

УДК 519.71

DOI: 10.25559/SITITO.15.201902.351-361

Использование скоростных законов в некоторых задачах управления подводными аппаратами

Н. А. Жабко*, Т. А. Лепихин, Г. М. Большаков, А. С. Бойков, Г. А. Глушков

Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия
198504, Россия, г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35

*n.zhabko@spbu.ru

Аннотация

В статье рассмотрены две задачи обеспечения заданного движения автономных подводных аппаратов в пространстве. Первой задачей является задача прохождения вдоль пути, заданного набором целевых точек на плоскости. Решение задачи строится на базе линейных моделей, упрощенно описывающих движение аппарата в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Управление вдоль пути в горизонтальной плоскости основывается на специальном задании желаемого угла курса, соответствующего текущей целевой точке и текущему положению аппарата, который передается в линейный стабилизирующий закон управления. Глубина при этом поддерживается постоянной с помощью линейных законов управления, сформированных для упрощенной модели динамики в вертикальной плоскости. Второй задачей является задача следования вдоль заданной траектории в пространстве. В данном случае предполагается, что интерес представляет положение аппарата в пространстве и его ориентация по курсу. Исходя из этого применяется упрощенная модель, в которой для управления используются четыре независимых переменных. Для решения задачи применяется существующий подход бэкстеппинг управления, для которого изучается возможность небольшой модификации. Предложенные для решения обеих задач подходы основаны на применении законов управления в скоростной форме, которая используется с целью обеспечения астатизма по контролируемым переменным. В первом случае несмотря на действие постоянных или скачкообразных возмущений аппарат проходит достаточно близко к путевым точкам, во втором случае при аналогичных возмущениях аппарат выходит на заданную траекторию с достаточной точностью. Успешность и эффективность применения предложенных подходов проиллюстрирована путем их реализации и проведения экспериментов в среде MATLAB-Simulink.

Ключевые слова: автономный подводный аппарат, астатизм, скоростной закон управления, управление на траектории.

Финансирование: данная работа была подготовлена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 17-07-00361 А «Развитие аналитических и вычислительных методов, алгоритмического обеспечения и компьютерных технологий многоцелевого цифрового управления подвижными объектами».

Для цитирования: Жабко Н. А., Лепихин Т. А., Большаков Г. М., Бойков А. С., Глушков Г. А. Использование скоростных законов в некоторых задачах управления подводными аппаратами // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2019. Т. 15, № 2. С. 351-361. DOI: 10.25559/SITITO.15.201902.351-361

© Жабко Н. А., Лепихин Т. А., Большаков Г. М., Бойков А. С., Глушков Г. А., 2019



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Speed Law Control in Some Tasks for Underwater Vehicles

N. A. Zhabko*, T. A. Lepikhin, G. M. Bolshakov, A. S. Boykov, G. A. Glushkov

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia

35 Universitetskii prospekt, Petergof 198504, Saint Petersburg, Russia

*n.zhabko@spbu.ru

Abstract

The article deals with two tasks of providing the rear motion of autonomous underwater vehicles. The first task is to find the paths with specific yaw angle along the given set of target points in the plane. For this task we use linear models that simplify the description of the apparatus motion in the horizontal and vertical planes. In the horizontal plane the constraints are achieved. In Vertical plane we use a constant depth also for simplifying model.

The second task is to follow along the trajectory in space. The main aspects here are the position in space and its orientation to the yaw angle. This model allows the use of four independent variables. For the decision of this task small modification with backstepping algorithm can be used. The proposed solutions can be used to provide astatism for controlled variables. As a result the apparatus passes close enough to the waypoints, and the device is on a given trajectory with sufficient accuracy. The success and effectiveness of the proposed approaches are illustrated by their implementation and conducting experiments in the MATLAB-Simulink environment.

Keywords: autonomous underwater vehicle, astatism, speed control law, trajectory control.

Funding: The authors received the support of the support of the Russian Foundation for Basic Research as part of scientific project No. 17-07-00361 A "Development of Analytical and Computational Methods, Algorithmic Support and Computer Technologies for Multi-Purpose Digital Control of Moving Objects".

For citation: Zhabko N.A., Lepikhin T.A., Bolshakov G.M., Boykov A.S., Glushkov G.A. Speed Law Control in Some Tasks for Underwater Vehicles. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie* = Modern Information Technologies and IT-Education. 2019; 15(2):351-361. DOI: 10.25559/SITI-TO.15.201902.351-361



Введение

В последние годы исключительно интенсивно проводятся исследования в области проектирования автономных подводных аппаратов (AUVs), а также разработки математического и алгоритмического обеспечения моделирования, анализа и управления их динамикой. Это объясняется широтой области их применения и разнообразием решаемых задач, в качестве таких задач можно назвать различные исследовательские задачи, задачи обследования и контроля подводных сооружений, поисковые операции и другие. Конструкции и возможности таких аппаратов также довольно разнообразны, при этом отдельные аппараты выпускаются серийно, другие существуют в единственном экземпляре. Перечисленные обстоятельства постоянно поддерживают актуальность развития соответствующей тематики, способствуют проведению интенсивных исследований в ее рамках и, как следствие, постоянному развитию математического аппарата для решения различных вопросов анализа и синтеза. Типичными математическими задачами, возникающими в процессе функционирования автономных подводных аппаратов, являются задачи следования заданному пути и заданной траектории в пространстве, которые могут сопровождаться решением таких вопросов, как построение пути, траектории, обход препятствий и других. Динамика автономных подводных аппаратов является существенно нелинейной, допускает наличие неопределенностей как в собственной динамике, так и во внешних силах и моментах, поэтому при синтезе систем автоматического управления движением подводных автономных аппаратов поднимается широкий спектр вопросов, связанных с робастностью, учетом нелинейностей, учетом внешних возмущений и других, а полученные решения не являются универсальными. Задача управления AUV вдоль заданной траектории посвящено в настоящее время большое количество работ, в которых представлены различные подходы, основанные на применении бэкстеппинг управления, линеаризации обратной связью, нейронных сетей, нечеткой логики и других техник. Некоторые подходы предлагаются, например, в работах [1, 2, 3], часть из них учитывает возможную неопределенность в задании модели объекта. В работах [4, 5] обсуждаются вопросы управления морскими объектами в условиях внешних возмущений. Особенно сложными являются задачи, связанные с обеспечением требуемого пространственного движения неполноприводного аппарата, который имеет больше степеней свободы, чем независимых управляющих органов, ряд подходов для такого случая предлагается в работах [4, 6, 7, 8]. Как правило, в качестве математических моделей подводных аппаратов, используемых для синтеза законов управления, применяются в каком-то смысле упрощенные модели движения. В частности, в статьях [9, 10, 11, 12] представляются различные подходы в задаче управления вдоль траектории, которая определяется четырьмя степенями свободы – положением аппарата в пространстве, а также ориентацией по курсу, с таким же количеством независимых управляющих переменных. В работах [13, 14, 15, 16, 17] обсуждается задача следования аппаратом вдоль заданного пути, в том числе в ситуации, когда путь задается путевыми точками. В данной работе изучается возможность применения так называемых скоростных законов управления для задачи управления аппаратом вдоль заданной траектории в пространстве, а также задачи следования вдоль пути, задан-

ного путевыми точками на плоскости. В рамках первой задачи вносятся небольшие изменения в закон управления, предложенный в работе [9] и основанный на использовании бэкстеппинг техники, вторая задача решается непосредственно на основе применения линейного скоростного закона. Вопросы применимости скоростных законов в различных задачах, в том числе в задачах управления морскими подвижными объектами, обсуждается в работах [18, 19, 20, 21]. Такие законы во многих ситуациях могут представлять собой базовую составляющую общей многоцелевой структуры управления, предложенной в работах Веремея Е.И. и ориентированной на корректировку действий внешних возмущений на контролируемые переменные объекта. Такая структура успешно используется в задачах управления морскими подвижными объектами, соответствующие результаты отражены в частности в статьях [19, 20, 21].

