УДК 517.977.5
DOI: 10.25559/SITITO.14.201802.389-396

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТВЕРДОСТЬЮ ВЫПЛАВЛЯЕМОЙ СТАЛИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ТОКАГИ-СУДЖЕНО-КАНГА

Е.Г. Кабулова[1], А.А. Бондарчук[2]
[1] Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», г. Старый Оскол, Россия
[2] ООО УК «Металлоинвест», г. Старый Оскол, Россия

STATEMENT OF THE PROBLEM OPTIMAL CONTROL THE HARDNESS OF THE STEEL PRODUCED BASED ON THE MODEL OF TAKAGI-SUGENO-KANG

Evgenia G. Kabulova[1], Akim A. Bondarchuk[2]
[1] National University of Science and Technology MISIS, Stary Oskol, Russia
[2] LLK Management Company «Metalloinvest», Stary Oskol, Russia

Ключевые слова

Моделирование; задача оптимизации; твердость стали; металлургия; интеллектуальное управление; Токаги-Суджено-Канг.

Аннотация

В данном исследовании обсуждается проблема математического моделирования сложных технологических систем в условиях неопределенности для получения наиболее оптимальных параметров при управлении производственным процессом в прикладной области – металлургии. В предлагаемом подходе рассмотрена одна из важнейших задач управления технологическим процессом выплавки стали: обеспечение заданной твердости (прокаливаемости) стали, распределенной по глубине выплавляемого изделия. Для минимизации неизбежных ошибок, связанных с экспертным выбором химического состава, повышения эффективности управления и качества выплавляемой стали, предложено применение системы нечетких продукционных правил Токаги-Суджено-Канга (модель ТСК), на основе моделирования зависимости «состав-твердость». Применение данной модели также позволит оптимизировать выбор химического состава стали в условиях стохастичности параметров регрессионных моделей. Кроме того, при исследовании процесса производства стали возникает необходимость решение обратной задачи – определение химического состава выплавляемой стали по заданному значению твердости. Предложенная модель ТСК на основе нечетких продукционных правил для прогнозирования и управления выплавкой стали представлена в матричной форме, поэтому одним из возможных путей решения задачи управления является решение соответствующего матричного уравнения. При этом на основе экспериментальных данных выявлено существенное смещение оценок значений химических элементов. В связи с этим управление необходимо строить на основе оптимизационного подхода. Предложенная постановка оптимизационной задачи позволит разработать алгоритм решения задачи оптимального управления твердостью на основе модели ТСК, отличающийся возможностью автоматически определять необходимый химический состав стали по заданному распределению ее твердости. Кроме того, разработанная модель ТСК с применением задачи оптимального управления позволит исключить ошибки при определении модели расчета, а также определять твердость стали для химического состава не соответствующего в полной мере определенной совокупности допустимых интервалов изменения массовых долей химических элементов.

Об авторах:

Кабулова Евгения Георгиевна, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики и информатики, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал) (309516, Россия, Белгородская область, г. Старый Оскол, м-н Макаренко, д. 42), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2625-3789, evgenia791@mail.ru

Бондарчук Аким Александрович, кандидат технических наук, начальник управления технического развития металлургических процессов, ООО УК «Металлоинвест» (309545, Россия, Белгородская область, г. Старый Оскол, м-н Юность, д. 3 офис 22), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4704-353X, us-sti@mail.ru

Keywords

Modeling; optimization problem; hardness of steel; metallurgy; intelligent control; Takagi-Sugeno-Kang.Abstract.

Abstract

This study discusses the problem of mathematical modeling of complex technological systems under uncertainty to obtain the most optimal parameters in the management of the production process in the applied field – metallurgy. In the offered approach one of the most important tasks of management of technological process of steel smelting is considered: maintenance of the set hardness (calcification) of the steel distributed on depth of the smelted product. To minimize the inevitable errors associated with the expert choice of chemical composition, improve the management efficiency and the quality of the produced steel, it is proposed to apply the system of fuzzy production rules Takagi-Sugeno-Kanga (model TSK), based on the modeling of the dependence "composition-hardness". Application of this model will also allow to optimize the choice of the chemical composition of the steel in the conditions of stochasticity of the parameters of the regression models. In addition, in the study of the steel production process there is a need to solve the inverse problem – the determination of the chemical composition of the steel produced at a given hardness value. The proposed model of TSK based on fuzzy production rules for steel smelting prediction and control is presented in matrix form, so one of the possible ways to solve the control problem is to solve the corresponding matrix equation. At the same time, on the basis of experimental data, a significant shift in the estimates of the values of chemical elements was revealed. Therefore, governance must be based on an optimization approach. The proposed formulation of the optimization problem will develop an algorithm for solving the problem of optimal hardness control on the basis of the TSK model, characterized by the ability to automatically determine the required chemical composition of steel by a given distribution of its hardness. In addition, the developed model TSK using the optimal control problem will eliminate errors in determining the calculation model, as well as to determine the hardness of steel for the chemical composition does not fully correspond to a certain set of allowable intervals of changing the mass fractions of chemical elements.

