

УДК 519.718.2
DOI: 10.25559/SITITO.16.202002.426-438

Анализ надёжности многороторного лётного модуля привязной телекоммуникационной платформы при работе в случайной среде

Д. В. Козырев^{1,2*}, З. Ф. Нгуен³

¹ ФГБУН «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук», г. Москва, Россия

117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65

² ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Россия

117198, Россия, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

*kozurev-dv@rudn.ru

³ ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Россия

141701, Россия, г. Долгопрудный, Московская область, пер. Институтский, д. 9

Аннотация

Одним из перспективных направлений в рамках концепции создания сетей нового поколения 5G / IMT-2020 является развитие широкополосных беспроводных сетей на базе автономных и привязных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Преимуществом таких сетей является их быстрое и гибкое развертывание, более широкая зона телекоммуникационного покрытия и повышенная надежность беспроводной связи, управляемая мобильность, снижение эксплуатационных расходов и т. д. Помимо интереса к высотным платформам, реализуемым на базе автономных БПЛА, в настоящее время ведущими исследователями передовых стран мира ведутся интенсивные научные работы по проектированию и реализации привязных беспилотных высотных платформ. Платформы этого типа предназначены для эксплуатации в течение длительного времени и широко используются как в гражданской, так и в военной сфере. Возможность длительной эксплуатации привязных беспилотных высотных платформ, являющаяся одним из основных преимуществ перед автономными БПЛА, выдвигает ряд новых требований к надежности как отдельных узлов, так и высотной платформы в целом. Высотные модули привязных беспилотных высотных платформ, как и большинство технических систем, функционируют в условиях изменяющейся внешней среды. Внешними факторами, влияющими на длительность безотказной работы привязных беспилотных высотных платформ, являются, в частности, погодные условия. Влияние этих факторов на надежность системы представляет значительный интерес. Поэтому в данной статье решается актуальная задача исследования аналитической модели надежности многороторного лётного модуля привязной мультироторной высотной платформы как однородной системы горячего резервирования, состоящей из n элементов, работающей в случайной среде. Предложена общая марковская модель надежности системы, функционирующей в случайной среде, с учётом повышения функциональной нагрузки и расположения отказавших элементов.

Ключевые слова: система k -из- n , случайная среда, БПЛА, привязная высотная платформа, гексакоптер, анализ надёжности.



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Финансирование: публикация подготовлена при поддержке Программы повышения конкурентоспособности «5-100» и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-29-06043_мк «Разработка теоретических основ проектирования привязных высотных беспилотных телекоммуникационных платформ длительного функционирования». Руководитель научного проекта: Вишневский Владимир Миронович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва, Россия.

Для цитирования: Козырев, Д. В. Анализ надёжности многороторного лётного модуля привязной телекоммуникационной платформы при работе в случайной среде / Д. В. Козырев, З. Ф. Нгуен. – DOI 10.25559/SITITO.16.202002.426-438 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2020. – Т. 16, № 2. – С. 426-438.

© Козырев Д. В., Нгуен З. Ф., 2020



Reliability Analysis of a Multi-Rotor Flight Module of a Tethered Telecommunications Platform when Operating in a Random Environment

D. V. Kozyrev^{a,b*}, D. P. Nguyen^c

^a V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia
65 Profsoyuznaya St., Moscow 117997, Russia

^b Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow 117198, Russia

* kozyrev-dv@rudn.ru

^c Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia
9 Institutskiy per., Dolgoprudny 141701, Moscow Region, Russia

Abstract

Among the promising directions in the framework of the concept of creating the next-generation 5G/IMT-2020 networks is the development of broadband wireless networks based on autonomous and tethered unmanned aerial vehicles (UAVs). The advantage of such networks is their fast and flexible deployment, a wider area of telecommunication coverage and enhanced reliability of wireless communications, controllable mobility, reduced operating costs, etc. In addition to the interest in high-altitude platforms implemented on autonomous UAVs, leading researchers from advanced countries of the world are currently carrying out intensive scientific work on the design and implementation of tethered unmanned high-altitude platforms, given the vastness of their practical application. Platforms of this type are intended to be operational over long periods of time and are widely used in both civilian and military areas. The possibility of long-term operation of tethered unmanned high-altitude platforms, which is one of the main advantages compared to autonomous UAVs, puts forward a number of new requirements on the reliability of both the individual components and the high-altitude platform as a whole. Thus, in the current paper we solve the relevant problem of studying the analytical reliability model of the multi-rotor flight module of the tethered high-altitude platform as a homogeneous hot standby system consisting of n elements operating in a random environment. A general Markov model of the reliability of the system operating in a random environment is proposed, which takes into account the increase in the functional load and the location of the failed elements.

Keywords: k-out-of-n system, random environment, UAV, tethered high-altitude platform, hexacopter, reliability analysis.

Funding: This publication was prepared with the support of the RUDN University Competitiveness Enhancement Program 5-100. The reported study was funded by RFBR, project number 19-29-06043_МК.

For citation: Kozyrev D.V., Nguyen D.P. Reliability Analysis of a Multi-Rotor Flight Module of a Tethered Telecommunications Platform when Operating in a Random Environment. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie* = Modern Information Technologies and IT-Education. 2020; 16(2):426-438. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITITO.16.202002.426-438>



Введение

Одним из перспективных направлений в рамках концепции создания сетей нового поколения 5G / IMT-2020 является развитие широкополосных беспроводных сетей на базе автономных и привязных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Преимуществом таких сетей является их быстрое и гибкое развертывание, более широкая зона телекоммуникационного покрытия и повышенная надежность беспроводной связи, управляемая мобильность, снижение эксплуатационных расходов и т. д., что обеспечивает их эффективное и широкое применение. В связи с этим, исследование надежности БПЛА является очень важной задачей и становится новым трендом в научных работах многих исследователей [1,2].

Помимо интереса к высотным платформам, реализуемым на базе автономных БПЛА [3], в настоящее время ведущими исследователями передовых стран мира ведутся интенсивные научные работы по проектированию и реализации привязных беспилотных высотных платформ [4-9]. Платформы этого типа предназначены для эксплуатации в течение длительного времени и широко используются как в гражданской, так и в военной сфере. Возможность длительной эксплуатации привязных беспилотных высотных платформ, являющаяся одним из основных преимуществ перед автономными БПЛА, выдвигает ряд новых требований к надежности как отдельных узлов, так и высотной платформы в целом. Многопорторная архитектура таких платформ позволяет платформе с n винтокрылыми двигателями оставаться в рабочем состоянии даже после отказа $k - 1$ двигателей. Однако выход из строя части двигателей вызывает увеличение нагрузки на остальные двигатели, что приводит к снижению их надежности. Более того, работоспособность системы зависит от расположения вышедших из строя двигателей. Таким образом, наихудший случай для этой системы - отказ рядом расположенных двигателей. Следовательно, при разработке моделей оценки надежности и поиске оптимальной архитектуры таких многопорторных систем необходимо учитывать фактор «зависимости отказов». Таким образом, рассматриваемые системы могут быть смоделированы с помощью неоднородных k -из- n моделей, отказы компонентов которых зависят от конфигурации отказавших компонентов. Из-за широкой области практического применения изучению систем k -из- n было посвящено большое количество работ. В работе [10] был предложен обзор классических и современных работ [11-19], посвященных рассматриваемому классу систем, рассмотрены несколько вариантов такой модели, в том числе с учетом зависимости отказов системы от конфигурации отказавших компонент, и разработан алгоритм, позволяющий вычислять функцию надежности такой системы, среднее значение и дисперсию её времени безотказной работы.

