретические результаты (см., например, [7]), показывающие, что искусственная нейронная сеть обладает свойствами универсального аппроксиматора, т.е. с ее использованием можно представить любое отображение  $n$ -мерного входа в  $m$ -мерный выход с любой наперед заданной точностью. Одной из целей эксперимента, описываемого в данном разделе, была проверка справедливости данного утверждения применительно к достаточно сложной прикладной задаче – нахождению по экспериментальным данным зависимостей для коэффициентов  $C_x, C_y, m_z$  для достаточно обширной области возможных значений их аргументов, характерной для маневренного самолета. Известно [7], что для успешного решения данной задачи необходимо обеспечить алгоритм обучения формируемой НС-модели репрезентативным набором данных (обучающих примеров), обладающим требуемым уровнем информативности. Получение такого набора данных,

обеспечивающего адекватное отражение особенностей поведения моделируемой системы, является одним из критически важных вопросов, возникающих при формировании НС-моделей. Как было показано выше, эта задача решается путем выработки соответствующих тестовых управляющих воздействий на моделируемый объект и оценки реакции объекта на эти воздействия. Учитывая, что в предыдущем примере, рассмотренном выше, задача решалась только для небольшого фрагмента области возможных значений переменных состояния и управления, характеризующих движение самолета, потребовалось также дополнительно обеспечить покрытие обучающими примерами всей рассматриваемой области. Алгоритм, формирующий такое покрытие, рассматривается в [27]. Он обеспечивает достаточно равномерное покрытие обучающими примерами области возможных значений переменных состояния и управления для маневренного самолета.

Математическая модель продольного движения маневренного самолета, используемая при формировании соответствующей полуэмпирической НС-модели в рассматриваемом примере, а также для формирования обучающего набора, имеет вид, типичный для задач динамики полета самолета [17]. Эта модель подробно рассмотрена в [27]. Она включает НС-модули, реализующие функциональные зависимости для коэффициентов  $C_x, C_y, m_z$ . В процессе обучения полученной НС-модели решается задача идентификации для этих коэффициентов.

Обучение формируемой полуэмпирической НС-модели осуществляется с помощью тех же самых средств, что и в предыдущем примере. НС-модули для функций  $C_x, C_y, m_z$  формируются в виде сигмоидальных НС прямого распространения. В качестве входов каждого из

модулей берутся величины  $\alpha, \varphi$  и  $\frac{\omega_z}{V}$ . НС-

модули для функций  $C_x$  и  $C_y$  имеют два скрытых слоя, первый из них включает 10 нейронов, а второй – 20. НС-модуль для функции  $m_z$  имеет три скрытых слоя, первый из них включает 10 нейронов, второй – 15, третий – 20.

Ошибка моделирования на тестовом множестве для полученной полуэмпирической НС-модели продольного движения маневренного самолета составляет:

$$CKO_{\gamma} = 0.00026 \text{ м/с}, \quad CKO_{\alpha} = 0.183^{\circ} \text{ град}, \\ CKO_{\omega_z} = 0.0071^{\circ}/\text{с}.$$

Точность восстановления зависимостей для коэффициента  $C_x$  демонстрируют данные, приведенные на рис. 3, на котором верхняя часть рисунка показывает фактические значения (по данным из [18]) искомым коэффициентов в зависимости от угла атаки и угла отклонения управляемого стабилизатора, а нижняя часть – погрешности, с которым НС-модуль воспроизводит соответствующую зависимость. Видно, что достигнутая точность является весьма высокой.

Аналогичный характер имеют результаты вычислительных экспериментов для коэффициентов  $C_y$  и  $m_z$ .

### Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что методы полуэмпирического нейросетевого моделирования, сочетающие знания и опыт из соответствующей предметной области с методами структурной корректировки и обучения нейронных сетей, являются мощным и перспективным инструментом, потенциально пригодным для решения сложных задач описания и анализа управляемого движения ЛА, а также задач идентификации характеристик ЛА.