Введение

В настоящее время к качеству продукции, в том числе и к качеству металлов и сплавов, предъявляются высокие требования, что приводит к необходимости получения наиболее оптимальных параметров при управлении производственным процессом [1, 2, 3]. Особенностью металлургического производства является наличие сквозной технологии с последовательными стадиями, что свидетельствует о физической разнородности подсистем и математического описания их функционирования, а также наличие несовершенных моделей прогнозирования выходных характеристик продукта по заданным в индивидуальной заказной спецификации параметрам [4, 5]. Очевидно, что жесткое соблюдение технологии производства практически невозможно, что приводит к отклонению от допустимых диапазонов изменения параметров, а, следовательно, к браку или выпуску незаказной продукции. Кроме того, реальные сложные системы металлургического производства функционируют в условиях неполноты данных и неопределенности информации [6, 7, 8].

Непосредственное формирование качественных свойств металлопродукции происходит на стадии выплавки стали, где одной из важнейших задач управления технологическим процессом является обеспечение заданной твердости (прокаливаемости) стали, распределенной по глубине выплавляемого изделия. Достижение заданного распределения твердости осуществляется выбором многокомпонентного химического состава стали наряду **с** заданием соответствующего технологического режима [9, 10].

Для выбора необходимого химического состава на многих предприятиях используются математические модели в виде регрессионной зависимости твердости от процентного содержания химических элементов. Учитывая сложность построения такой зависимости во всем диапазоне изменения химического состава на множестве допустимых значений концентраций элементов, выделяются интервалы значений состава, заданной (но не любой) совокупности которых соответствует определенная, как правило, линейная, регрессионная модель зависимости [11].

По сути, такой подход соответствует кусочно-линейной аппроксимации нелинейной, многофакторной зависимости. При этом возникает задача выбора модели наиболее адекватной заданным начальным условиям химического состава стали. Эта задача решается переборным методом на основе эмпирических соображений специалистов-экспертов (операторов плавки), управляющих выплавкой стали. По выбранной регрессионной модели осуществляется прогноз распределения твердости стали, на основе которого методом перебора выбирается необходимый химический состав. Неизбежные ошибки, связанные с экспертным выбором адекватной модели и химического состава, приводят к снижению качества выплавляемой стали. Повысить эффективность управления и качество выплавляемой стали можно при получении прогноза на основе моделирования зависимости «состав-твердость» системой нечетких продукционных правил Токаги-Суджено-Канга (модель TSK) [12, 13] и оптимизации выбора химического состава стали в условиях стохастичности параметров регрессионных моделей. Таким образом, обусловлена актуальность задачи анализа и совершенствования моделей и алгоритмов управления твердостью выплавляемой стали в условиях нечеткой и стохастической неопределенности [14, 15].

Цель исследования

Целью данного исследования является разработка алгоритма решения задачи оптимального управления твердостью выплавляемой стали на основе применения предложенной модели ТСК, которая в дальнейшем при разработке алгоритма ее решения позволит автоматически определять необходимый химический состав стали по заданному распределению ее твердости, и повысить эффективность управления процессом и качество выплавляемого металла.

Предлагаемые методы исследования

Учитывая сложность и особенности функционирования систем металлургического производства [16, 17], возникает необходимость в разработке таких методов, которые позволили бы организовать поддержку принятия решений в условиях неопределенности, обеспечить оперативность и точность информации для повышения качества металлопродукции и технико-экономических показателей производства. Классические методы математического моделирования при решении задач принятия решений не позволяют полностью реализовать перечисленные задачи [2, 18], в связи с этим, целесообразно применение интеллектуальных методов поддержки управления, представляющих собой интеграцию адаптивных и традиционных математических алгоритмов. Для решения поставленных задач применялись основы регрессионного и корреляционного анализа, методов статистического моделирования, основы теории нечетких множеств и нечеткого логического вывода, элементы теории принятия оптимальных решений в условиях неопределенности и численные методы решения оптимизационных задач.

Описание проблемы

Анализируя особенности моделирования и управления процессом выплавки стали с заданной твердостью *y(h)*, распределенной по глубине заготовки, можно сделать вывод, что одним из основных факторов, влияющих на твердость металлов является химический состав стали $\overline{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, причем твердость *y(h)* при любом определенном значении вектора химического состава $\overline{x}$ монотонно убывает, что связано с физико-химическими свойствами стали.

Пусть в индивидуальной заказной спецификации на производство определенной марки стали заданы дискретное распределение твердости с допустимой погрешностью $\{y^*(h) \pm \delta\}$ и допустимые интервалы изменения химического состава $I_i(x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max})$. Требуется найти значения такого химического состава

$$\overline{x}^* = (x^*_1, x^*_2, ..., x^*_n),\ \ где\ \forall i\ \ x_i^* \in I_i,$$

который обеспечит достижение заданной твердости с определенной погрешностью.

Применение интуитивных методов, основанных на опыте и мнении оператора выплавки, при прогнозировании твердости $y'(h)$ и выборе необходимого состава легирующих компонентов $\overline{x}^*$ часто приводит к существенным отклонениям от требований спецификации, а, следовательно, к изготовлению незаказной продукции, или к браку.

В связи с этим предложено повысить эффективность управления и качество выплавляемой стали за счет модели прогнозирования на основе системы нечетких продукционных правил Токаги-Суджено-Канга (модель ТСК) [8, 9] и оптимизации выбора химического состава стали в условиях стохастичности параметров регрессионных моделей.

Разработанная модель ТСК подробно описана в работах [4, 9] и представляет собой набор нечетких продукционных правил следующего вида:

Если $\overline{x} \in K^j$ с $\mu_{Kj}(\overline{x})$, то

$$\overline{y}(h) = \overline{a}_0^j + A^j\overline{x} \quad c \quad \mu_{Kj}(\overline{x}) \text{ для всех } j, \tag{1}$$

где – K_i^j – j-ый интервал, в котором изменяется i – ый химический элемент; $\mu_{Kji}(x_i)$ - значения функций принадлежности x_i соответствующему интервалу; $\mu_{Kj}(\overline{x})$ - значения функций принадлежности вектора $\overline{x}$ классу K^j.