Ранее, в [20] были получены результаты расчета характеристик надежности для системы типа «(2, 3)-из-6» с учетом увеличения функциональной нагрузки на оставшиеся элементы, а также с учетом расположения отказывающихся элементов. Было проведено сравнение полученных результатов с аналогичными результатами классических моделей анализа надежности резервированных систем, и сделан вывод о том, что несмотря на то, что последние дают ожидаемо более высокие оценки характеристик надежности, однако они не учитывают неоднородность структуры отказов мультипорторных высотных модулей. Далее, в [21] рассмотренная ранее модель надеж-

ности мультипорторных высотных модулей была обобщена на случай неэкспоненциального распределения времени безотказной работы элементов системы.

Высотные модули привязных беспилотных высотных платформ, как и большинство технических систем, функционируют в условиях изменяющейся внешней среды, которые носят как регулярный, так и случайный характер, причём частота этих изменений может быть как соизмеримой с частотой отказов системы, так и быть значительно больше или меньше частоты отказов системы. Влияние этих факторов на надежность системы представляет значительный интерес в условиях быстро развивающихся технических возможностей современного мира. Существует ряд работ, посвящённых исследованию систем поведения массового обслуживания, работающих в случайной среде. Достаточно подробный обзор современных работ на эту тему можно найти, например в [22, 23]. В работах [24, 25] было исследовано влияние изменчивости внешней среды на стационарные характеристики надежности технических систем, а также на распределение времени их безотказной работы. Была рассмотрена простейшая однородная бинарная модель системы холодного резервирования с одним ремонтным устройством, функционирующей в случайной марковской среде с конечным числом состояний. Внешними факторами, влияющими на длительность безотказной работы привязных беспилотных высотных платформ, являются, в частности, погодные условия (дождь, снег, град, ветровая нагрузка). Настоящая работа посвящена исследованию марковской модели надежности системы типа k -из- n , функционирующей со случайной марковской среде, с учётом повышения функциональной нагрузки и расположения отказавших элементов.

Общая модель

В качестве модели надежности многопорторного лётного модуля привязной высотной телекоммуникационной платформы рассмотрим модель системы типа « k -из- n :F», состоящей из n однородных элементов (роторов), в предположении, что система функционирует в случайной среде, принимающей m состояний. Такая система горячего резервирования работоспособна пока работают по крайней мере $(n-k+1)$ из n её элементов, т.е. система считается неработоспособной если отказывают k элементов, причём k_0 из k отказавших элементов не расположены рядом друг с другом ($2 \leq k_0 \leq k-1$). Предполагается, что элементы системы работают и отказывают независимо друг от друга.

Такую систему будем обозначать « (k_0, k) -из- n :F» [20, 21].

Состояния системы « (k_0, k) -из- n :F» могут быть описаны векторами $z = \{z_c, z_1, \dots, z_n\}$, первая компонента которых z_c описывает состояние внешней среды и принимает m значений ($z_c = 1, m$), а компоненты указывают состояния элементов системы и принимают два значения: 0 — для работоспособного состояния элемента, и 1 — для его отказового состояния. Обозначим через

$$E = \{(z_c, z_1, \dots, z_n); z_c = \overline{1, m}, z_i = \{0, 1\}, (i = \overline{1, n})\}$$

пространство возможных состояний такой системы, $|E| = m \times 2^n$, и через E_0, E_1 — подмножества её работоспособных и отказовых состояний соответственно.



2.1 Модель однородной системы с учётом повышения функциональной нагрузки и расположения отказавших элементов

Рассмотрим однородную систему « (k_0, k) -из- $n:F$ » в предположении, что все элементы системы имеют одинаковые распределения времени безотказной работы, и отказы одних элементов приводят к повышению функциональной нагрузки на остальные работоспособные элементы. Изучение неоднородных систем надёжности, функционирующих в случайной марковской среде связано со значительным расширением фазового пространства описывающих поведение системы случайных процессов и соответственно с усложнением соответствующих вычислительных алгоритмов и процедур.

Будем рассматривать работу системы до её первого отказа, учитывая расположение отказавших элементов, без ограничений на число ремонтных устройств. Система неработоспособна, когда отказывают k_0 рядом расположенных роторов или когда отказывают k любых роторов.

Так как рассматриваемая система является однородной, допускается укрупнение её состояний путём объединения состояний с одинаковым числом отказавших элементов. В данном случае пространство состояний системы имеет вид $E = \{(z_c, z_i); z_c = 1, m, (i = 0, k)\}$ с общим числом состояний $N = (k + 1) \times m$, где:

- $z_c = 1, m$ – состояние внешней среды, в которой система функционирует;
- $z_0 = 0$ – начальное состояние системы, когда все роторы работоспособны;
- $z_1 = 1$ – состояние системы, в котором один ротор неисправен;
- $z_2 = 2$ – состояние системы, в котором два ротора неисправны;
- ...
- $z_{k_0} = k_0, (k_0 = 2, k - 1)$ – состояние системы, в котором k_0 роторов, стоящие не рядом, неисправны;
- ...

$z_{k-1} = k - 1$ – состояние системы, в котором $(k - 1)$ роторов, стоящие не рядом, неисправны;

$z_k = k$ – состояние системы, в котором неисправны либо k_0 стоящих рядом роторов, либо k любых роторов.

Предположим, что длительности безотказной работы всех элементов и время их восстановления имеют показательные распределения.

Обозначим через α_0, β_0 параметры распределения времени безотказной работы (в.б.р.) элементов и времени их ремонта, а через $\alpha_i (i = 1, k)$ параметры распределения в.б.р. оставшихся элементов после отказа i элементов соответственно в условиях стабильной внешней среды (видно, что $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_{k_0} \leq \dots < \alpha_k$). Также обозначим через $\alpha_{c,0}, \beta_{c,0}, \alpha_{c,i} (i = 1, k)$ соответствующие параметры, когда система работает в условиях случайной внешней среды, находящейся в состоянии $A(c = 1, m)$.

При этом предполагается, что при изменении состояния внешней среды компоненты системы мгновенно меняют интенсивности отказов. Предположим далее, что изменения внешней среды описываются однородным марковским процессом с конечным числом m состояний.

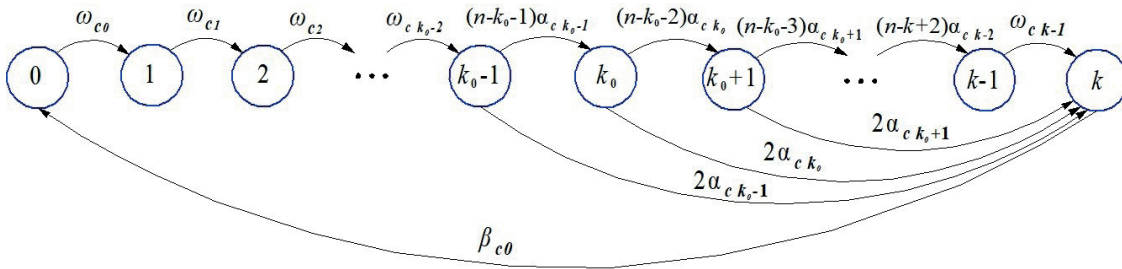
На пространстве состояний E введём двумерный случайный процесс

$$X(t) = (Z_0(t), Z(t)),$$

первая компонента которого принимает m возможных значений и описывает состояния внешней среды, а вторая – число отказавших элементов системы в момент времени t и принимает $k+1$ возможных значений $(0, k)$.

На рис.1 представлен граф переходов процесса $X(t)$ при работе системы в c -ом состоянии внешней среды, где:

$\omega_{ci} = (n - i)\alpha_{c,i} (i = 0, k)$ – интенсивности переходов процесса $X(t)$ из-за отказов не рядом стоящих элементов. Начиная с состояния $k_0 - 1$, появляется возможность перехода процесса $X(t)$ сразу в отказовое состояние k из-за отказа соседних элементов системы. Интенсивности соответствующих переходов равны $2\alpha_{c,j}$ для состояния $j, j = k_0 - 1, k - 2$.