Продемонстрирована возможность восстановления по экспериментальным данным всех шести коэффициентов аэродинамических сил и моментов, включая и традиционно сложный для такого восстановления коэффициент аэродинамической продольной силы.

Еще один важный вывод, следующий из полученных результатов, состоит в том, что «изобразительная сила» полуэмпирической модели вполне достаточна для представления сложных нелинейных функциональных зависимостей, определенных на обширной области значений их аргументов при условии, что имеется обучающий набор, обладающий требуемым уровнем информативности.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов показывают высокую точность как полученной НС-модели продольного движения самолета, так и соответствующих его аэродинамических характеристик.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ по проекту № 865 и по заданию №9.9124.2017/ВУ.

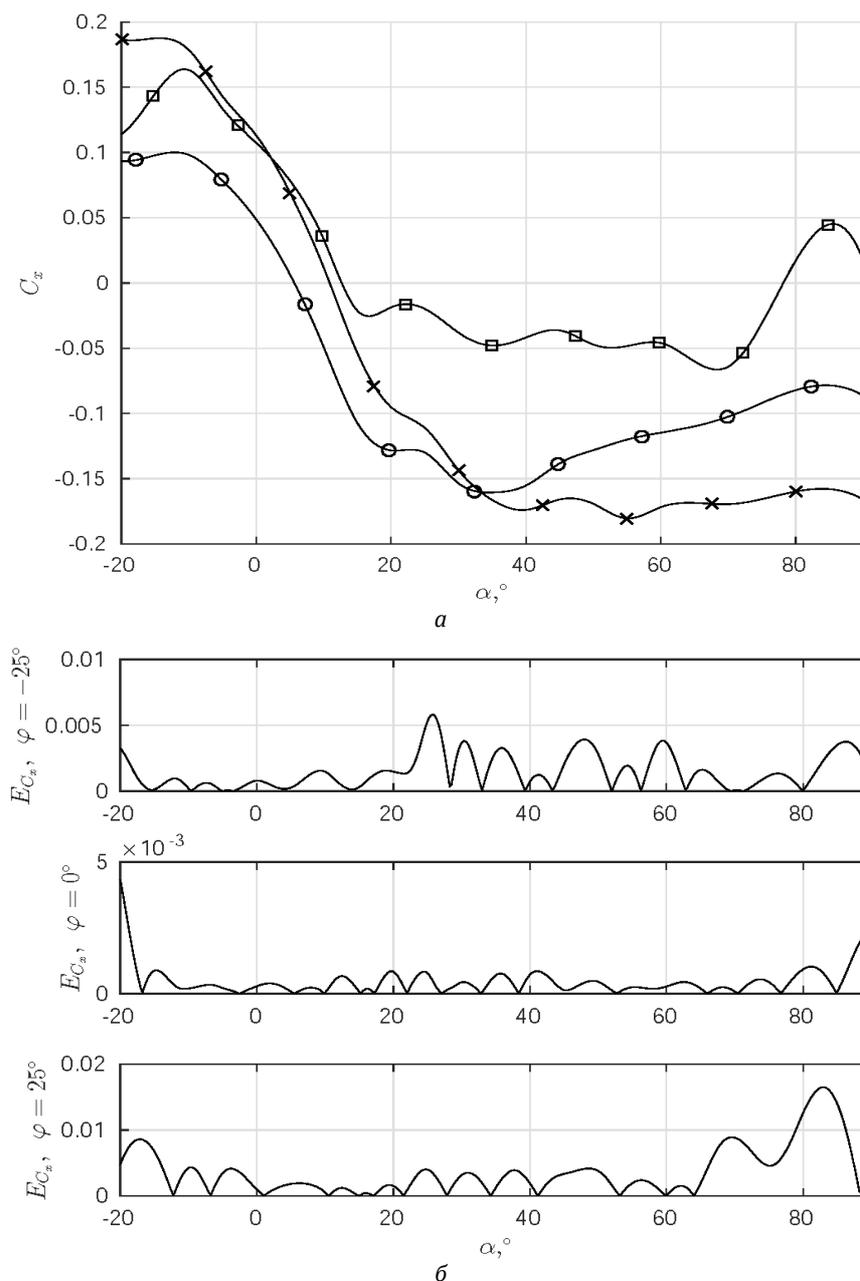


Рис. 3. Коэффициент  $C_x(\alpha, \varphi)$  для  $\varphi = -25^\circ$  (маркер  $\square$ ),  $\varphi = 0^\circ$  (маркер  $o$ ) и  $\varphi = +25^\circ$  (маркер  $x$ ) по данным из [16] (а), а также погрешность его аппроксимации  $E_{C_x}$  при фиксированных  $\omega_z = 0^\circ/\text{с}$  и  $V = 150 \text{ м/с}$  (б)

## Литература

- 1 Richter J.H. Reconfigurable control of nonlinear dynamical systems. – Springer, 2011. – 306 pp.
- 2 Tao G. Adaptive control design and analysis. – John Wiley & Sons, Inc., 2003. – 618 pp.
- 3 Ioannou P.A., Sun J. Robust adaptive control. – Prentice Hall, 1995. – 848 pp.
- 4 Billings S.A. Nonlinear system identification: NARMAX methods in the time, frequency and spatio-temporal domains. – John Wiley & Sons, 2013. – 608 pp.
- 5 Codrons B. Process modelling for control: A unified framework using standard black-box techniques. – London: Springer, 2005. – 262 pp.
- 6 Кондратьев А.И., Тюменцев Ю.В. Нейросетевое моделирование управляемого движения летательных аппаратов // Вестник Московского авиационного института. – 2010, том 17, № 4. – С. 5–11.
- 7 Хайкин С. Нейронные сети: Полный курс: Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2006. – 1104 с.
- 8 Dreyfus G. Neural networks: Methodology and applications. – Berlin ao.: Springer, 2005. – 515 pp.
- 9 Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В., Чернышев А.В. Нейросетевые полужемпирические модели управляемых динамических систем // Вестник информационных и компьютерных технологий. – 2013, № 9. – С. 3–10.

- 10 Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тюменцев Ю.В. Моделирование продольного углового движения самолета: сопоставление теоретического, эмпирического и полуэмпирического подходов // Научный вестник МГТУ ГА. – 2015, № 1 (2015). – С.116–123.
- 11 Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Адаптивное нейросетевое моделирование динамических систем // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016, том 12, № 3, часть 1. – С.195–201.