Анализируя результаты исследований, представленных в работах [4, 9], очевидно, что, в большинстве случаев, при решении задач управления и оптимизации, практически все модели можно привести к виду квадратной матрицы. Модель ТСК в матричной формулировке выглядит следующим образом:

$$\overline{y} = A^{TSK}(\overline{x})\overline{x} + \overline{a}_0^{TSK}(\overline{x})' \tag{2}$$

где $A^{TSK}(\overline{x}) = \begin{bmatrix} a_{11}(\overline{x}) & a_{12}(\overline{x}) & \dots & a_{1n}(\overline{x}) \\ a_{21}(\overline{x}) & a_{22}(\overline{x}) & \dots & a_{2n}(\overline{x}) \\ . & . & . & . \\ a_{k1}(\overline{x}) & a_{k2}(\overline{x}) & \dots & a_{kn}(\overline{x}) \end{bmatrix}$

– матрица модели ТСК, в которой элементы зависят от $\overline{x}$;

$\overline{a}_0^{TSK}(\overline{x})$ - транспонированный вектор-столбец свободных членов, которые зависят от $\overline{x}$.

Одним из способов решения задачи управления с нахождением $\overline{x}^*$ по заданному значению $\overline{y}^*$, может быть, собственно, решение матричного уравнения. Что касается модели ТСК с параметрами, которые зависят от $\overline{x}$, то, в принципе, ее решение можно построить на основе итерационной процедуры [19, 20], но, в данном случае, параметры исходных регрессионных моделей являются, по сути, случайными величинами, и решения будут иметь некоторое смещение [21], в свою очередь, влияющее на адекватность моделей и возможность реализации управления на их основе. В связи с этим, необходимо экспериментально оценить величину смещения решений систем линейных регрессионных уравнений, которые описывают зависимость твердости от химического состава.

В качестве оценки допустимости смещения введем следующий критерий: если полученные решения попадают в допустимую область изменения химического состава, то решение считается допустимым, иначе – смещение велико и от управления на базе матричного уравнения необходимо отказаться. Допустимая область изменения массовой доли химических элементов описывается имеющимися границами классов K_i^j [4].

Экспериментальные исследования проводились в несколько этапов: для начала, на базе статистической информации определялась такая точка $\overline{x}^k = (x_1^k, x_2^k, ..., x_n^k)$, чтобы для любого x_i^k выполнялось $x_i^k \in K_i^j$ для одного и того же *j*, т.е. когда точка $\overline{x}^k$ должна принадлежать какому-либо классу K^j и будут выполняться условия априорной адекватности *j*-ой модели.

Далее, по модели $\overline{y}^j = A^j\overline{x}^k + \overline{a}_0^j$ рассчитываются несмещенные оценки твердости $\overline{y}^j=(y_1^j,y_2^j,...,y_n^j)$. *Известно*, что линейные модели статистически адекватно описывают зависимость $y=f(\overline{x})$ в определенной области изменения параметров. В случае монотонности $y=f(\overline{x})$ по всем параметрам, как в нашем случае, функция принимает максимальные и минимальные значения на границах области допустимых изменений. В связи с этим, можно определить границы изменения твердости, которые соответствуют допустимому изменению химического состава.

Следовательно, любому $\overline{x}$ соответствуют значения $\overline{y}$, которые отвечают собственным допустимым ограничениям. Найденный по *j*-ой модели для точки $\overline{x}^k$ вектор $\overline{y}^j$ будет меняться в границах своих допустимых ограничений и для новых значений прокаливаемости решается система уравнений относительно $\overline{x}$. Таким образом, будет получено смещенное решение, но оно должно оставаться в пределах класса K^j, иначе *является недопустимым.*

Данный метод был применен для проведения ряда экспериментов на различных моделях по разным точкам $\overline{x}$. Практически во всех случаях решение было с недопустимым смещением [4, 9]. Таким образом, управление необходимо строить на основе оптимизационного подхода.

Постановка задачи оптимального управления

Известно, что оптимальное управление рассматривают в классе задач математического программирования [6, 18]. Для начала необходимо определить критерии оптимизации: пусть данным критерием выступает надежность достижения допустимого интервала изменения распределенной твердости металла, установленного индивидуальной заказной спецификацией. Также необходимо выполнение ограничений на изменение химического состава, заданного заказной спецификацией.

Для начала представим математическую модель, характеризующую зависимость прокаливаемости от химического состава в следующем виде:

$$\overline{y}=\overline{a}_0+A\overline{x} \tag{3}$$

Формализованный вид задачи оптимального управления в рамках системы линейных уравнений произвольного вида ($n\neq k$) будет иметь вид:

$$\begin{cases}(y_1^*-a_{10}-a_{11}x_1-...-a_{1n}x_n)^2\rightarrow\min,\\(y_2^*-a_{20}-a_{21}x_1-...-a_{2n}x_n)^2\rightarrow\min,\\ \quad . \quad . \quad .\\(y_k^*-a_{k0}-a_{k1}x_1-...-a_{kn}x_n)^2\rightarrow\min,\\x_1^{\min}\le x_1\le x_1^{\max},\\x_2^{\min}\le x_2\le x_2^{\max},\\ \quad . \quad . \quad .\\x_n^{\min}\le x_n\le x_n^{\max}.\end{cases} \tag{4}$$