Р и с. 1. Граф переходов процесса $X(t)$ при работе системы в c -ом состоянии внешней среды

Fig. 1. The transition graph of the process $X(t)$ when the system is operating in the c -th state of the external environment

Согласно сделанным предположениям, система может переходить только в «соседние» состояния. Далее используются матричные обозначения, при этом векторы, как обычно, понимаются как векторы-столбцы, стрих используется для операции транспонирования, в то время как производные обозначаются верхней точкой. Введём следующие обозначения:

$\Lambda = [\lambda_{c,b}]$ – матрица интенсивностей переходов (МИП) процесса изменений внешней среды;

$\lambda'_c = (\lambda_{c,1}, \lambda_{c,2}, \dots, \lambda_{c,m})$ – вектор-строка интенсивностей переходов внешней среды из состояния $c (c = 1, m)$;

$\lambda_c = \sum_{\substack{b=1 \\ b \neq c}}^m \lambda_{c,b}$ – интенсивность изменения c -го состояния внешней среды;

A_c – МИП размерности $(k+1) \times (k+1)$ процесса надёжности системы при её работе в c -ой среде, $c = 1, m$.

$$= \begin{bmatrix} -\omega_{c0} & \omega_{c0} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_{c1} & \omega_{c1} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{c2} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_{ck_0-1} & (n-(k_0+1))\alpha_{ck_0-1} & 0 & \dots & 0 & 2\alpha_{ck_0-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\omega_{ck_0} & (n-(k_0+2))\alpha_{ck_0} & \dots & 0 & 2\alpha_{ck_0} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -\omega_{ck_0+1} & \dots & 0 & 2\alpha_{ck_0+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -\omega_{ck-1} & \omega_{ck-1} \\ \beta_{c0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\beta_{c0} \end{bmatrix}$$

При сделанных предположениях процесс $X(t) = (Z_0(t), Z(t))$ является двумерным марковским процессом с пространством состояний E и блочной МИП $Q = [Q_{x,y}]$, диагональные блоки $Q_{x,x}$ которой (при $y = x$) имеют вид матриц $Q_{x,x} = A_c - \lambda_c I$ ($c = \overline{1, m}$), а вне диагональные блоки $Q_{x,y}$ (при $y \uparrow x$) имеют вид $Q_{x,y} = \lambda_{c,b} I$ ($c \neq b$), где I - единичная матрица,

$$Q = \begin{bmatrix} A_1 - \lambda_1 I & \lambda_{1,2} I & \dots & \lambda_{1,m} I \\ \lambda_{2,1} I & A_2 - \lambda_2 I & \dots & \lambda_{2,m} I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{m,1} I & \lambda_{m,2} I & \dots & A_m - \lambda_m I \end{bmatrix}$$

2.2. Уравнения Колмогорова

Обозначим через:

$p_{ci}(t) = \mathbf{P}\{Z_0(t) = c, Z(t) = i\}$, $p_{ci}(0) = l_c \delta_{i,0}$, ($c = \overline{1, m}, i = \overline{0, k}$) - вероятности состояний процесса $X(t)$ и его начальное распределение при работе системы в c -ом состоянии внешней среды, где δ - символ Кронекера;

$\pi(t) = \left(\pi_1(t), \pi_2(t), \dots, \pi_m(t) \right)$ - вектор вероятностей состояний,

где подвекторы $\pi_c(t) = (p_{c0}(t), p_{c1}(t), \dots, p_{ck}(t))$, ($c = \overline{1, m}$) описывают вероятности состояний системы при её работе в c -ой среде;

$l = (l_1, \dots, l_m)$ - начальное распределение внешней среды;

$e_0 = (1, 0, \dots, 0)$ - вектор, первая компонента которого равна 1, а остальные 0, соответствующий полностью исправному состоянию системы.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний марковского процесса $X(t)$ с начальным условием $\pi(0)$ в векторной форме принимает вид:

$$\dot{\pi}(t) = \pi(t)Q, \quad \pi(0) = (l_1 e_0, \dots, l_m e_0), \quad (1)$$

Отсюда, применив преобразование Лапласа для неё, мы получим решение системы:

$$\tilde{\pi}(s) = \int_0^\infty e^{-st} \dot{\pi}(t) dt = s \tilde{\pi}(s) - \pi(0)$$

$$\tilde{\pi}(s)Q = s \tilde{\pi}(s) - \pi(0) \text{ или } \tilde{\pi}(s) = \frac{1}{(sI - Q)} \pi(0).$$

Учитывая структуру матрицы Q , можем представить (1) в виде системы уравнений, соответствующих работе системы в различных средах:

$$\dot{\pi}_c(t) = \pi_c(t)(A_c - \lambda_c I) + \sum_{\substack{b=1 \\ b \neq c}}^m \pi_b(t) \lambda_{b,c} I, \quad \pi_c(0) = l_c e_0, (c = \overline{1, m}) \quad (2)$$

2.3. Стационарные характеристики

Стационарные вероятности состояний системы $p_{ci} = \lim_{t \rightarrow \infty} p_{ci}(t)$

должны удовлетворить системе уравнений равновесия и условию нормировки, которые в векторной форме можно написать:

$$\pi Q = 0, \quad \pi 1 = 1.$$

Аналогично, учитывая структуру матрицы Q , получим систему уравнений для стационарных вероятностей состояний системы в виде:

$$\pi_c (A_c - \lambda_c I) + \sum_{\substack{b=1 \\ b \neq c}}^m \pi_b \lambda_{b,c} I = 0, (c = \overline{1, m}) \quad (3)$$

которая с условием нормировки $\sum_{c=1}^m \pi_c 1 = \sum_{c=1}^m \sum_{i=0}^k p_{ci} = 1$ позволяет найти её единственное решение.

2.4. Функция надёжности системы

Как предположено, подмножества работоспособных и отказовых состояний системы обозначены через E_0 и E_1 соответственно. Обозначим далее через T время безотказной работы системы до её первого отказа,

$$T = \inf\{t : Z(t) \in E_1\}.$$

Вычислим функцию надёжности через функцию распределения её времени безотказной работы (ф.р. в.б.р.)

$$F(t) = \mathbf{P}\{T \leq t\}; \quad R(t) = 1 - F(t)$$

путём исследования соответствующего процесса с отказовым множеством E_1 в качестве поглощающего множества состояний.

Представляя матрицу интенсивностей переходов Q , вектор вероятностей состояний $\pi(t)$ и вектор начальных состояний в блочном виде:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{0,0} & Q_{0,1} \\ Q_{1,0} & Q_{1,1} \end{bmatrix}, \quad \pi(t) = (\pi_{E_0}(t), \pi_{E_1}(t)), \quad e_0 = (e_{0,E_0}, e_{0,E_1}),$$



где блоки матрицы с индексами 0 и 1 соответствуют переходам процесса из множества состояний E_0 в множество E_1 и обратно, и полагая $Q_{1,0} = e_{0,E_1} = 0$, приведём систему уравнений (1) к виду:

$$\begin{aligned} \dot{\pi}_{E_0}(t) &= \pi_{E_0}(t)Q_{0,0}, & \dot{\pi}_{E_1}(t) &= \pi_{E_1}(t)Q_{0,1}. \end{aligned}$$

В терминах преобразования Лапласа с учётом начального условия эта система может быть представлена в виде:

$$s\tilde{\pi}_{E_0}(s) - e_{0,E_0} = \pi_{E_0}(s)Q_{0,0}, \quad s\tilde{\pi}_{E_1}(s) - e_{0,E_1} = \pi_{E_0}(s)Q_{0,1}, \quad (4)$$

и имеет решение:

$$\tilde{\pi}_{E_0}(s) = \frac{e_{0,E_0}}{Is - Q_{0,0}}, \quad \tilde{\pi}_{E_1}(s) = \frac{1}{s} \frac{e_{0,E_0}}{Is - Q_{0,0}} Q_{0,1}.$$

Откуда так как ф.р. в.б.р. имеет вид:

$$F(t) = \mathbf{P}\{T \leq t\} = \sum_{z \in E_1} \pi_z(t) = \pi_{E_1}(t) \mathbf{1}.$$