Постановка задачи

Прежде всего, введем математическую модель движения автономного подводного аппарата. В общем случае пространственное движение автономного подводного аппарата может быть описано системой обыкновенных дифференциальных уравнения 12-го порядка вида

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \delta), \quad (1)$$

здесь $\mathbf{x} = (u \ v \ w \ p \ q \ r \ x_{pos} \ y_{pos} \ z_{pos} \ \phi \ \theta \ \psi)^T$ – вектор состояния, который составлен из следующих переменных: u – продольная скорость, v – боковая скорость, w – скорость изменения глубины, p – скорость изменения крена, q – скорость изменения дифферента, r – скорость изменения курса, $(x_{pos} \ y_{pos} \ z_{pos})$ – координаты объекта, $(\phi \ \theta \ \psi)$ – соответственно отклонения углов крена, дифферента и курса, δ – вектор, задающий отклонения управляющих органов. В правую часть системы (1) входят силы и моменты, действующие на объект и имеющие различную природу – гидродинамические, гидростатические, сила тяги, внешние воздействия от волнения и другие. Достаточно подробное описание математических моделей морских подвижных объектов приведено в монографиях [22, 23]. Как правило, при синтезе законов управления используются упрощенные представления, менее полно характеризующие динамику объекта. Это приводит к одной или нескольким системам меньшего порядка, в которых задание правых частей оказывается менее сложным, а, значит, и оперировать такими моделями становится легче.

В данной работе рассматриваются две задачи, связанные с реализацией заданного движения автономного подводного аппарата в пространстве, каждая из которых решается для аппарата конкретного типа, и каждый раз, в соответствии с условиями поставленной задачи, используемая при синтезе модель оказывается упрощенной по отношению к системе (1). Объединяет рассматриваемые задачи общая идея, задействованная в решении – применение скоростных регуляторов.

Для первого аппарата NPS AUV II иллюстрируется решение задачи обеспечения последовательного прохождения через окрестности заданных на плоскости точек, которые определяют желаемый путь. Таким образом, для заданного набора точек на плоскости $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ необходимо обеспечить последовательное выполнение неравенств



$$\sqrt{(x_{pos} - x_k)^2 + (y_{pos} - y_k)^2} \leq \varepsilon, k = \overline{1, N} \quad (2)$$

для некоторого фиксированного числа $\varepsilon > 0$, которое задает указанную окрестность, здесь (x_{pos}, y_{pos}) – текущее положение аппарата.

Для второго аппарата OUTLAND1000 иллюстрируется решение задачи следования вдоль заданной траектории, то есть обеспечение соотношения

$$\eta(t) - \eta_d(t) \rightarrow \mathbf{0} \text{ при } t \rightarrow \infty \quad (3)$$

где $\eta(t)$ – вектор, задающий текущие положение и ориентацию аппарата, $\eta_d(t)$ – вектор, задающий желаемые положение и ориентацию аппарата.

Полное описание математической модели вида (1) автономного подводного аппарата NPS AUV II приведено в монографии [22]. Математическая модель второго аппарата OUTLAND1000, в более простом варианте, описана в статьях [10, 11].

Скоростной закон управления в задаче следования подводным аппаратом вдоль пути, заданного целевыми точками

Построение схемы управления вдоль пути на плоскости, заданного последовательностью точек, через окрестности которых следует пройти подводному аппарату, проведем на примере автономного необитаемого подводного аппарата NPS AUV II. Описание конструкции и полная математическая модель в форме (1) указанного аппарата приведены в монографии [22]. Для данного аппарата вектор δ имеет вид $\delta = (\delta_r \ \delta_s \ \delta_b \ \delta_{bp} \ \delta_{bs} \ n)^T$ и составлен соответственно из отклонений вертикальных, кормовых и носовых рулей, последней компонентой является количество оборотов винта n , обеспечивающее необходимую силу тяги.

Наряду с уравнениями (1) для данной модели аппарата задаются уравнения динамики приводов рулей, которые могут быть описаны следующими уравнениями

$$\dot{\delta}_i = -\delta_i + u_i, \quad i = r, s, b, bp, bs \quad (4)$$

где u_i – управляющие сигналы в модели.

Математическая модель (1), (4) дополняется ограничениями на управления и отклонения рулей:

$$|\delta_i| \leq \delta_{i0}, \quad \delta_{i0} = 20^\circ \quad (5)$$

$$|\dot{\delta}_i| \leq \tilde{\delta}_{i0}, \quad \tilde{\delta}_{i0} = 3^\circ / c \quad (6)$$

Решение поставленной задачи и обеспечение выполнения неравенств (2) будем базировать на линейных законах управления, формируемых на основе линейных систем, приближенно описывающих движение объекта отдельно в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Такие линейные модели могут быть получены путем выполнения линеаризации в окрестности положения равновесия, заданного постоянным допустимым значением продольной скорости $u = V = const$ и нулевыми значениями по остальным переменным, и отбрасыванием смешанных слагаемых. При таком переходе учитывается, что перекрестное влияние переменных, характеризующих движение в горизонтальной и вертикальной плоскостях при малых отклонениях переменных, достаточно мало.

Таким образом, движение подводного аппарата в горизонтальной плоскости характеризуется вектором состояния $\mathbf{x}_H = (v \ r \ \psi)^T$, и соответствующая линейная модель принимает вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_H = \mathbf{A}_H \mathbf{x}_H + \mathbf{b}_H \delta_r, \\ \dot{\delta}_r = -\delta_r + u_r, \end{cases} \quad (7)$$

где δ_r – отклонение вертикального руля, который используется для управления рысканием, \mathbf{A}_H и \mathbf{b}_H – постоянные матрица и вектор соответствующих размеров.