Подобные задачи обычно рассматривают в области задач векторной оптимизации [22], т.к. критерии в строках системы (4) имеют противоречивый характер. Но, их можно описать как линейную свертку на основе выпуклого характера целевой функции и ограничений [2]. Тогда, задача оптимизации будет иметь скалярный вид и ее целесообразно рассматривать как задачу математического программирования:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{k}(y_i^*-a_{i0}-a_{i1}x_1-a_{i2}x_2-...-a_{in}x_n)^2\rightarrow\min,\\x_i^{\min}\le x_i\le x_i^{\max}\quad для\quad всех\quad i.\end{cases} \tag{5}$$

Так как параметры регрессионных уравнений a_{ij} являются случайными оценками, то (5) является задачей стохастического программирования. В связи с этим предлагается следующая модификация выражения (5), которая преобразует данную задачу к простой задаче квадратичного программирования [23].

Интерпретируем каждое y_i^* в виде условной выборочной средней $y_i^*=M(y_i/\overline{x}^*)$ регрессионной модели $y_i=y_i^*+\varepsilon_{ij}$, где ε_i - случайные остатки. Согласно задаче управления, по заданным y_i^* требуется определить такие значения $\overline{x}^*$, которые в реальных условиях обеспечат попадание твердости стали $y_i(\overline{x}^*)$ в каждой заданной точке h_i в некоторую допустимую область вокруг y_i^* с определенной вероятностью.

Допустимый интервал, во-первых, определяется индивидуальной заказной спецификацией выплавки стали на основании неравенства - $y^*_i-\delta_i\le y_i(\overline{x}^*)\le y^*_i+\delta_i$, во-вторых, следуя требованиям математической статистики, для значений y_i^* можно провести расчет доверительного интервала на основе неравенства:

$$y^*_i-t_{1-\alpha,k}S(y^*_i)\le y_i(\overline{x}^*)\le y^*_i+t_{1-\alpha,k}S(y^*_i) \tag{6}$$

где $t_{1-\alpha,k}$ - статистика Стьюдента; $S(y^*_j)$ - стандартная ошибка прогноза, которая вычисляется, если значения вектора $\overline{x}=\overline{x}^*$ являются конкретными [21, 23].

Сравнив полученные неравенства, можно сказать, что успешное решение задачи зависит от выполнения с заданной вероятностью неравенства $t_{1-\alpha,k}S(y_i^*)\le\delta_i$, для чего необходимо выбрать такие $\overline{x}^*$, при которых $S(y^*_i)$ будет минимальной. Данному условию соответствует критерий оптимальности вида:

$$S^2(y^*_j)=\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{n}S_{ki}x_ix_k=\overline{x}^TK_j\overline{x}\rightarrow\min, \tag{7}$$

где S_{ki} - оценка момента связи (при $k = i$ – оценки дисперсии) случайных параметров модели; K_j – ковариационная матрица, размерность которой $(n+1)\times(n+1)$.

Понятно, что критерии в (7) необходимо определить для всех *j*, т.е. для всех уравнений (4), совокупность которых представим, как взвешенную аддитивную свертку:

$$I(\overline{x})=\sum_{j=1}^{m}v_jS^2(y_j^*)=\sum_{j=1}^{m}v_j\overline{x}^TK_j\overline{x}\rightarrow\min \tag{8}$$

где v_j - весовой коэффициент, который учитывает заданную точность при достижении значениями распределенного свойства.

После этого, целевую функцию из (5) приводим к виду ограничительного неравенства, которое можно представить в матричном виде:

$$\overline{y}^*_{\min}\le A\overline{x}+\overline{a}_0\le\overline{y}^*_{\max}, \tag{9}$$

где компоненты векторов $\overline{y}^*_{\min}$ и $\overline{y}^*_{\max}$ находятся следующим образом: $y_i^* - \delta_i$ - для минимальной границы и $y_i^* + \delta_i$ - для максимальной.

Таким образом, постановка задачи оптимизации примет вид:

$$\begin{cases} I(\overline{x}) = \sum_{j=1}^{m} v_j S^2(y_j^*) = \sum_{j=1}^{m} v_j \overline{x}^T K_j \overline{x} \to \min, \\ \overline{y}^*_{\min} \le A\overline{x} + \overline{a}_0 \le \overline{y}^*_{\max}, \\ x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad для \quad всех \quad i. \end{cases} \tag{10}$$

Необходимо отметить, что $I(\overline{x})$ с линейными ограничениями относят к задачам квадратичного программирования [24]. Оптимальное решение обеспечивается симметричностью и положительной определенностью матрицы *Kj*. Положительная определенность проверяется с помощью критерия Сильвестра [21], а симметричность обеспечивается по определению.

Такая постановка обеспечивает решение задачи управления для всех соотношений *n* и *k, и* учитывает стохастичность параметров регрессионных уравнений. Решение можно найти любыми поисковыми способами, не применяя операции обращения матрицы. Это значит, что полученные решения $\overline{x}^*$ можно рассматривать как несмещенные оценки.