И, следовательно, её преобразование Лапласа равно

$$\tilde{F}(s) = \tilde{\pi}_{E_1}(s) \mathbf{1}, \text{ производящую функцию в.б.р. } \tilde{f}(s) = s\tilde{F}(s)$$

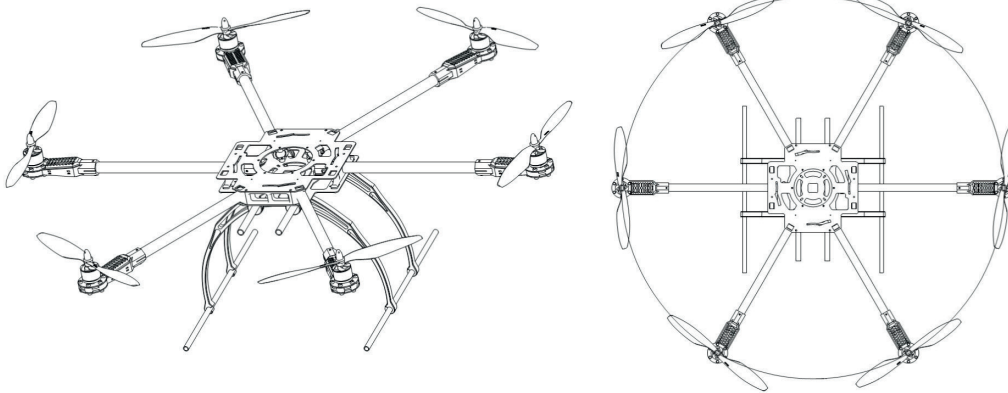
можно представить в виде:

$$\tilde{f}(s) = s\tilde{\pi}_{E_1}(s) \mathbf{1} = \frac{e_{0,E_0}}{Is - Q_{0,0}} Q_{0,1} \mathbf{1}.$$

Последнее выражение имеет вид дробно-рациональной функции относительно переменной s , его обращение позволяет найти ф.р. в.б.р. и функцию надёжности системы соответственно.

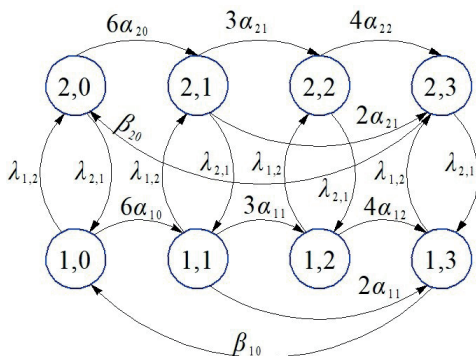
Численный анализ

Для численного анализа рассмотрим систему лётного модуля беспилотной привязной высотной платформы на основе гексакоптера, состоящей из шести однородных роторов (рис.2), функционирующей в случайной среде, принимающей два состояния ($m = 2$) в таком же предположении, что система не работоспособна когда отказывают два рядом расположенных ротора или когда отказывают три любых ротора (система «(2, 3)-из-6:F»). Все предположенные условия работы системы и обозначения сохранены со следующими значениями параметров: $k_0 = 2, k = 3, n = 6, m = 2, l_1 = 1, l_2 = 0$.



Р и с. 2. Схема шестироторного лётного модуля
F i g. 2. Diagram of a six-rotor flight module

Граф переходов процесса $X(t)$ в этом случае представлен на рис. 3.



Р и с. 3. Граф переходов процесса $X(t) = (Z_0(t), Z(t))$
F i g. 3. Process transition graph $X(t) = (Z_0(t), Z(t))$

Матрица интенсивностей переходов Q в данном случае имеет вид:

$$Q = \begin{bmatrix} -\gamma_{1,0} & 6\alpha_{10} & 0 & 0 & \lambda_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_{1,1} & 3\alpha_{11} & 2\alpha_{11} & 0 & \lambda_{1,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_{1,2} & 4\alpha_{12} & 0 & 0 & \lambda_{1,2} & 0 \\ \beta_{10} & 0 & 0 & -\gamma_{1,3} & 0 & 0 & 0 & \lambda_{1,2} \\ \lambda_{2,1} & 0 & 0 & 0 & -\gamma_{2,0} & 6\alpha_{20} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2,1} & 0 & 0 & 0 & -\gamma_{2,1} & 3\alpha_{21} & 2\alpha_{21} \\ 0 & 0 & \lambda_{2,1} & 0 & 0 & 0 & -\gamma_{2,2} & 4\alpha_{22} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{2,1} & \beta_{20} & 0 & 0 & -\gamma_{2,3} \end{bmatrix},$$

где величины $\gamma_{i,j}$ равны сумме всех остальных элементов соответствующей строки матрицы. При этом состояния (1,3) и (2,3) являются состояниями отказа системы, соответственно,

при работе системы в первом и втором состояниях случайной среды.

Вычислим нестационарные вероятности состояний процесса $X(t)$. В данном случае система уравнений (2) примет вид:

$$\begin{cases} \dot{p}_{10}(t) = -(6\alpha_{10} + \lambda_{1,2})p_{10}(t) + \beta_{10}p_{13}(t) + \lambda_{2,1}p_{20}(t) \\ \dot{p}_{11}(t) = 6\alpha_{10}p_{10}(t) - (5\alpha_{11} + \lambda_{1,2})p_{11}(t) + \lambda_{2,1}p_{21}(t) \\ \dot{p}_{12}(t) = 3\alpha_{11}p_{11}(t) - (4\alpha_{12} + \lambda_{1,2})p_{12}(t) + \lambda_{2,1}p_{22}(t) \\ \dot{p}_{13}(t) = 2\alpha_{11}p_{11}(t) + 4\alpha_{12}p_{12}(t) - (\beta_{10} + \lambda_{1,2})p_{13}(t) + \lambda_{2,1}p_{23}(t) \\ \dot{p}_{20}(t) = -(6\alpha_{20} + \lambda_{2,1})p_{20}(t) + \beta_{20}p_{23}(t) + \lambda_{1,2}p_{10}(t) \\ \dot{p}_{21}(t) = 6\alpha_{20}p_{20}(t) - (5\alpha_{21} + \lambda_{2,1})p_{21}(t) + \lambda_{1,2}p_{11}(t) \\ \dot{p}_{22}(t) = 3\alpha_{21}p_{21}(t) - (4\alpha_{22} + \lambda_{2,1})p_{22}(t) + \lambda_{1,2}p_{12}(t) \\ \dot{p}_{23}(t) = 2\alpha_{21}p_{21}(t) + 4\alpha_{22}p_{22}(t) - (\beta_{20} + \lambda_{2,1})p_{23}(t) + \lambda_{1,2}p_{13}(t) \end{cases} \quad (2')$$

Её нужно решить с начальными условиями:

$p_{10}(0) = 1, p_{11}(0) = p_{12}(0) = p_{13}(0) = p_{20}(0) = p_{21}(0) = p_{22}(0) = p_{23}(0) = 0$
Аналогично, для вычисления стационарных вероятностей состояний системы, представляем систему уравнений (3) в виде:

$$\begin{cases} -(6\alpha_{10} + \lambda_{1,2})p_{10} + \beta_{10}p_{13} + \lambda_{2,1}p_{20} = 0 \\ 6\alpha_{10}p_{10} - (5\alpha_{11} + \lambda_{1,2})p_{11} + \lambda_{2,1}p_{21} = 0 \\ 3\alpha_{11}p_{11} - (4\alpha_{12} + \lambda_{1,2})p_{12} + \lambda_{2,1}p_{22} = 0 \\ 2\alpha_{11}p_{11} + 4\alpha_{12}p_{12} - (\beta_{10} + \lambda_{1,2})p_{13} + \lambda_{2,1}p_{23} = 0 \\ -(6\alpha_{20} + \lambda_{2,1})p_{20} + \beta_{20}p_{23} + \lambda_{1,2}p_{10} = 0 \\ 6\alpha_{20}p_{20} - (5\alpha_{21} + \lambda_{2,1})p_{21} + \lambda_{1,2}p_{11} = 0 \\ 3\alpha_{21}p_{21} - (4\alpha_{22} + \lambda_{2,1})p_{22} + \lambda_{1,2}p_{12} = 0 \\ 2\alpha_{21}p_{21} + 4\alpha_{22}p_{22} - (\beta_{20} + \lambda_{2,1})p_{23} + \lambda_{1,2}p_{13} = 0 \end{cases} \quad (3')$$