- 12 Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Обучение полуэмпирической нейросетевой модели управляемого движения самолета // Сб. науч. тр. XVI Всерос. науч.-техн. конф. «Нейроинформатика-2014», ч. 2. – М.: Изд-во МИФИ, 2014. – с.263–272.
- 13 Льюнг Л. Идентификация систем: Пер. с англ. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
- 14 Берестов Л.М., Поплавский Б.К., Мирошниченко Л.Я. Частотные методы идентификации летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985. – 184 с.
- 15 Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and practice. Reston, VA: AIAA, Inc., 2006, 498 p.
- 16 Tischler M.B., Rempel R.K. Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight-test examples. Reston, VA: AIAA, Inc., 2006, 558 p.
- 17 Аэромеханика самолета: Динамика полета – 2-е изд., перераб. и доп. / А.Ф. Бочкарев и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 360с.
- 18 Nguyen L.T., Ogburn M.E., Gilbert W.P., Kibler K.S., Brown P.W., Deal P.L. Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability, *NASA TP-1538*, Dec. 1979, 223 pp.
- 19 Horn J., De Jesus O., Hagan M.T. Spurious valleys in the error surface of recurrent networks – analysis and avoidance, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, no. 4, pp. 686–700.
- 20 Pascanu R., Mikolov T., Bengio Y. On the difficulty of training recurrent neural networks, *Proc. 30th Intern. Conf. on Machine Learning*, Atlanta, GA, USA, 2013.
- 21 Elman J.L. Learning and development in neural networks: The importance of starting small, *Cognition*, 1993, vol. 48. – pp. 71–99.
- 22 Ludik J., Cloete I. Incremental increased complexity training, *Proc. ESANN 1994, 2nd European Sym. on Artif. Neural Netw.*, Brussels, Belgium, April 20–22, 1994.
- 23 Suykens J.A.K., Vandewalle J. Learning a simple recurrent neural state space model to behave like Chua's double scroll, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1995, vol. 42, no. 8, pp. 499–502.
- 24 Bengio Y., Louradour J., Collobert R., Weston J. Curriculum learning, *Proc. of the 26th Annual Intern. Conf. on Machine Learning. ICML 2009*, New York, NY, USA, pp. 41–48.
- 25 Niewald P.W., Parker S.L. Flight-test techniques employed to successfully verify F/A-18E in-flight lift and drag // *Journal of Aircraft*. – 2000, Vol. 37, No. 2. – pp. 194–200.
- 26 Mulder J.A., van Sliedregt J.M. Estimation of drag and thrust of jet-propelled aircraft by non-steady flight-test maneuvers. – Delft Univ. of Technology, Memorandum M-255, Dec. 1976. – 32 pp.
- 27 Егорчев М.В., Тюменцев Ю.В. Нейросетевой полуэмпирический подход к моделированию продольного движения и идентификации аэродинамических характеристик маневренного самолета // Труды МАИ. – 2017, №95. – 24 с.