Движение подводного аппарата в вертикальной плоскости характеризуется вектором состояния $\mathbf{x}_v = (w \ q \ z \ \theta)^T$, соответствующая линейная модель имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_v = \mathbf{A}_v \mathbf{x}_v + \mathbf{B}_v \cdot \begin{pmatrix} \delta_s \\ \delta_{bp} \end{pmatrix}, \\ \dot{\delta}_i = -\delta_i + u_i, \quad i = s, bp, \end{cases} \quad (8)$$

где $\delta_{bp} = \delta_{bs} \delta_s$ – отклонения кормовых и носовых рулей, используемых для управления глубиной и дифферентом, \mathbf{A}_v и \mathbf{B}_v – постоянные матрицы соответствующих размеров.

Выполним построение стабилизирующего управления для линейной системы (7). Для начала найдем управление в виде обратной связи по вектору состояния $\mathbf{x}_r \in E^4$ системы (7)

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{K} \mathbf{x}_r \quad (9)$$

где \mathbf{K} – постоянная матрица.

В данном случае для поиска матрицы \mathbf{K} уместно воспользоваться методом LQR-оптимизации, решение которой основано на минимизации интегрального квадратичного функционала

$$J(\mathbf{K}) = \int_0^{+\infty} (\mathbf{x}_r^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_r + \mathbf{u}_r^T \mathbf{R} \mathbf{u}_r) dt,$$

где \mathbf{Q} – знакоположительная матрица, а \mathbf{R} – положительно определенная матрица, на множестве всех постоянных матриц \mathbf{K} соответствующего размера, гарантирующих асимптотическую устойчивость замкнутой системы (7), (9). Описание такого подхода представлено в [24].

Если такое управление найдено, то закон управления

$$\mathbf{u}_r = k_1 v + k_2 r + k_3 (\psi - \psi_z) + k_4 \delta_r, \quad (10)$$

где $\mathbf{K} = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4)$, ψ_z – заданное желаемое значение курса, гарантирует выполнение соотношения:

$$\psi - \psi_z \rightarrow \mathbf{0} \text{ при } t \rightarrow \infty \quad (11)$$

Теперь выполним переход к так называемой скоростной форме закона управления (10). Для этого представим управление (10) в эквивалентной форме, выражая v , r и δ_r через производные из системы (7)

$$\begin{pmatrix} v \\ \delta_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{pmatrix} \dot{\psi} + \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\delta}_r \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad r = \dot{\psi},$$

и заменяя слагаемые в уравнении (10) так, чтобы получить представление:

$$u_r = \mu_1 \dot{v} + \mu_2 \dot{r} + \mu_3 \dot{\psi} + \mu_4 (\psi - \psi_z) + \delta_r \quad (12)$$

Здесь $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ – вещественные числа, полученные в результате выполненного перехода.



Будем считать, что в уравнения (7) добавлен возмущающий сигнал $d(t) \in E^{k_d}$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_H = \mathbf{A}_H \mathbf{x}_H + \mathbf{b}_H \delta_r + \mathbf{H}_H d(t), \\ \dot{\delta}_r = -\delta_r + \mathbf{u}_r, \end{cases} \quad (13)$$

где $d(t) = c \cdot 1(t)$, $1(t)$ – единичная ступенчатая функция, $c \in E^{k_d}$ – постоянный вектор \mathbf{H}_H – постоянная матрица соответствующего размера.

В этом случае полученная форма управления (12) обеспечит при подстановке в уравнения (13) наличие постоянного решения в этой системе такого, что $\psi - \psi_z = 0$. Иными словами, в системе (13) будет обеспечен астатизм по отклонению курса. Теперь учтем, что конструкция аппаратов рассматриваемого типа предусматривает измерение только части переменных, которые следует использовать для оценивания остальных компонент вектора состояния. В данном случае измеряются только отклонение курса, дифферента, а также текущие координаты объекта в пространстве (продольное и боковое смещение и глубина).

Оценивание переменных, характеризующих боковое движение, выполняется по измеренным значениям курса, что задается уравнением $\mathbf{y} = \mathbf{C}_H \mathbf{x}$, с помощью наблюдателя

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_H = (\mathbf{A}_H - \mathbf{L}_H \mathbf{C}_H) \hat{\mathbf{x}}_H + \mathbf{B}_H \delta_r,$$

где $\hat{\mathbf{x}}_H = (\hat{v} \ \hat{r} \ \hat{\psi})^T$, \hat{v} – оценка боковой скорости, \hat{r} – оценка боковой скорости, $\hat{\psi}$ – оценка боковой скорости, $\mathbf{C}_H = (0 \ 0 \ 1)^T$, матрица \mathbf{L}_H выбирается так, чтобы матрица $\mathbf{A}_H - \mathbf{L}_H \mathbf{C}_H$ являлась гурвицевой.

Итоговый закон управления, который гарантирует выполнение соотношения (11), формируется в виде:

$$\mathbf{u}_r = \mu_1 \hat{v} + \mu_2 \hat{r} + \mu_3 \hat{\psi} + \mu_4 (\psi - \psi_z) + \delta_r \quad (14)$$

Для построения закона управления, переводящего объект управления в окрестность заданной точки на плоскости (x_k, y_k) , сформируем желаемое значение курса ψ_z в виде

$$\psi_z = \arctg \left(\frac{x_{pos} - x_k}{y_{pos} - y_k} \right), \psi_z \in [-\pi; \pi], \psi - \psi_z \in [-\pi; \pi]. \quad (15)$$

Аналогичное задание угла для перехода в заданную точку используется, например, в законах управления, описанных в статьях [13,16]. При задании желаемого угла ψ_z в такой форме подводный аппарат будет стремиться выйти на прямую, проходящую через точку, характеризующую текущее положение аппарата на плоскости, и точку, в окрестность которой следует перейти. В результате переменная курса будет стабилизироваться на постоянном, заранее не заданном, значении, соответствующем углу наклона итоговой прямой.

Пользуясь этой идеей можно задать общую схему формирования управляющего сигнала для последовательного прохождения набора точек $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ на плоскости. Начиная с $k = 1$ необходимо последовательно передавать текущее положение аппарата на плоскости и текущую целевую точку в формулу (15) и, далее, рассчитанное таким образом желаемое значение курса (15) – в закон управления (14). Переходя на следующую целевую точку, при этом, осуществляется при приближении на заданное расстояние к текущей целевой точке в соответствии с формулой (2).

Следует отметить, что закон управления, представленный в форме (14), можно дополнить аддитивным слагаемым, формируемым с помощью дополнительного динамического корректора, включаемого в обратную связь, как это предлагается в таких работах, как [20,21].

Корректор служит для отработки влияния внешних возмущений на контролируемые переменные объекта и может включаться по необходимости. В этом случае закон управления (14) представляет собой один из элементов специальной многоцелевой структуры.