её единственное решение можно найти с помощью условия нормировки:

$$p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} + p_{20} + p_{21} + p_{22} + p_{23} = 1.$$

Для вычисления функции надёжности системы модифицируем процесс $X(t)$, запретив выход из отказовых состояний (1.3) и (2.3). Система уравнений (5) в данном случае имеет следующий вид:

$$\begin{cases} s\tilde{p}_{10}(s) - 1 = -(6\alpha_{10} + \lambda_{1,2})\tilde{p}_{10}(s) + \lambda_{2,1}\tilde{p}_{20}(s) \\ s\tilde{p}_{11}(s) = 6\alpha_{10}\tilde{p}_{10}(s) - (5\alpha_{11} + \lambda_{1,2})\tilde{p}_{11}(s) + \lambda_{2,1}\tilde{p}_{21}(s) \\ \tilde{p}_{12}(s) = 3\alpha_{11}\tilde{p}_{11}(s) - (4\alpha_{12} + \lambda_{1,2})\tilde{p}_{12}(s) + \lambda_{2,1}\tilde{p}_{22}(s) \\ \tilde{p}_{13}(s) = 2\alpha_{11}\tilde{p}_{11}(s) + 4\alpha_{12}\tilde{p}_{12}(s) - \lambda_{1,2}\tilde{p}_{13}(s) + \lambda_{2,1}\tilde{p}_{23}(s) \\ \tilde{p}_{20}(s) = -(6\alpha_{20} + \lambda_{2,1})\tilde{p}_{20}(s) + \lambda_{1,2}\tilde{p}_{10}(s) \\ \tilde{p}_{21}(s) = 6\alpha_{20}\tilde{p}_{20}(s) - (5\alpha_{21} + \lambda_{2,1})\tilde{p}_{21}(s) + \lambda_{1,2}\tilde{p}_{11}(s) \\ \tilde{p}_{22}(s) = 3\alpha_{21}\tilde{p}_{21}(s) - (4\alpha_{22} + \lambda_{2,1})\tilde{p}_{22}(s) + \lambda_{1,2}\tilde{p}_{12}(s) \\ \tilde{p}_{23}(s) = 2\alpha_{21}\tilde{p}_{21}(s) + 4\alpha_{22}\tilde{p}_{22}(s) - \lambda_{2,1}\tilde{p}_{23}(s) + \lambda_{1,2}\tilde{p}_{13}(s) \end{cases} \quad (4')$$

Решением системы уравнений (4') являются вероятности состояний системы в терминах преобразования Лапласа, зная которые, можем найти все вероятности состояний системы, в том числе $p_{13}(t)$ и $p_{23}(t)$.

Тогда, ф. р. в.б.р. системы определена суммой вероятностей $p_{13}(t)$ и $p_{23}(t)$ и отсюда уже можно найти функцию надёжности системы:

$$F(t) = p_{13}(t) + p_{23}(t); \quad R(t) = 1 - F(t).$$

Решения систем уравнений (2'), (3') и (4') находятся с применением обратного преобразования Лапласа с помощью программного модуля, разработанного в среде MATLAB.

Далее, проведём сравнительный анализ характеристик надёжности системы, работающей в случайной и неслучайной (стабильной) средах с целью выявления влияния случайности среды и динамики её изменения на надёжность системы. Для этого необходимо согласовать соответствующие параметры отказов и восстановления элементов системы. Пусть все параметры для случайной среды заданы, вычисляем для стабильной среды усреднённые значения по следующим формулам:

$$\alpha_0 = \frac{\lambda_{2,1}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{10} + \frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{20}, \quad \beta_0 = \frac{\lambda_{2,1}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\beta_{10} + \frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\beta_{20},$$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_{2,1}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{11} + \frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{21}, \quad \alpha_2 = \frac{\lambda_{2,1}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{12} + \frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_{1,2} + \lambda_{2,1}}\alpha_{22}.$$

Итак, стационарные вероятности состояний и функция надёжности $R(t)$ системы, работающей в стабильной среде, имеют вид [20]:

$$\pi_0 = \frac{10\beta_0\alpha_1\alpha_2}{\beta_0(10\alpha_1\alpha_2 + 12\alpha_0\alpha_2 + 9\alpha_0\alpha_1) + 60\alpha_0\alpha_1\alpha_2};$$

$$\pi_1 = \frac{12\beta_0\alpha_0\alpha_2}{\beta_0(10\alpha_1\alpha_2 + 12\alpha_0\alpha_2 + 9\alpha_0\alpha_1) + 60\alpha_0\alpha_1\alpha_2};$$

$$\pi_2 = \frac{9\beta_0\alpha_0\alpha_1}{\beta_0(10\alpha_1\alpha_2 + 12\alpha_0\alpha_2 + 9\alpha_0\alpha_1) + 60\alpha_0\alpha_1\alpha_2};$$

$$\pi_3 = \frac{60\alpha_0\alpha_1\alpha_2}{\beta_0(10\alpha_1\alpha_2 + 12\alpha_0\alpha_2 + 9\alpha_0\alpha_1) + 60\alpha_0\alpha_1\alpha_2}.$$

$$R(t) = -\frac{4\alpha_1(3\alpha_0 - 5\alpha_2)e^{-6\alpha_0 t}}{(6\alpha_0 - 5\alpha_1)(6\alpha_0 - 4\alpha_2)} + \frac{12\alpha_0(\alpha_1 - 2\alpha_2)e^{-5\alpha_1 t}}{(6\alpha_0 - 5\alpha_1)(5\alpha_1 - 4\alpha_2)} + \frac{18\alpha_0\alpha_1 e^{-4\alpha_2 t}}{(6\alpha_0 - 4\alpha_2)(5\alpha_1 - 4\alpha_2)}$$

Результаты расчётов для систем, работающих в стабильной и случайной средах, для каждого варианта приведены в таблицах и представлены на соответствующих графиках при различных значениях параметра v , определяющего влияние внешней среды на интенсивности отказов элементов. Приняты следующие значения интенсивностей отказа:

$$\alpha_{10} = 1, \alpha_{11} = 1.4, \alpha_{12} = 1.6, \alpha_{20} = v \cdot \alpha_{10}, \alpha_{21} = v \cdot \alpha_{11}, \alpha_{22} = v \cdot \alpha_{12}.$$

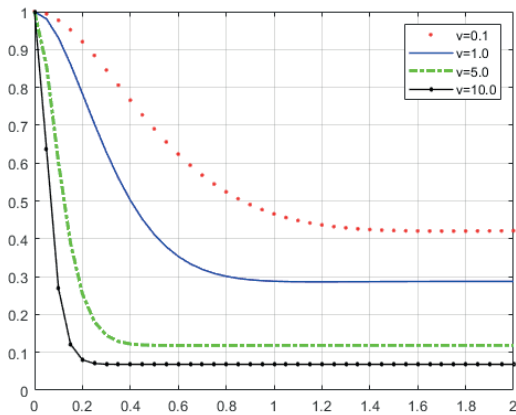
Вариант 1. Интенсивности переходов внешней среды: $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,1} = 1$ и интенсивности восстановления соизмеримы: $\beta_{10} = \beta_{20} = 1$.