В связи с тем, что зависимость твердости от химического состава описывается на основе модели ТСК, заменим модель (3) на модель ТСК, что существенно изменит постановку задачи оптимального управления в целевой функции и ограничениях. В модели ТСК оценку дисперсии y_i^j предложено определять согласно правилу:

$$S^2(\mu_{K^j}(\overline{x}) y_i^j) = \mu^2_{K^j}(\overline{x}) S^2(y_i^j) \tag{11}$$

Пусть значения $\mu^2_{K^j}(\overline{x})$ являются весовыми коэффициентами v целевой функции в (10). Также, в модели ТСК следует учитывать все используемые в производстве модели. Тогда, применительно к модели ТСК целевая функция будет иметь следующий вид:

$$I(\overline{x}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu^2_{K^j}(\overline{x}) S^2(y_i^{j*}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu^2_{K^j}(\overline{x}) \overline{x}^T K_i^j \overline{x} \to \min \tag{12}$$

и ограничения (9) примут вид:

$$\overline{y}^*_{\min} \le A(\overline{x})\overline{x} + \overline{a}_0(\overline{x}) \le \overline{y}^*_{\max}, \tag{13}$$

Окончательно постановка (10) по модели ТСК:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu^2_{K^j}(\overline{x}) S^2(y_i^{j*}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{8} \mu^2_{K^j}(\overline{x}) \overline{x}^T K_i^j \overline{x} \to \min, \\ \overline{y}^*_{\min} \le A(\overline{x})\overline{x} + \overline{a}_0(\overline{x}) \le \overline{y}^*_{\max}, \\ x_i^{\min} \le x_i \le x_i^{\max} \quad для \quad всех \quad i. \end{cases} \tag{14}$$

Следует отметить, что задачу (14) уже не следует представлять как задачу квадратичного программирования, ввиду наличия нелинейности ограничений. Такого рода задачу назовем задачей квазиквадратичного программирования, т.к. ограничения сохраняют форму представления, схожую с матричной [25].

Таким образом, необходима разработка алгоритма решения задачи (14), причем, одним из условий наличия решения (14) является совместность систем ограничивающих неравенств в (14), суть которого состоит в нахождении таких значений $\overline{x}^*$, удовлетворяющих одновременно первой и второй системе неравенств.

В (10) совместность ограничивающих неравенств обеспечивается подобранными опытным путем значениями ограничений массовых долей химических элементов $\overline{x}^{\min}, \overline{x}^{\max}$. То есть в описываемой задаче всегда существует хотя бы одно значение $\overline{x} \in D_x$, для которого, применяя одну из моделей прогноза, можно рассчитать вектор $\overline{y} \in D_y$, где D_x и D_y - области допустимых изменений соответствующих векторов [26].

Модель ТСК приводит (9) к следующему виду:

$$\overline{y}^{\min} \le A(\overline{x})\overline{x} + \overline{a}_0(\overline{x}) \le \overline{y}^{\max} \tag{15}$$

Для проверки совместности линейных ограничивающих систем в (15), обозначим

$$v^j = \frac{\mu^j(\overline{x})}{\sum_j \mu^j(\overline{x})}$$

и рассмотрим линейную комбинацию:

$$y_i = \sum_j v^j y_i^j, \tag{16}$$

где: $\forall j \; y_i^j \in D_y; \quad y_i^j \ge 0; \quad v^j \in [0,1]; \quad \sum_j v^j = 1$.

Предположим, что из всех $y_i^j \in D_y$ определены $y_i^{\min}, y_i^{\max}$. Тогда, заменив в правой части (16) y_i^j на $y_i^{\min}, y_i^{\max}$ получим:

$$y_i \ge \sum_j v^j y_i^{\min} = y_i^{\min} \in D_y, \tag{17}$$

$$y_i \le \sum_j v^j y_i^{\max} = y_i^{\max} \in D_y. \tag{18}$$

Из (17) и (18) очевидно, что при любых $\overline{x} \in D_x$ системы (15) обеспечит $y_i \in D_y$, в том случае, если все $y_i^j \in D_y \; \forall i, j$.

Таким образом, системы ограничивающих неравенств для модели ТСК в постановке (15) всегда совместны при решении прикладных задач.

В качестве примера приведем экспериментальное определение области сходимости приближений к решению задачи квазиквадратичного программирования (14). Определим область D_y из следующих экспериментальных граничных значений твердости стали, таблица 1:

Таблица 1 – Допустимый диапазон изменения значений твердости по глубине для марки стали 15 ГХС

	1,5	3	5	7	9	11
$y_i^{\min}$	53	52	50	47	41	37
$y_i^{\max}$	61	61	60	59	58	56

В связи с тем, что D_y является выпуклой m-мерной областью в координатах $y_1 - y_2 - ... - y_m$, ограниченную соответствующими гиперплоскостями, применим методику конечных разностей и построим область в координатах $i - y$, рисунок 1.

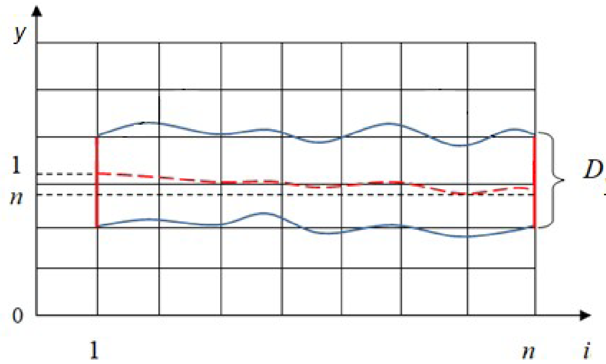

Рис. 1. Область D_y в координатах $i - y$
Fig. 1. Area D_y in coordinates $i - y$

Если в области D_y, где ищется решение, построить сеточную область из одинаковых ячеек с заданным шагом с координатами $i - y$, при соблюдении условия монотонного убывания твердости по глубине изделия, то экспериментально выявить границы D_y можно в координатах $i - y$ с точностью, определяемой шагами аппроксимирующей сетки, для чего организуются все маршруты на ней.