Поскольку рассматриваемый подводный аппарат является неустойчивым по глубине, при движении в горизонтальной плоскости необходимо контролировать переменные, отвечающие за изменение глубины и дифферента объекта. Стабилизацию глубины выполним с помощью линейных законов управления для горизонтальных рулей

$$u_s = k_{11} \hat{w} + k_{12} \hat{q} + k_{13} \hat{\theta} + k_{14} (\hat{\eta} - \eta_z) + k_{15} \delta_s + k_{16} \delta_{bs},$$

$$u_{bs} = k_{21} \hat{w} + k_{22} \hat{q} + k_{23} \hat{\theta} + k_{24} (\hat{\eta} - \eta_z) + k_{25} \delta_s + k_{26} \delta_{bs},$$

так что $\delta_{bs} = \delta_{bn}$, \hat{w} , \hat{q} , $\hat{\theta}$, $\hat{\eta}$ – оценки переменных состояния, рассчитанные по измеренным значениям глубины и дифферента η и θ с помощью асимптотического наблюдателя, сформированного аналогично наблюдателю для оценивания переменных в горизонтальной плоскости. Полученный наблюдатель также может быть представлен в скоростной форме, в результате чего будет обеспечиваться точная стабилизация заданных значений по дифференту и глубине.

Скоростной закон управления в задаче управления подводным аппаратом вдоль заданной траектории

Рассмотрим теперь вторую задачу – задачу следования вдоль заданной траектории в пространстве на примере второго автономного подводного аппарата. Динамическая математическая модель аппарата в данном случае представляется уравнениями, записанными в виде:

$$M\dot{q} + C(q)q + D(q)q + g(\eta) = \tau, \quad (16)$$

где $M \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – матрица инерции, $C(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – Кориолисова и центробежная матрица, $D(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – гидродинамическая матрица демпфирования, $g(\eta) \in \mathbb{R}^4$ – вектор силы тяжести и плавучести, $\eta = [x \ y \ z \ \psi]^T \in E^4$ – вектор, задающий положение в пространстве и курс по отношению к инерционной системе координат, $q = [u \ v \ w \ r]^T \in E^4$ – вектор, задающий линейные скорости и угловую скорость по курсу по отношению связанной системе координат, $\tau(\delta) \in E^4$ – вектор управляющих сил и моментов, $\delta \in E^4$ – вектор сигналов от управляющих органов

В данном случае модель построена в предположении, что отклонения по дифференту и крену малы, и, следовательно, ими можно пренебречь и не учитывать в модели объекта.

Кинематическая модель аппарата при этом задается уравнениями

$$\dot{\eta} = J(\eta)q, \quad (17)$$

где $J \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ – матрица перехода между инерционной и связанной системами координат.

Совместно уравнения (16) и (17) представляют собой упрощенную по отношению к общему представлению (1) модель подводного аппарата, которая подробно описана в статьях [10,11].



В данном случае матрицы систем (16) и (17) задаются достаточно просто и приведены ниже:

$$J = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & 0 & 0 \\ j_{21} & j_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j_{44} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} \end{bmatrix},$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & 0 & 0 \\ c_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad D(q) = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} \end{bmatrix},$$

где $j_{11} = \cos \psi$, $j_{12} = -\sin \psi$, $j_{21} = \sin \psi$, $j_{22} = \cos \psi$, $j_{33} = 1$, $j_{44} = 1$, $m_{11} = m - X_u$, $m_{22} = m - Y_v$, $m_{33} = m - Z_w$, $m_{44} = I_z - N_r$, $c_{12} = -mr$, $c_{21} = -mr$, $c_{33} = mv$, $c_{44} = -mu$, $d_{11} = -X_{\dot{u}}$, $d_{22} = -Y_{\dot{v}}$, $d_{33} = -Z_{\dot{w}}$, $d_{44} = -N_{\dot{r}}$, $g(\eta) = [g_{11} \ g_{21} \ g_{31} \ g_{41}]^T$, $g_{11} = -X_{uu}|u|$, $g_{21} = -Y_{vv}|v|$, $g_{31} = -Z_{ww}|w|$, $g_{41} = -N_{rr}|r|$, m - масса аппарата, I_z - момент инерции по оси z , X_u, Y_v, Z_w, N_r - добавленные массы, X_u, Y_v, Z_w, N_r - линейные коэффициенты сопротивления, $X_{uu}, Y_{vv}, Z_{ww}, N_{rr}$ - квадратичные коэффициенты сопротивления.

Будем считать, что задан вектор желаемого положения в пространстве и ориентации по курсу $\eta_d = [x_d \ y_d \ z_d \ \psi_d]^T$.

Введем векторы ошибок для вектора положения и ориентации e и вектора скоростей e_q , которые в каждый момент времени t задаются соотношениями $e(t) = \eta_d(t) - \eta(t)$ и $e_q(t) = \dot{q}_c(t) - \dot{q}(t)$,

где можно ввести обозначения $e = [e_x \ e_y \ e_z \ e_\psi]^T$, $e_q = [e_u \ e_v \ e_w \ e_r]^T$

Вектор q_c является вспомогательным и задается следующим образом

$$q_c = J^{-1}(\dot{\eta}_d + Ke), \quad (18)$$

где K - положительно определенная матрица.

В статье [10] показано, что при следующем выборе управляющего вектора τ при условии, что коэффициенты матриц M, C, D, J и g допускают отклонения от номинальных значений,

$$\tau = M(\dot{q}_c + K_1 e_q) + Cq + Dq + g$$

ошибки e и e_q равномерно предельно ограничены, при отсутствии таких отклонений выполняется условие (3). Решение задачи основано на применении техники бэкстепинг, вопросы применимости которой в различных задачах управления морскими подвижными объектами рассмотрены в статье [25]. Введем следующие обозначения

$$\tau_k = M\dot{q}_c + Cq + Dq + g, \quad \tau_{cm} = K_1 e_q,$$

тогда $\tau = M\tau_{cm} + \tau_k$, и уравнение для ошибки принимает вид:

$$\dot{e}_q = -\tau_{cm}. \quad (19)$$

Обсудим возможное развитие идеи выбора вектора τ_{cm} , обеспечивающего асимптотическую устойчивость ошибки e_q в уравнении (19), связанное с применением скоростного линейного закона.

Для этого дополним систему (19) системой, задающей новый вектор управлений Δ_τ

$$\dot{\tau}_{cm} = \Delta_\tau \quad (20)$$

Зададим Δ_τ в следующем виде:

$$\Delta_\tau = \mathbf{K}_1 e_q + \mathbf{K}_2 \tau_{cm} \quad (21)$$

Тогда замкнутая система (19), (20), (21) примет вид

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_q \\ \dot{\tau}_{cm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{E} \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_q \\ \tau_{cm} \end{pmatrix} \quad (22)$$

При выборе матриц \mathbf{K}_1 и \mathbf{K}_2 диагональными $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(k_{11}^1, k_{22}^1, k_{33}^1, k_{44}^1)$ и $\mathbf{K}_2 = \text{diag}(k_{11}^2, k_{22}^2, k_{33}^2, k_{44}^2)$ замкнутая система распадается на четыре отдельные подсистемы и может быть записана в следующем виде

$$\begin{cases} \dot{e}_{qi} = -\tau_{cmi}, \\ \dot{\tau}_{cmi} = \Delta_{\tau i} = k_{ii}^1 e_{qi} + k_{ii}^2 \tau_{cmi}, \quad i = \overline{1, 4}, \end{cases} \quad (23)$$

где $e_q = (e_{q1} \ e_{q2} \ e_{q3} \ e_{q4})^T$, $\tau_{cm} = (\tau_{cm1} \ \tau_{cm2} \ \tau_{cm3} \ \tau_{cm4})^T$ и $\Delta_\tau = (\Delta_{\tau1} \ \Delta_{\tau2} \ \Delta_{\tau3} \ \Delta_{\tau4})^T$.