Т а б л и ц а 1. Стационарные вероятности безотказной работы системы для варианта 1

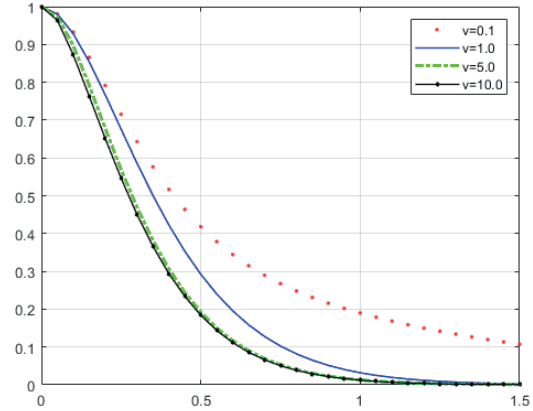
Т а б л е 1. Stationary probabilities of system uptime for the variant 1

v	В стабильной среде $1 - \hat{\pi}_{\text{отк.}} = 1 - \pi_3$	В случайной среде $1 - \hat{\pi}_{\text{отк.}} = 1 - (\pi_{13} + \pi_{23})$
0.1	0.4230	0.4854
1.0	0.2874	0.2874
5.0	0.1185	0.1678
10.0	0.0683	0.1446

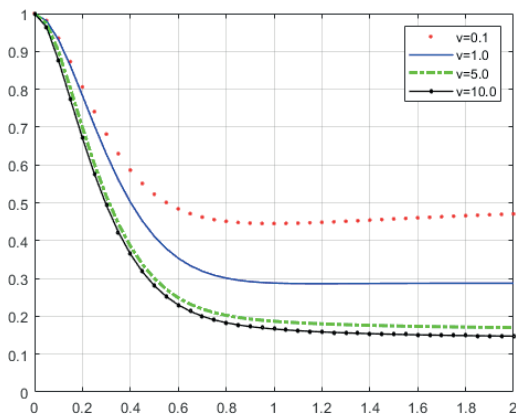




Р и с. 4а. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ в стабильной среде
F i g. 4a. Non-stationary system uptime probabilities (скопировать формулу в скобках) $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a stable environment



Р и с. 4г. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в случайной среде
F i g. 4г. System Reliability Function (скопировать формулу $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$) in a random environment



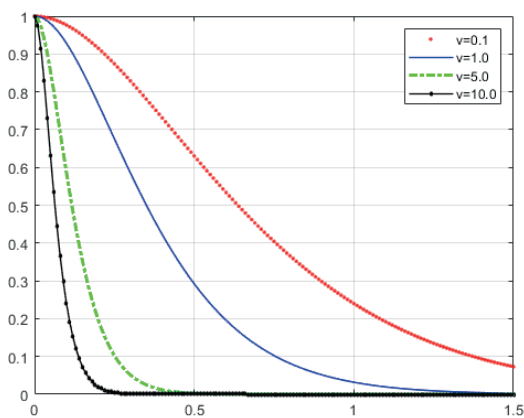
Р и с. 4б. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ в случайной среде
F i g. 4б. Non-stationary system uptime probabilities (скопировать формулу в скобках) $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a random environment

Полученные результаты показывают, что при соизмеримых интенсивностях переходов внешней среды и интенсивностях восстановления характеристики надёжности для системы, работающей в стабильной и случайной средах, достаточно близки, а при $\nu = 1$ они совпадают. С ростом значения параметра ν , характеризующего агрессивность случайной среды, уменьшаются нестационарные вероятности безотказной работы и функция надёжности системы, как в стабильной, так и в случайной средах.

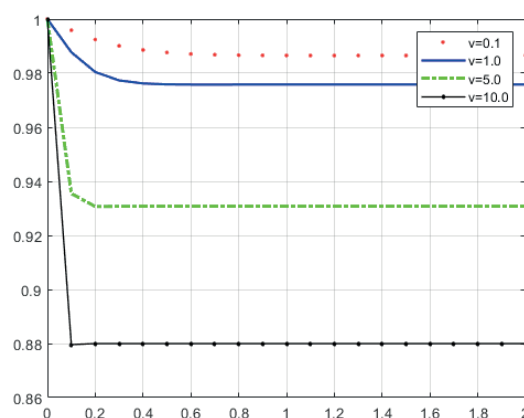
Вариант 2. Интенсивности переходов внешней среды $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,1} = 1$ соизмеримы при «быстром восстановлении» $\beta_{10} = \beta_{20} = 100$.

Т а б л и ц а 2. Стационарные вероятности безотказной работы системы для варианта 2
T a b l e 2. Stationary probabilities of system uptime for the variant 2

ν	В стабильной среде	В случайной среде
	$1 - \hat{\pi}_{отк.} = 1 - \pi_3$	$1 - \hat{\pi}_{отк.} = 1 - (\pi_{13} + \pi_{23})$
0.1	0.9865	0.9867
1.0	0.9758	0.9758
5.0	0.9308	0.9327
10.0	0.8800	0.8884

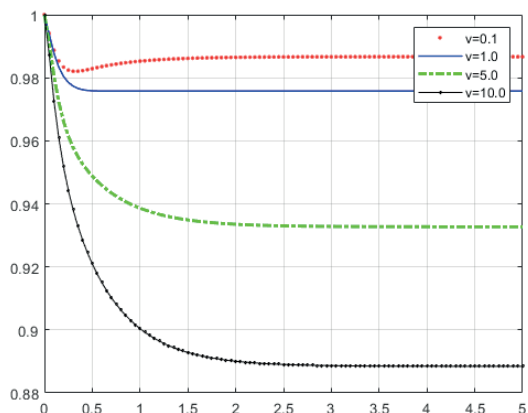


Р и с. 4в. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в стабильной среде
F i g. 4в. System Reliability Function (скопировать формулу $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$) in a stable environment



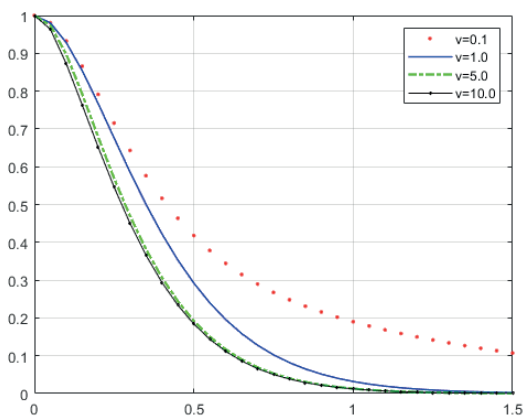
Р и с. 5а. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ в стабильной среде
F i g. 5а. Non-stationary system uptime probabilities $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a stable environment





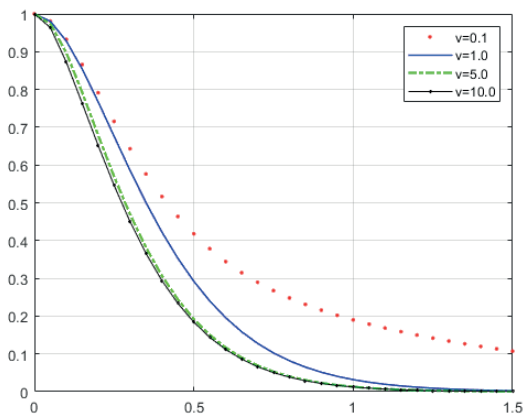
Р и с. 56. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ в случайной среде

Fig. 56. Non-stationary system uptime probabilities $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a random environment



Р и с. 5в. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в стабильной среде

Fig. 5в. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ in a stable environment



Р и с. 5г. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в случайной среде

Fig. 5г. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ in a random environment

В этом случае динамика поведения системы в стабильной и случайной средах также оказывается достаточно схожей. При быстром восстановлении надёжность системы возрастает. Однако, с ростом значения параметра ν , характеризующего агрессивность случайной среды, уменьшается вероятность

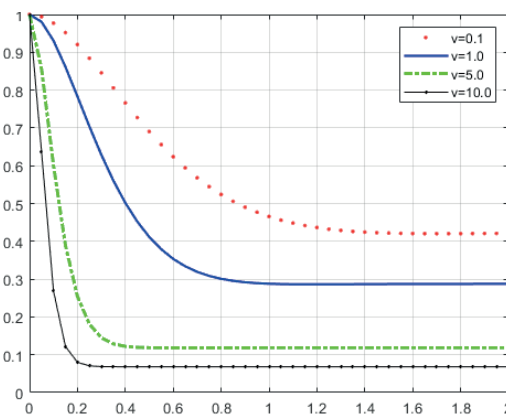
безотказной работы системы, но она ещё больше, чем в варианте 1 за счет достаточной быстроты восстановления. Функция надёжности системы в данном случае не изменилась по сравнению с первым вариантом, так как изменены только интенсивности восстановления, что не влияет на функцию надёжности системы в целом.