Заключение

В заключении необходимо отметить характерные особенности постановки задачи оптимизации (14), которые должны определить дальнейшие подходы к ее решению: высокая размерность задачи; существенная нелинейность критерия оптимальности и ограничений; отсутствие непрерывности функций критерия и ограничений, включающих нечеткие логические операции. Перечисленные особенности приводят к необходимости применения в таких случаях некоторой итерационной процедуры.

В редких случаях подходы основываются на поиске в пространстве решений с использованием алгоритмов градиентного поиска, при этом предварительно задачу приводят к виду безусловной оптимизации [26]. Однако разрывность функций критерия и ограничений, а также высокая размерность задачи (14) существенно затрудняют использование этого подхода.

В последнее время широко применяются генетические алгоритмы, которые, по сути, ориентированы на решение оптимизационных задач вида (14), но сходимость подобных алгоритмов, если и имеет место быть, то будет очень медленной [22, 27]. Быстрой сходимостью обладают итерационные подходы на основе методов Ньютона, но в данной постановке задачи он не совсем приемлем, по причине локальной сходимости и больших вычислительных затрат при решении линеаризованной системы на каждой итерации. Поэтому наиболее адекватным методом для дальнейшего решения поставленной задачи оптимизации является метод последовательных приближений.

Таким образом, в исследовании предложена постановка оптимизационной задачи и дальнейшие методы ее решения, которые позволят разработать алгоритм решения задачи оптимального управления твердостью на основе модели ТСК, отличающийся возможностью автоматически определять необходимый химический состав стали по заданному распределению ее твердости. Кроме того, разработанная модель ТСК с применением задачи оптимального управления позволит исключить ошибки при определении модели расчета, а также определять твердость стали для химического состава не соответствующего в полной мере определенной совокупности допустимых интервалов изменения массовых долей химических элементов.

Список использованных источников

[1] *Soundararajan R., Ramesh A., Sivasankaran S., Sathishkumar A.* Modeling and Analysis of Mechanical Properties of Aluminium Alloy (A413) Processed through Squeeze Casting Route Using Artificial Neural Network Model and Statistical Technique // Advances in Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 2015. Article ID 714762, 16 pages. DOI: 10.1155/2015/714762

[2] *Zhang J.* Optimal Control Problem of Converter Steelmaking Production Process Based on Operation Optimization Method // Discrete Dynamics in Nature and Society. 2015. Vol. 2015. Article ID 483674. 13 pages. DOI: 10.1155/2015/483674

[3] *Alrabghi A., Tiwari A.* State of the art in simulation-based optimisation for maintenance systems // Computers & Industrial Engineering. 2015. Vol. 82. Pp. 167-182. DOI: 10.1016/j.cie.2014.12.022

[4] *Бондарчук А.А., Матвеев М.Г.* Анализ моделей управления твердостью стали в процессе плавки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. №3. С. 37-40. URL: http://www.novtex.ru/mech/mech08/Mh308.pdf (дата обращения: 17.04.2018).

[5] *Hamdaoui M., Oujebbour F-Z., Habbal A., Breitkopf P., Villon P.* Kriging surrogates for evolutionary multi-objective optimization of CPU intensive sheet metal forming applications // International Journal of Material Forming. 2015. Vol. 8, issue 3. Pp. 469–480. DOI: 10.1007/s12289-014-1190-y

[6] *Агроник А.Ю., Талалаев А.А., Фраленко В.П., Хачумов В.М., Шишкин О.Г.* Анализ систем проектирования технологических цепочек и процессов // Онтология проектирования. 2016. Т. 6, № 3(21). С. 255-269. DOI: 10.18287/2223-9537-2016-6-3-255-269

[7] *Месарович М., Мако Д., Такахара И.* Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Издательство «Мир», 1973. 344 с.

[8] *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1968. 356 с.

[9] *Кабулова Е.Г.* Математическое моделирование производственных процессов в металлургии. Старый Оскол: Изд-во «ТНТ», 2014. 131 с.

[10] *Tang L., Zhao Y., Liu J.* An improved differential evolution algorithm for practical dynamic scheduling in steelmaking-continuous casting production // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2014. Vol. 18, issue 2. Pp. 209-225. DOI: 10.1109/TEVC.2013.2250977

[11] *Gao J., Dai G., Zhao J., Li H., Xu L., Zhu Z.* Influence of Indentation on the Fatigue Strength of Carbonitrided Plain Steel // Advances in Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 2015. Article ID 492693. 9 pages. DOI: 10.1155/2015/492693

[12] *Sugeno M., Kang G.T.* Structure identification of Fuzzy Model // Fuzzy Sets and Systems. 1988. Vol. 28, issue 1. Pp. 15–33. DOI: 10.1016/0165-0114(88)90113-3

[13] *Takagi T.* Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1985. Vol. SMC-15, issue 1. Pp. 116-132. DOI: 10.1109/TSMC.1985.6313399

[14] *Rahmani A., Hosseinzadeh Lotfi F., Rostamy-Malkhalifeh M., Allahviranloo T.* A New Method for Defuzzification and Ranking of Fuzzy Numbers Based on the Statistical Beta Distribution // Advances in Fuzzy Systems. 2016. Vol. 2016. Article ID 6945184. 8 pages. DOI: 10.1155/2016/6945184

[15] *Cheng Ch-H.* A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method // Fuzzy Sets and Systems. 1998. Vol. 95, issue 3. Pp. 307-317. DOI: 10.1016/S0165-0114(96)00272-2

[16] *Саати Т.Л.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. Пер.с англ. 1993. 320 с.