Характеристический полином каждой такой системы $f_i(\lambda) = \lambda^2 - \lambda k_{ii}^2 + k_{ii}^1 = 0$ гурвицев при условии, что $k_{ii}^2 < 0$, $k_{ii}^1 > 0$, $i = \overline{1, 4}$.

Предположим теперь, что на вход системы (16) подается возмущающий ступенчатый сигнал $d(t) = c \cdot 1(t)$, где $1(t)$ - единичная ступенчатая функция, $c \in E^4$ - постоянный вектор, и система принимает вид

$$M\dot{q} + C(q)q + D(q)q + g(\eta) = \tau + d \quad (24)$$

Первое уравнение в каждой из подсистем системы (23) также изменится и примет вид $\dot{e}_{qi} = -\tau_{cmi} - d_i$. Для того, чтобы обеспечить астатизм по ошибке e_q , и, соответственно, выполнение условия (3), перейдем к скоростной форме задания закона управления (21). Для этого выразим слагаемое τ_{cm} в уравнении (21) из соотношения (19), в результате получим

$$\Delta_\tau = \mathbf{K}_1 e_q - \mathbf{K}_2 \dot{e}_q. \quad (25)$$

В этом случае в замкнутой системе при наличии внешнего возмущения указанного типа по ошибке образуется нулевое положение равновесия $e_q = \mathbf{0}$, $t \in [0, T]$.

Для того чтобы оценить вектор неизмеряемых производных \dot{e}_q для использования в законе управления (25), а также, как и в предыдущей задаче, иметь возможность расширить функциональность закона управления с целью учета действия внешних возмущений путем перехода к многоцелевой структуре, можно сформировать асимптотический наблюдатель:

$$\dot{\hat{e}}_q = -\tau_{cm} + \mathbf{L}(e_q - \hat{e}_q).$$

При этом управление будет формироваться в следующем виде:

$$\Delta_\tau = \mathbf{K}_1 e_q - \mathbf{K}_2 \hat{e}_q \quad (26)$$

Матрица \mathbf{L} в наблюдателе выбирается диагональной с положительными элементами, в этом случае обеспечивается асимптотическая устойчивость замкнутой системы.



Результаты численных экспериментов моделирования движения через путевые точки

Проиллюстрируем работу описанного выше алгоритма для управления движением вдоль пути, заданного путевыми точками на плоскости, для подводного аппарата AUV NPS II. Реализация алгоритма и имитационное моделирование для анализа его применимости выполнены в среде MATLAB-Simulink.

Для расчета коэффициентов матрицы \mathbf{K} закона управления движением аппарата в горизонтальной плоскости (9) и матрицы наблюдателя \mathbf{H}_H использована линейная модель (7), вычисленная в предположении, что $u = V = 1 < / A$, приводит к матрицам

$$\mathbf{A}_H = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_H = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $a_{11} = -0.1468$, $a_{12} = -0.3538$, $a_{21} = 0.0430$, $a_{22} = -0.3130$, $b_1 = 0.0376$, $b_2 = -0.0459$, при этом матрица системы измерений равна $\mathbf{C}_H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Аналогично для расчета коэффициентов k_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, 6$ закона управления движением аппарата в вертикальной плоскости, а также матрицы асимптотического наблюдателя, использована линейная модель (8), вычисленная в предположении, что $u = V = 1 < / A$, с матрицами

$$\mathbf{A}_v = \begin{pmatrix} a_{11d} & a_{12d} & 0 & a_{14d} \\ a_{21d} & a_{22d} & 0 & a_{24d} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_v = \begin{pmatrix} b_{11d} & 2b_{12d} \\ b_{21d} & 2b_{22d} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_v = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

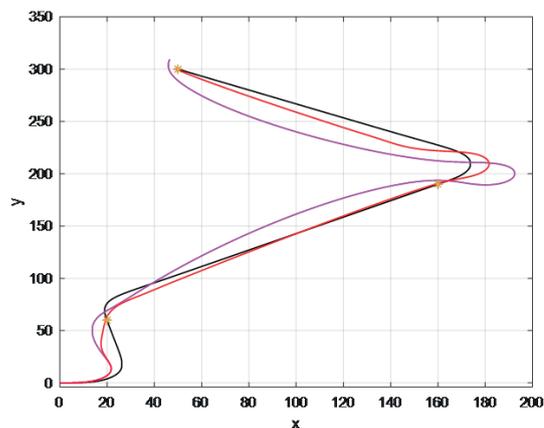
где $a_{11d} = -0.1989$, $a_{12d} = -0.1512$, $a_{14d} = 0.0077$, $a_{21d} = 0.1586$, $a_{22d} = -0.5381$, $a_{24d} = -0.0667$, $b_{11d} = -0.0371$, $b_{21d} = -0.0602$, $b_{12d} = -0.0085$, $b_{22d} = -0.0058$.

Результат практической реализации алгоритма движения аппарата вдоль пути на плоскости XOY аппарата (зависимость $y_{pos}(x_{pos})$) приведен на рис. 1 для случая, в котором задается набор точек (которые отмечены звездочками): первая с координатами (20; 60), вторая – с координатами (160; 190), третья – с координатами (50; 300). Здесь черным цветом иллюстрируется динамика аппарата при движении под действием управления в не скоростной форме без внешних возмущений, малиновым цветом показано движение при том же законе управления, но при действии постоянных внешних возмущений, красным – при действии тех же возмущений на входе и при использовании скоростной формы закона управления. Как видно из этого рисунка, объект, находясь в начальный момент времени в начале координат, последовательно проходит через окрестности всех заданных точек. Однако в первом случае он проходит достаточно близко к нужным точкам, приближаясь к ним по прямым, соответствующим постоянным значениям отклонения по курсу. Во втором случае возмущения существенно отклоняют аппарат от пути, полученного без возмущений, в том числе аппарат проходит не так близко к точкам. В последнем случае аппарат хоть и сходит с исходного пути, однако отходит от него не так далеко, как в предыдущем случае, кроме

того, проходит достаточно близко к заданным точкам. Время прохождения через заданный набор точек также немного меняется. На рис. 2 показаны соответствующие динамические процессы по курсу. Глубина поддерживается на заданном значении 1,5 метра.