Вариант 3. Медленное изменение внешней среды: $\lambda_{1,2} = \lambda_{2,1} = 0.01$; интенсивности восстановлений соизмеримы между собой: $\beta_{10} = \beta_{20} = 1$.

Т а б л и ц а 3. Стационарные вероятности безотказной работы системы для варианта 3

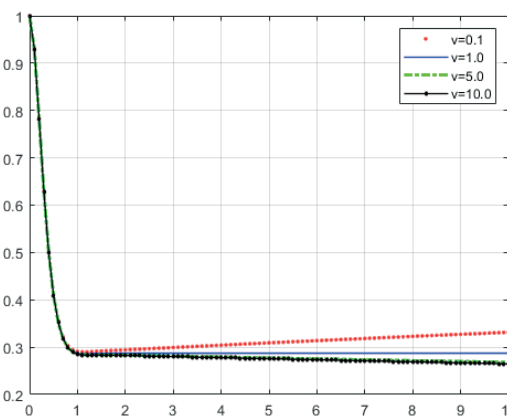
Table 3. Stationary probabilities of system uptime for the variant 3

ν	В стабильной среде	В случайной среде
	$1 - \pi_{>D} = 1 - \pi_2$	$1 - \pi_{>D} = 1 - (\pi_{13} + \pi_{23})$
0.1	0.4230	0.5434
1.0	0.2874	0.2874
5.0	0.1185	0.1808
10.0	0.0683	0.1629



Р и с. 6а. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ в стабильной среде

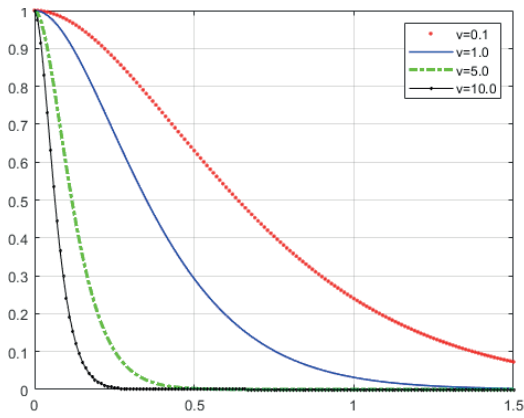
Fig. 6а. Non-stationary system uptime probabilities $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a stable environment



Р и с. 6б. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ в случайной среде

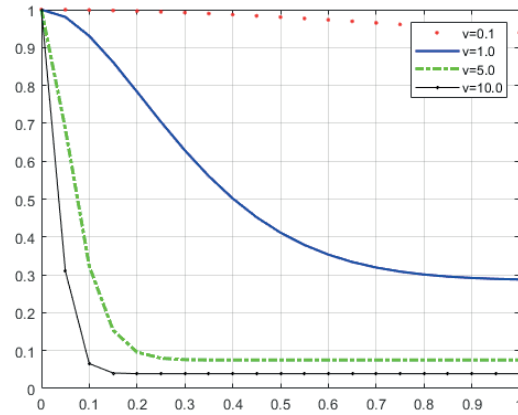
Fig. 6б. Non-stationary system uptime probabilities $(1-\hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a random environment





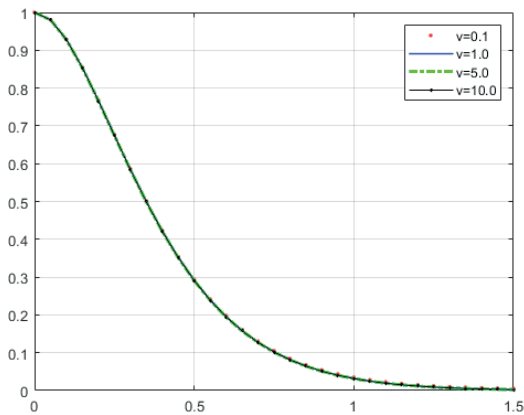
Р и с. 6в. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в стабильной среде

Fig. 6в. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ in a stable environment



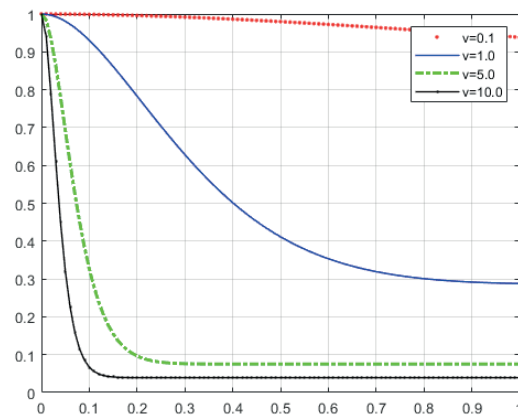
Р и с. 8а. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ в стабильной среде

Fig. 8а. Non-stationary system uptime probabilities $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a stable environment



Р и с. 6г. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в случайной среде

Fig. 6г. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ in a random environment



Р и с. 8б. Нестационарные вероятности безотказной работы системы $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ в случайной среде

Fig. 8б. Non-stationary system uptime probabilities $(1 - \hat{\pi}_{отк.}(t))$ in a random environment

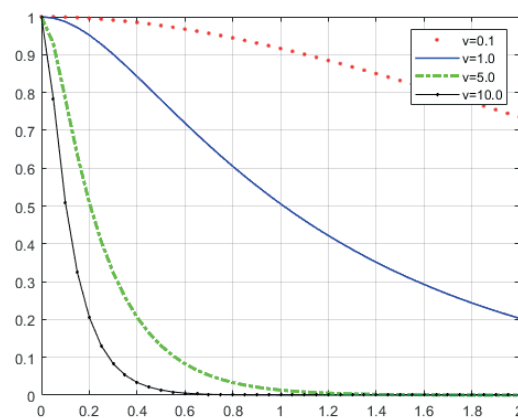
Из приведенных графиков видно, что при медленном изменении внешней среды параметр ν , характеризующий агрессивность случайной среды, не сильно влияет на функцию надёжности системы. Характер сходимости нестационарных вероятностей безотказной работы системы к стационарным и поведение функции надёжности в случайной среде значительно отличаются от соответствующих характеристик для систем, работающих в среде стабильной.

Вариант 4. Быстрое неоднородное изменение внешней среды: $\lambda_{1,2} = 1000, \lambda_{2,1} = 10$; интенсивности восстановления соизмеримы: $\beta_{10} = \beta_{20} = 1$.