[17] *Golden B., Wasil E., Harker P.* The analytic hierarchy process: applications and studies. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989. 265 p. DOI: 10.1007/978-3-642-50244-6

[18] *Su L., Li Ch.* Local Prediction of Chaotic Time Series Based on Polynomial Coefficient Autoregressive Model // Mathematical Problems in Engineering. 2015. Vol. 2015. Article ID 901807. 14 pages. DOI: 10.1155/2015/901807

[19] *Jiang Y., Yang Ch., Ma H.* A Review of Fuzzy Logic and Neural Network Based Intelligent Control Design for Discrete-Time Systems // Discrete Dynamics in Nature and Society. 2016. Vol. 2016. Article ID 7217364. 11 pages. DOI: 10.1155/2016/7217364

[20] *Zadeh L.A.* Fuzzy sets and systems // Proc. Symp. on Systems Theory, Polytechnic Institute of Brooklyn, New York, 1965. Pp. 29-37.

[21] *Jäntschi L., Pruteanu L.L., Cozma A.C., Bolboacă S.D.* Inside of the Linear Relation between Dependent and Independent Variables // Computational and Mathematical Methods in Medicine. 2015. Vol. 2015. Article ID 360752. 11 pages. DOI: 10.1155/2015/360752

[22] *Deng Y., Liu Y., Zhou D.* An Improved Genetic Algorithm with Initial Population Strategy for Symmetric TSP // Mathematical Problems in Engineering. 2015. Vol. 2015. Article ID 212794. 6 pages. DOI: 10.1155/2015/212794

[23] *Courvoisier D.S., Combescure C., Agoritsas T., Gayet-Ageron A., Perneger T.V.* Performance of logistic regression modeling: beyond the number of events per variable, the role of data structure // Journal of Clinical Epidemiology. 2011. Vol. 64, issue 9. Pp. 993-1000. DOI: 10.1016/j.jclinepi.2010.11.012

[24] *Žlender B., Jelušič P.* Predicting Geotechnical Investigation Using the Knowledge Based System // Advances in Fuzzy Systems. 2016. Vol. 2016. Article ID 4867498. 10 pages. DOI: 10.1155/2016/4867498

[25] *Abbasov A.M., Shahbazova S.N.* Functional Solution of the Knowledge Level Control Problem: The Principles of Fuzzy Logic Rules and Linguistic Variables / D. Tamir, N. Rishe, A. Kandel (editors) // Fifty Years of Fuzzy Logic and its Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Vol 326. Springer, Cham, 2015. Pp. 25-38. DOI: 10.1007/978-3-319-19683-1_2

[26] *Michalska H., Ellis J.E., Roberts P.D.* Joint coordination method for the steady state control of large-scale systems // International Journal of Systems Science. 1985. Vol. 16, issue 5. Pp. 605 - 618. DOI: 10.1080/00207728508926697

[27] *Sathiyamoorthy V., Sekar T., Elango N.* Optimization of Processing Parameters in ECM of Die Tool Steel Using Nanofluid by Multiobjective Genetic Algorithm // The Scientific World Journal. 2015. Vol. 2015. Article ID 895696. 6 pages. DOI: 10.1155/2015/895696

Поступила 17.04.2018; принята в печать 10.05.2018; опубликована онлайн 30.06.2018.

References

[1] Soundararajan R., Ramesh A., Sivasankaran S., Sathishkumar A. Modeling and Analysis of Mechanical Properties of Aluminium Alloy (A413) Processed through Squeeze Casting Route Using Artificial Neural Network Model and Statistical Technique. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2015; 2015:714762, 16 pages. DOI: 10.1155/2015/714762

[2] Zhang J. Optimal Control Problem of Converter Steelmaking Production Process Based on Operation Optimization Method. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2015; 2015:483674, 13 pages. DOI: 10.1155/2015/483674

[3] Alrabghi A., Tiwari A. State of the art in simulation-based optimisation for maintenance systems. *Computers & Industrial Engineering*. 2015; 82:167-182. DOI: 10.1016/j.cie.2014.12.022

[4] Bondarchuk A.A., Matveev M.G. The Analysis of Control Models of Steel Hardness During its Melting. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2008; 3:37-40. Available at: http://www.novtex.ru/mech/mech08/Mh308.pdf (accessed 17.04.2018). (In Russian)

[5] Hamdaoui M., Oujebbour F-Z., Habbal A., Breitkopf P., Villon P. Kriging surrogates for evolutionary multi-objective optimization of CPU intensive sheet metal forming applications. *International Journal of Material Forming*. 2015; 8(3):469–480. DOI: 10.1007/s12289-014-1190-y

[6] Agronik A.Ju., Talalaev A.A., Fralenko V.P., Khachumov V.M., Shishkin O.G. Analysis of systems for technological chains and processes designing. *Ontology of Designing*. 2016; 6(3):255-269. DOI: 10.18287/2223-9537-2016-6-3-255-269 (In Russian)

[7] Mesarovich M., Mako D., Takahara I. Teorija ierarhicheskih mnogourovnevyh sistem [Theory of hierarchical multilevel systems]. M.: Izdatel'stvo «Mir», 1973. 344 p. (In Russian)