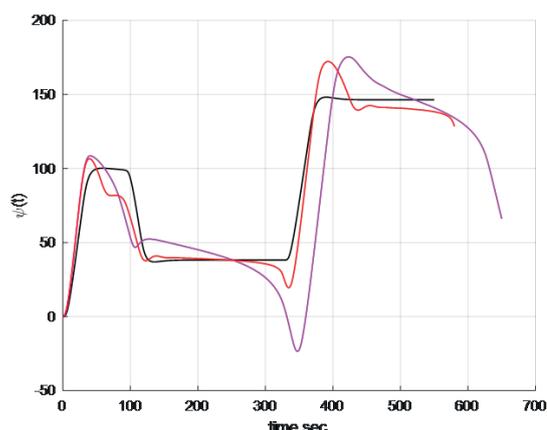
Таким образом, можно сделать вывод, что использованные линейные законы управления, в том числе в скоростной форме, успешно применяются в рассмотренной задаче движения вдоль пути на плоскости, заданного целевыми точками на плоскости. При этом регулятор, представленный в скоростной форме, дает очевидное преимущество и в этой задаче, обеспечивая астатизм по курсу, что приводит к более точному прохождению через заданные точки с меньшим отклонением от исходного пути между путевыми точками.

Здесь необходимо отметить, что имитационное моделирование проведено для полной нелинейной модели аппарата, с учетом ограничений на управляющие переменные, в то время, как все законы управления линейны. Поэтому законы управления (10) и (12), которые являются эквивалентными в линейном случае, в нелинейном варианте, и, тем более, в реальности будут давать несколько отличную динамику.



Р и с. 1. Прохождение пути, заданного точками на плоскости XOY (в метрах)

F i g. 1. The path specified by points on the XOY plane (in meters)



Р и с. 2. Изменение курса в зависимости от времени при прохождении пути, заданного точками на плоскости XOY (в градусах)

F i g. 2. The course changes depending on the time when passing the path given by points on the XOY plane (in degrees)



Результаты численных экспериментов моделирования движения вдоль траектории

Для оценки применимости предлагаемых законов управления для решения задачи следования вдоль заданной траектории выполнено имитационное моделирование в среде MATLAB-Simulink. Все необходимые параметры модели рассматриваемого аппарата приведены в статьях [10], [11].

Иллюстрации движения аппарата приведены для желаемой траектории $\eta_d(t) = (2 \sin 0.5t \quad -2 \cos 0.5t \quad 0.1t \quad 0.5t)^T$, начальные значения по положению и ориентации по курсу $\eta(t)$ задает вектор $\eta(0) = (0 \quad -1 \quad 0 \quad 0)^T$, начальные скорости приняты нулевыми. При этом в законах управления используются следующие матрицы $K_1 = -K_2 = \text{diag}(2 \quad 2 \quad 2 \quad 2)$ и $L = \text{diag}(50 \quad 50 \quad 50 \quad 50)$. Отметим, что выбор указанных матриц позволяет влиять на переходные процессы в замкнутой системе и должен зависеть, в том числе, от имеющихся ограничений на управляющие переменные, в данном модельном примере такие ограничения не введены. Имитационное моделирование проведено в предположении, что на вход объекта поступает некоторый постоянный векторный возмущающий сигнал $d(t)$.

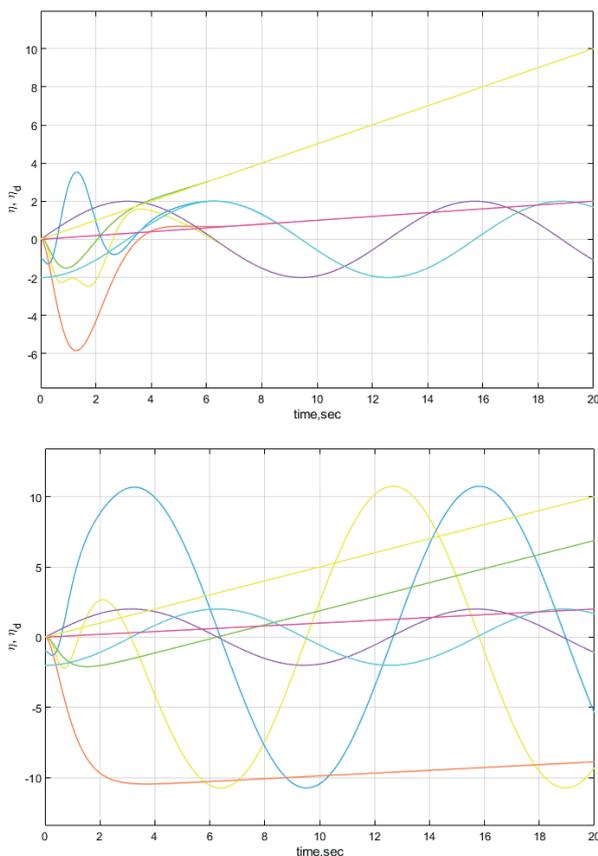


Рис. 3. Выход подводного аппарата на заданную траекторию при действии постоянных возмущений, слева при скоростном законе управления, справа – при исходном законе управления

Fig. 3. The submarine obtains the correct path under the action of constant disturbances, on the left with the high-speed control law, on the right with the initial control law

На рис. 3 слева показаны переходные процессы при выходе аппарата на заданную траекторию при управлении τ_{cm} в форме (20), (26), на рис. 3 справа показаны динамические процессы, полученные при тех же условиях, но при исходном управлении $\tau_{cm} = K_1 e_q$.

Видно, что при исходном управлении образуется существенный сдвиг фактической траектории по отношению к целевой, в то время как при управлении (20), (26) аппарат действительно выходит на заданную траекторию, несмотря на действие внешних постоянных возмущений.

Следует отметить, что предложенная модификация управляющей структуры и задание закона управления для τ_{cm} в форме (25) связана с введением дополнительной динамики и фактически приводит к тому же, к чему привела бы модификация управления, основанная на введении в исходное управление τ_{cm} интегрального слагаемого по ошибке. Однако в данном случае использована

$$\tau_{cm} = K_1 e_q + K_2 \int_0^t e_q(\gamma) d\gamma$$

на модификация именно в форме (20), (26), поскольку она может допускать дальнейшее развитие в рамках многоцелевой структуры. Кроме того, в рассматриваемой ситуации принципиально важным являются такие допущения: во-первых, все переменные, задающие модель объекта (положение, ориентация по курсу и скорости) являются измеряемыми, во-вторых, для аппарата, описанного в рассматриваемой форме, количество степеней свободы совпадает с количеством независимых управляющих переменных, то есть фактически для каждой управляемой переменной задается свой отдельный закон управления. Дополнительной задачей, которую следует решать для такого аппарата, является получение конкретного вектора фактических управляющих переменных δ , рассчитываемого по вычисленным значениям $\tau(\delta)$, в данной работе такая задача не изучается.

Заключение

В работе рассмотрена задача прохождения через окрестности заданного набора путевых точек на плоскости, а также выхода подводного аппарата на заданную траекторию в пространстве. Решение обеих задач основано на применении скоростных линейных регуляторов с целью обеспечения нулевой ошибки по контролируемым переменным при действии внешних ступенчатых возмущений. Показано, что в обеих задачах скоростная форма задания регулятора оказывается эффективной для уменьшения влияния таких возмущений на контролируемые переменные.