## References

- 1 Richter J.H. Reconfigurable control of nonlinear dynamical systems. – Springer, 2011. – 306 pp.
- 2 Tao G. Adaptive control design and analysis. – John Wiley & Sons, Inc., 2003. – 618 pp.
- 3 Ioannou P.A., Sun J. Robust adaptive control. – Prentice Hall, 1995. – 848 pp.
- 4 Billings S.A. Nonlinear system identification: NARMAX methods in the time, frequency and spatio-temporal domains. – John Wiley & Sons, 2013. – 608 pp.
- 5 Codrons B. Process modelling for control: A unified framework using standard black-box techniques. – London: Springer, 2005. – 262pp.
- 6 Kondratiev A.I., Tiumentsev Yu.V. Neyrosetevoye modelirovaniye upravlyayemogo dvizheniya letatel'nykh apparatov // *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*. – 2010, том 17, № 4. – С. 5–11.
- 7 Haykin S. Neural networks: A comprehensive foundation: 2nd Edition, Prentice Hall, 2006, 823 p.
- 8 Dreyfus G. Neural networks: Methodology and applications. – Berlin ao.: Springer, 2005. – 515 pp.
- 9 Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тиumentsev Yu.V., Chernyshev A.V. Neyrosetevyye poluempiricheskiye modeli upravlyayemykh dinamicheskikh sistem // *Vestnik informatsionnykh i komp'yuternykh tekhnologiy*. – 2013, № 9. – С. 3–10.
- 10 Егорчев М.В., Козлов Д.С., Тиumentsev Yu.V. Modelirovaniye prodol'nogo uglovogo dvizheniya samoleta: sopostavlениe teoreticheskogo, empiricheskogo i poluempiricheskogo podkhodov // *Nauchnyy vestnik MGTU GA*. – 2015, № 1 (2015). – С.116–123.
- 11 Егорчев М.В., Тиumentsev Yu.V. Adaptivnoye neyrosetevoye modelirovaniye dinamicheskikh sistem // *Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii i IT-obrazovaniye*. – 2016, том 12, № 3, chast' 1. – С.195–201.
- 12 Егорчев М.В., Тиumentsev Yu.V. Obucheniye poluempiricheskoy neyrosetevoy modeli upravlyayemogo dvizheniya samoleta // *Sb. nauch. tr. XVI Vseros. nauch.-tekhn. konf. «Neyroinformatika-2014»*, ch. 2. – М.: Izd-vo MIFI, 2014. – с.263–272.
- 13 Ljung L. System identification – Theory for the User: 2nd Edition, Prentice Hall, 1999, 609 p.
- 14 Berestov L.M., Poplavskiy B.K., Miroshnichenko L.Ya. Chastotnyye metody identifikatsii letatel'nykh apparatov. – М.: Mashinostroyeniye, 1985. – 184 s.
- 15 Klein V., Morelli E.A. Aircraft system identification: Theory and practice. Reston, VA: AIAA, Inc., 2006, 498 p.
- 16 Tischler M.B., Rempel R.K. Aircraft and rotorcraft system identification: Engineering methods with flight-test examples. Reston, VA: AIAA, Inc., 2006, 558 p.
- 17 Aeromekhanika samoleta: Dinamika poleta – 2-ye izd., pererab. i dop. / A.F. Bochkarev i dr. – М.: Mashinostroyeniye, 1985. – 360 s.
- 18 Nguyen L.T., Ogburn M.E., Gilbert W.P., Kibler K.S., Brown P.W., Deal P.L. Simulator study of stall/post-stall characteristics of a fighter airplane with relaxed longitudinal static stability, *NASA TP-1538*, Dec. 1979, 223 pp.
- 19 Horn J., De Jesus O., Hagan M.T. Spurious valleys in the error surface of recurrent networks – analysis and avoidance, *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2009, vol. 20, no. 4, pp. 686–700.
- 20 Pascanu R., Mikolov T., Bengio Y. On the difficulty of training recurrent neural networks, *Proc. 30th Intern. Conf. on Machine Learning*, Atlanta, GA, USA, 2013.
- 21 Elman J.L. Learning and development in neural networks: The importance of starting small, *Cognition*, 1993, vol. 48. – pp. 71–99.
- 22 Ludik J., Cloete I. Incremental increased complexity training, *Proc. ESANN 1994, 2nd European Sym. on Artif. Neural Netw.*, Brussels, Belgium, April 20–22, 1994.