[8] Buslenko N.P. Modelirovanie slozhnyh system [Modeling of complex systems]. M.: Nauka, 1968. 356 p. (In Russian)

[9] Kabulova E.G. Matematicheskoe modelirovanie proizvodstvennyh processov v metallurgii [Mathematical modeling of production processes in metallurgy]. Staryj Oskol: Izd-vo «TNT», 2014. 131 p. (In Russian)

[10] Tang L., Zhao Y., Liu J. An improved differential evolution algorithm for practical dynamic scheduling in steelmaking-continuous casting production. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2014; 18(2):209-225. DOI: 10.1109/TEVC.2013.2250977

[11] Gao J., Dai G., Zhao J., Li H., Xu L., Zhu Z. Influence of Indentation on the Fatigue Strength of Carbonitrided Plain Steel. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2015; 2015:492693, 9 pages. DOI: 10.1155/2015/492693

[12] Sugeno M., Kang G.T. Structure identification of Fuzzy Model. *Fuzzy Sets and Systems*. 1988; 28(1):15–33. DOI: 10.1016/0165-0114(88)90113-3

[13] Takagi T. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 1985; SMC-15(1):116-132. DOI: 10.1109/TSMC.1985.6313399

[14] Rahmani A., Hosseinzadeh Lotfi F., Rostamy-Malkhalifeh M., Allahviranloo T. A New Method for Defuzzification and Ranking of Fuzzy Numbers Based on the Statistical Beta Distribution. *Advances in Fuzzy Systems*. 2016; 2016:6945184, 8 pages. DOI: 10.1155/2016/6945184

[15] Cheng Ch-H. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method. *Fuzzy Sets and Systems.* 1998; 95(3):307-317. DOI: 10.1016/S0165-0114(96)00272-2

[16] Saati T.L. Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii [Decision making. Method of Analysis of Hierarchies]. Moscow, Radio and Communication Publ., 1993. 278 p.

[17] Golden B., Wasil E., Harker P. The analytic hierarchy process: applications and studies. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1989. 265 p. DOI: 10.1007/978-3-642-50244-6

[18] Su L., Li Ch. Local Prediction of Chaotic Time Series Based on Polynomial Coefficient Autoregressive Model. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015; 2015:901807, 14 pages. DOI: 10.1155/2015/901807

[19] Jiang Y., Yang Ch., Ma H. A Review of Fuzzy Logic and Neural Network Based Intelligent Control Design for Discrete-Time Systems. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2016; 2016:7217364, 11 pages. DOI: 10.1155/2016/7217364

[20] Zadeh L.A. Fuzzy sets and systems. *Proc. Symp. on Systems Theory*, Polytechnic Institute of Brooklyn, New York, 1965. pp. 29-37.

[21] Jäntschi L., Pruteanu L.L., Cozma A.C., Bolboacă S.D. Inside of the Linear Relation between Dependent and Independent Variables. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 2015; 2015:360752, 11 pages. DOI: 10.1155/2015/360752

[22] Deng Y., Liu Y., Zhou D. An Improved Genetic Algorithm with Initial Population Strategy for Symmetric TSP. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015; 2015:212794, 6 pages. DOI: 10.1155/2015/212794

[23] Courvoisier D.S., Combescure C., Agoritsas T., Gayet-Ageron A., Perneger T.V. Performance of logistic regression modeling: beyond the number of events per variable, the role of data structure. *Journal of Clinical Epidemiology*. 2011; 64(9):993-1000. DOI: 10.1016/j.jclinepi.2010.11.012

[24] *Žlender* B., Jelušič P. Predicting Geotechnical Investigation Using the Knowledge Based System. *Advances in Fuzzy Systems*. 2016; 2016:4867498, 10 pages. DOI: 10.1155/2016/4867498

[25] Abbasov A.M., Shahbazova S.N. Functional Solution of the Knowledge Level Control Problem: The Principles of Fuzzy Logic Rules and Linguistic Variables. In: Tamir D., Rishe N., Kandel A., editors. Fifty Years of Fuzzy Logic and its Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Vol 326. Springer, Cham, 2015. pp. 25-38. DOI: 10.1007/978-3-319-19683-1_2

[26] Michalska H., Ellis J.E., Roberts P.D. Joint coordination method for the steady state control of large-scale systems. *International Journal of Systems Science*. 1985; 16(5):605 - 618. DOI: 10.1080/00207728508926697

[27] Sathiyamoorthy V., Sekar T., Elango N. Optimization of Processing Parameters in ECM of Die Tool Steel Using Nanofluid by Multiobjective Genetic Algorithm. *The Scientific World Journal*. 2015; 2015:895696, 6 pages. DOI: 10.1155/2015/895696

Submitted 17.04.2018; revised 10.05.2018; published online 30.06.2018.

About the authors:

Evgenia G. Kabulova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of Department of mathematics and computer science, National University of Science and Technology MISIS, Stary Oskol Technological Institute named after A.A. Ugarov (branch) (42 Makarenko District, Stary Oskol 309516, Belgorod region, Russia), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2625-3789, evgenia791@mail.ru

Akim A. Bondarchuk, Candidate of Technical Sciences, Head of Department of technical development of metallurgical processes, LLK Management Company «Metalloinvest» (office 22, 3 Mr. Yunost, Stary Oskol 309516, Belgorod region, Russia), ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4704-353X, us-sti@mail.ru