Список использованных источников

- [1] Rezazadegan F, Shojaei K, Sheikholeslam F, Chatraei A. A novel approach to 6-DOF adaptive trajectory tracking control of an AUV in the presence of parameter uncertainties // Ocean Engineering. 2015. Vol. 107. Pp. 246-258. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.07.040
- [2] Qiao L., Yi B., Wu D., Zhang W. Design of three exponentially convergent robust controllers for the trajectory tracking of autonomous underwater vehicles // Ocean Engineering. 2017. Vol. 134. Pp. 157-172. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.02.006



- [3] *Shojaei K., Dolatshahi M.* Line-of-sight target tracking control of underactuated autonomous underwater vehicles // *Ocean Engineering*. 2017. Vol. 133. Pp. 244-252. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.02.006
- [4] *Xia Y., Xu K., Li Y., Xu G., Xiang X.* Improved line-of-sight trajectory tracking control of under-actuated AUV subjects to ocean currents and input saturation // *Ocean Engineering*. 2019. Vol. 174. Pp. 14-30. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.01.025
- [5] *Smirnov M. N., Smirnova M. A.* Control Synthesis for Marine Vessels in Case of Limited Disturbances // *Telkomnika*. 2018. Vol. 16, No. 2. Pp. 648-653. DOI: 10.12928/TELKOMNIKA.v16i2.7180
- [6] *Xu J., Wang M., Qiao L.* Dynamical sliding mode control for the trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles // *Ocean engineering*. 2015. Vol. 105. Pp. 54-63. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.06.022
- [7] *Wang J., Wang C., Wei Y., Zhang C.* Command filter based adaptive neural trajectory tracking control of an underactuated underwater vehicle in three-dimensional space // *Ocean Engineering*. 2019. Vol. 180. Pp. 175-186. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.03.061
- [8] *Zhou J., Ye D., Zhao J., He D.* Three-dimensional trajectory tracking for underactuated AUVs with bio-inspired velocity regulation // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2018. Vol. 10. Pp. 282-293. DOI: 10.1016/j.ijnaoe.2017.08.006
- [9] *Karkoub M., Wu H.-M., Hwang C. L.* Nonlinear trajectory-tracking control of an autonomous underwater vehicle // *Ocean Engineering*. 2017. Vol. 145. Pp. 188-198. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.08.025
- [10] *Wu H. M., Karkoub M.* Hierarchical Backstepping Control for Trajectory-Tracking of Autonomous Underwater Vehicles Subject to Uncertainties // 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014). Seoul, Korea, 2014. DOI: 10.1109/ICCAS.2014.6987740
- [11] *Sun B., Zhu D., Li W.* An Integrated Backstepping and Sliding Mode Tracking Control Algorithm for Unmanned Underwater Vehicles // *Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control*. 2012. DOI: 10.1109/CONTROL.2012.6334705
- [12] *Gan W. Y., Zhu D. Q., Xu W. L., Sun B.* Survey of trajectory tracking control of autonomous underwater vehicles // *Journal of Marine Science and Technology*. 2017. Vol. 25, No. 6. Pp. 722-731. DOI: 10.6119/JMST-017-1226-13
- [13] *Ataei M., Yousefi-Koma A.* Three-dimensional optimal path planning for waypoint guidance of an autonomous underwater vehicle // *Robotics and Autonomous Systems*. 2015. Vol. 67. Pp. 23-32. DOI: 10.1016/j.robot.2014.10.007
- [14] *Fossen T. I., Breivik M., Skjetne R.* Line-of-sight path following of Underactuated marine craft // *IFAC Proceedings*. 2003. Vol. 36, Issue 21. P. 211-216. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)37809-6
- [15] *Lamraoui H. C., Qidan Z.* Path following control of fully actuated Autonomous underwater Vehicle based on LADRC // *Polish Maritime Research*. 2018. Vol. 25, Issue 4. Pp. 39-48. DOI: 10.2478/pomr-2018-0130
- [16] *Breivik M., Fossen T. I.* Guidance-based path following for autonomous underwater vehicles // *Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE*. Washington, DC, 2005. Vol. 3. Pp. 2807-2814. DOI: 10.1109/OCEANS.2005.1640200
- [17] *Ferreira B., Pinto M., Matos A., Cruz N.* Control of the MARES Autonomous Underwater Vehicle // *OCEANS*. 2009. MTS/IEEE Biloxi, 2009. Pp. 1-10. DOI: 10.23919/OCEANS.2009.5422133
- [18] *Жабко Н. А., Лепихин Т. А.* Синтез астатического регулятора для управления движением квадрокоптера // *CEUR Workshop Proceedings*. 2017. Т. 2064. С. 255-263. URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2064/paper30.pdf> (дата обращения: 16.04.2019).
- [19] *Smirnov M. N., Smirnova M. A.* Multipurpose Control Laws in Trajectory Tracking Problem // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016. Vol. 11, Issue 22. Pp. 11104-11109.
- [20] *Veremey E. I., Korovkin M. V., Sotnikova M. V.* Ships Steering in Accurate Regime Using Autopilots with Special Structure of Control Law // *Proceedings of the 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (IFAC MCMC 2015)*. August 24-26, Copenhagen, Denmark. IFAC-PapersOnline, 2015. Vol. 48, Issue 16. Pp. 7-12.
- [21] *Веремей Е. И., Сотникова М. В.* Многоцелевая структура законов управления морскими подвижными объектами // XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 3289-3300. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22224413> (дата обращения: 16.04.2019).
- [22] *Fossen T. I.* *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1994. 494 p.
- [23] *Fossen T. I.* *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 2011. 596 p.
- [24] *Веремей Е. И.* *Линейные системы с обратной связью*. СПб.: Издательство «Лань», 2013. 448 с.
- [25] *Fossen T. I., Strand J. P.* Tutorial on Nonlinear Backstepping: Applications to Ship Control // *Modeling, Identification and Control*. 1999. Vol. 20, No. 2, pp. 83-134. DOI: 10.4173/mic.1999.2.3

Поступила 16.04.2019; принята к публикации 20.05.2019;
опубликована онлайн 25.07.2019.