- 23 Suykens J.A.K., Vandewalle J. Learning a simple recurrent neural state space model to behave like Chua's double scroll, IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 1995, vol. 42, no. 8, pp. 499–502.
- 24 Bengio Y., Louradour J., Collobert R., Weston J. Curriculum learning, Proc. of the 26th Annual Intern. Conf. on Machine Learning. ICML 2009, New York, NY, USA, pp. 41–48.
- 25 Niewald P.W., Parker S.L. Flight-test techniques employed to successfully verify F/A-18E in-flight lift and drag // Journal of Aircraft. – 2000, Vol. 37, No. 2. – pp. 194–200.
- 26 Mulder J.A., van Sliedregt J.M. Estimation of drag and thrust of jet-propelled aircraft by non-steady flight-test maneuvers. – Delft Univ. of Technology, Memorandum M-255, Dec. 1976. – 32 pp.
- 27 Egorchev M.V., Tiumentsev Yu.V. Neyrosetevoy poluempiricheskiy podkhod k modelirovaniyu prodol'nogo dvizheniya i identifikatsii aerodinamicheskikh kharakteristik manevrennogo samoleta // Trudy MAI. – 2017, №95. – 24 s.

Поступила 11.09.2017

**Об авторах:**

**Егорчев Михаил Вячеславович**, аспирант кафедры «Вычислительная математика и программирование», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), [mihail.egorchev@gmail.com](mailto:mihail.egorchev@gmail.com)

**Тюменцев Юрий Владимирович**, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник кафедры «Динамика и управление летательных аппаратов», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), [yutium@gmail.com](mailto:yutium@gmail.com)

**Note on the authors:**

**Egorchev Mihail V.**, post-graduate student of the department «Computational mathematics and programming», Moscow Aviation Institute (National Research University), [mihail.egorchev@gmail.com](mailto:mihail.egorchev@gmail.com)

**Tiumentsev Yury V.**, Doctor of Technical Sciences, Leading Researcher of the Department "Dynamics and Control of Aircraft", Moscow Aviation Institute (National Research University), [yutium@gmail.com](mailto:yutium@gmail.com)