Об авторах:

Жабко Наталья Алексеевна, доцент кафедры компьютерных технологий и систем, факультет прикладной математики – процессов управления, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35), кандидат физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7035-5219>, n.zhabko@spbu.ru

Лепихин Тимур Андреевич, главный специалист, главный администратор информационной системы PURE, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35), кандидат физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-5218-8250>, t.lepihin@spbu.ru

Большаков Георгий Михайлович, студент, факультет прикладной математики – процессов управления, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия,



г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35),
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1617-5043>

Бойков Артем Сергеевич, студент, факультет прикладной математики – процессов управления, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7815-4024>

Глушков Герман Алексеевич, студент, факультет прикладной математики – процессов управления, Санкт-Петербургский государственный университет (198504, Россия, г. Санкт-Петербург, г. Петергоф, Университетский пр., д. 35), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8432-1172>

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

References

- [1] Rezazadegan F, Shojaei K, Sheikholeslam F, Chatraei A. A novel approach to 6-DOF adaptive trajectory tracking control of an AUV in the presence of parameter uncertainties. *Ocean Engineering*. 2015; 107:246-258. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.07.040
- [2] Qiao L, Yi B, Wu D, Zhang W. Design of three exponentially convergent robust controllers for the trajectory tracking of autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering*. 2017; 134:157-172. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.02.006
- [3] Shojaei K, Dolatshahi M. Line-of-sight target tracking control of underactuated autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering*. 2017; 133:244-252. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.02.006
- [4] Xia Y, Xu K, Li Y, Xu G, Xiang X. Improved line-of-sight trajectory tracking control of under-actuated AUV subjects to ocean currents and input saturation. *Ocean Engineering*. 2019; 174:14-30. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.01.025
- [5] Smirnov M.N., Smirnova M.A. Control Synthesis for Marine Vessels in Case of Limited Disturbances. *Telkomnika*. 2018; 16(2):648-653. (In Eng.) DOI: 10.12928/TELKOMNIKA.v16i2.7180
- [6] Xu J, Wang M, Qiao L. Dynamical sliding mode control for the trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles. *Ocean engineering*. 2015; 105:54-63. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.06.022
- [7] Wang J, Wang C, Wei Y, Zhang C. Command filter based adaptive neural trajectory tracking control of an underactuated underwater vehicle in three-dimensional space. *Ocean Engineering*. 2019; 180:175-186. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.03.061
- [8] Zhou J, Ye D, Zhao J, He D. Three-dimensional trajectory tracking for underactuated AUVs with bio-inspired velocity regulation. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2018; 10:282-293. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.ijnaoe.2017.08.006
- [9] Karkoub M, Wu H.-M., Hwang C.L. Nonlinear trajectory-tracking control of an autonomous underwater vehicle. *Ocean Engineering*. 2017; 145:188-198. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.oceaneng.2017.08.025
- [10] Wu H.M., Karkoub M. Hierarchical Backstepping Control for Trajectory-Tracking of Autonomous Underwater Vehicles Subject to Uncertainties. *14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014)*. Seoul, Korea, 2014. (In Eng.) DOI: 10.1109/ICCAS.2014.6987740
- [11] Sun B., Zhu D., Li W. An Integrated Backstepping and Sliding Mode Tracking Control Algorithm for Unmanned Underwater Vehicles. *Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control*. 2012. (In Eng.) DOI: 10.1109/CONTROL.2012.6334705
- [12] Gan W.Y., Zhu D.Q., Xu W.L., Sun B. Survey of trajectory tracking control of autonomous underwater vehicles. *Journal of Marine Science and Technology*. 2017; 25(6):722-731. (In Eng.) DOI: 10.6119/JMST-017-1226-13
- [13] Ataei M., Yousefi-Koma A. Three-dimensional optimal path planning for waypoint guidance of an autonomous underwater vehicle. *Robotics and Autonomous Systems*. 2015; 67:23-32. (In Eng.) DOI: 10.1016/j.robot.2014.10.007
- [14] Fossen T.I., Breivik M., Skjetne R. Line-of-sight path following of Underactuated marine craft. *IFAC Proceedings*. 200; 36(21):211-216. (In Eng.) DOI: 10.1016/S1474-6670(17)37809-6
- [15] Lamraoui H.C., Qidan Z. Path following control of fully actuated Autonomous underwater Vehicle based on LADRC. *Polish Maritime Research*. 2018; 25(4):39-48. (In Eng.) DOI: 10.2478/pomr-2018-0130
- [16] Breivik M., Fossen T.I. Guidance-based path following for autonomous underwater vehicles. *Proceedings of OCEANS 2005 MTS/IEEE*. Washington, DC, 2005; 3:2807-2814. (In Eng.) DOI: 10.1109/OCEANS.2005.1640200
- [17] Ferreira B., Pinto M., Matos A., Cruz N. Control of the MARES Autonomous Underwater Vehicle. *OCEANS*. 2009. MTS/IEEE Biloxi. 2009; 1-10. (In Eng.) DOI: 10.23919/OCEANS.2009.5422133
- [18] Zhabko N.A.; Lepikhin T.A. Astatic Controller Synthesis for Quadcopter Motion Control. *CEUR Workshop Proceedings*. 2017; 2064:255-263. Available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2064/paper30.pdf> (accessed 16.04.2019). (In Russ., abstract in Eng.)
- [19] Smirnov M.N., Smirnova M.A. Multipurpose Control Laws in Trajectory Tracking Problem. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016; 11(22):11104-11109. (In Eng.)
- [20] Veremey E.I., Korovkin M.V., Sotnikova M.V. Ships Steering in Accurate Regime Using Autopilots with Special Structure of Control Law. *Proceedings of the 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (IFAC MCMC 2015)*. August 24-26, Copenhagen, Denmark. IFAC-PapersOnline. 2015; 48(16):7-12. (In Eng.)
- [21] Veremey E.I., Sotnikova M.V. The multi-purpose structure of laws governing marine moving objects. *XII All-Russian meeting on management problems VSPU-2014: proceedings of the conference*. Moscow: V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS. 2014: 3289-3300. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=22224413> (accessed 16.04.2019). (In Russ.)
- [22] Fossen T.I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. New York: John Wiley & Sons Ltd, 1994. 494 pp. (In Eng.)
- [23] Fossen T.I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 2011. 596 pp. (In Eng.)
- [24] Veremey E.I. *Linear Systems with Feedbacks*. St. Petersburg:



Lan, 2013. (In Russ.)

- [25] Fossen T.I., Strand J.P. Tutorial on Nonlinear Backstepping: Applications to Ship Control. *Modeling, Identification and Control*. 1999; 20(2):83-134. (In Eng.) DOI: 10.4173/mic.1999.2.3

Submitted 16.04.2019; revised 20.05.2019;
published online 25.07.2019.

About the authors:

Nataliia A. Zhabko, Associate Professor of the Department of Computer Technologies and Systems, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (35 Universitetskii prospekt, Peterhof 198504, Saint Petersburg, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7035-5219>, n.zhabko@spbu.ru

Timur A. Lepikhin, Chief specialist, main administrator of Current Research Informational System PURE, Saint-Petersburg State University (35 Universitetskii prospekt, Peterhof 198504, Saint Petersburg, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-5218-8250>, t.lepikhin@spbu.ru

Georgy M. Bolshakov, student, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (35 Universitetskii prospekt, Peterhof 198504, Saint Petersburg, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1617-5043>

Artem S. Boykov, student, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (35 Universitetskii prospekt, Peterhof 198504, Saint Petersburg, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7815-4024>

German A. Glushkov, student, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (35 Universitetskii prospekt, Peterhof 198504, Saint Petersburg, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8432-1172>

All authors have read and approved the final manuscript.