Таблица 4. Стационарные вероятности безотказной работы системы для варианта 4

Table 4. Stationary probabilities of system uptime for the variant 4

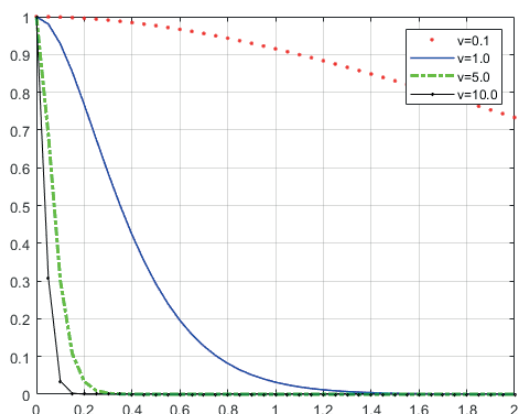
ν	В стабильной среде $1 - \hat{\pi}_{отк.} = 1 - \pi_3$	В случайной среде $1 - \hat{\pi}_{отк.} = 1 - (\pi_{13} + \pi_{23})$
0.1	0.7874	0.7874
1.0	0.2874	0.2874
5.0	0.0752	0.0752
10.0	0.0391	0.0391



Р и с. 8в. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ в стабильной среде

Fig. 8в. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{\pi}_{отк.}(t)$ in a stable environment





Р и с. 8г. Функция надёжности системы $R(t) = 1 - \hat{F}_{отк.}(t)$ в случайной среде
F i g. 8г. System Reliability Function $R(t) = 1 - \hat{F}_{отк.}(t)$ in a random environment

При достаточно быстром неоднородном изменении внешней среды (т.е. ухудшении внешних условий), характеристики нестационарных вероятностей системы при работе в стабильной и случайной средах одинаковы. А функция надёжности системы при работе в случайной среде стремится к нулю быстрее чем, при работе в стабильной среде.

Заключение

В настоящей работе была рассмотрена аналитическая модель надёжности лётного модуля привязной мультироторной высотной платформы как однородной системы горячего резервирования, состоящей из n элементов, работающей в случайной среде с учётом конфигурации отказавших компонент. Предложена общая марковская модель надёжности системы, функционирующей в случайной марковской среде. Приведены соотношения для вычисления стационарных и нестационарных характеристик надёжности работы такой системы. Проведено численное исследование и сравнение характеристик надёжности для системы, работающей в стабильной и случайной средах с двумя состояниями. Результаты численного исследования, представленные в виде таблиц и графиков, показали как общие черты, так и различия в работе систем в случайной и стабильной средах.

References

- [1] Perelomov V.N., Myrova L.O., Aminev D.A., Kozyrev D.V. Efficiency Enhancement of Tethered High Altitude Communication Platforms Based on Their Hardware-Software Unification. In: Vishnevskiy V., Kozyrev D. (ed.) Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2018. *Communications in Computer and Information Science*. 2018; 919:184-200. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: http://doi.org-443.webvpn.fjmu.edu.cn/10.1007/978-3-319-99447-5_16
- [2] Vishnevsky V.M., Efrosinin D.V., Krishnamoorthy A. Principles of Construction of Mobile and Stationary Tethered High-Altitude Unmanned Telecommunication Platforms of Long-Term Operation. In: Vishnevskiy V., Kozyrev D. (ed.) Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2018. *Communications in Computer and Information Science*. 2018; 919:561-569. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99447-5_48
- [3] Khan M.A., Hamila R., Kiranyaz M.S., Gabbouj M. A Novel UAV-Aided Network Architecture Using Wi-Fi Direct. *IEEE Access*. 2019; 7:67305-67318. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2916041>
- [4] Kiribayashi S., Yakushigawa K., Nagatani K. Design and Development of Tether-Powered Multirotor Micro Unmanned Aerial Vehicle System for Remote-Controlled Construction Machine. In: Hutter M., Siegwart R. (ed.) *Field and Service Robotics. Springer Proceedings in Advanced Robotics*. 2018; 5:637-648. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-67361-5_41
- [5] Wang G., Samarathunga W., Wang S. Uninterruptible Power Supply Design for Payload Tethered Hexarotors. *International Journal of Emerging Engineering Research and Technology*. 2016; 4(2):16-21. Available at: <https://www.ijeert.org/pdf/v4-i2/3.pdf> (accessed 10.08.2020). (In Eng.)
- [6] Vishnevsky V., Meshcheryakov R. Experience of Developing a Multifunctional Tethered High-Altitude Unmanned Platform of Long-Term Operation. In: Ronzhin A., Rigoll G., Meshcheryakov R. (ed.) *Interactive Collaborative Robotics. ICR 2019. Lecture Notes in Computer Science*. 2019; 11659:236-244. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-26118-4_23
- [7] Vishnevsky V.M., Tereschenko B.N., Tumchenok D.A., Shirvanyan A.M., Sokolov A. Principles of Building a Power Transmission System for Tethered Unmanned Telecommunication Platforms. In: Vishnevskiy V., Samouylov K., Kozyrev D. (eds) *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Lecture Notes in Computer Science*. 2019; 11965:94-110. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-36614-8_8
- [8] Vishnevskiy V.M., Shirvanyan A.M., Tumchenok D.A. Mathematical Model of the Dynamics of Operation of the Tethered High-Altitude Telecommunication Platform in the Turbulent Atmosphere. In: *2019 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. Moscow, Russia; 2019. p. 1-7. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/SOSG.2019.8706784>
- [9] Barabanova E., Vytovtov K., Vishnevskiy V.M., Podlazov V. Model of Optical Non-blocking Information Processing System for Next-Generation Telecommunication Networks. In: Vishnevskiy V., Samouylov K., Kozyrev D. (ed.) *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Communications in Computer and Information Science*. 2019; 1141:188-198. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-36625-4_16
- [10] Kozyrev D.V., Rykov V.V., Vishnevsky V.M. Reliability Modeling of the Rotary-Wing Flight Module of a High-altitude Telecommunication Platform. In: *Proceedings of the Thirteenth International Conference on New Information Technologies in the Study of Complex Structures*. Tomsk; 2020. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44189928> (accessed 10.08.2020). (In Eng.)
- [11] Trivedi K.S. *Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications*. John Wiley & Sons, Inc., New York; 2016. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119285441>



- [12] Chakravarthy S.R., Krishnamoorthy A., Ushakumari P.V. A (k -out-of- n) reliability system with an unreliable server and Phase type repairs and services: The (N, T) policy. *International Journal of Stochastic Analysis*. 2001; 14(4): 361-380. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1155/S1048953301000326>
- [13] Zhang T, Xie M., Horigome M. Availability and reliability of k -out-of- $(M+N)$:G warm standby systems. *Reliability Engineering & System Safety*. 2006; 91(4):381-387. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.res.2005.02.003>
- [14] Gertsbakh I., Shpungin Y. Reliability Of Heterogeneous (k, r)-out-of- (n, m)) System. *Reliability: Theory & Applications*. 2016; 11(3):8-10. Available at: <http://www.gned-enko.net/RTA/index.php/rta/article/view/471> (accessed 10.08.2020). (In Eng.)
- [15] Levitin G., Lisnianski A. Multi-state System Reliability Analysis and Optimization (Universal Generating Function and Genetic Algorithm Approach). In: Pham H. (ed.) *Handbook of Reliability Engineering*. Springer, London; 2003. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/1-85233-841-5_4
- [16] Ushakov I. Universal Generating Function. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*. 1986; 24(5):118-129. (In Eng.)
- [17] Ushakov I. Optimal standby problem and a universal generating function. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*. 1987; 25(4):79-82.
- [18] Levitin G. The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization. *Springer Series in Reliability Engineering*. Springer, London; 2005. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/1-84628-245-4>
- [19] Yuge T., Maruyama M., Yanagi S. Reliability of a k -out-of- n System with Common-cause Failures Using Multivariate Exponential Distribution. *Procedia Computer Science*. 2016; 96:968-976. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.08.101>
- [20] Kozyrev D.V., Nguyen D.P. Calculation of the reliability characteristics of the flight module of a tethered multi-rotor unmanned high-altitude platform based on a hexacopter. In: *Proceedings of the 22nd International Scientific Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2019)*. Moscow, RUDN; 2019. p. 504-513. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41384279> (accessed 10.08.2020). (In Russ.)
- [21] Kozyrev D.V., Phuong N.D., Houankpo H.G.K., Sokolov A. Reliability Evaluation of a Hexacopter-Based Flight Module of a Tethered Unmanned High-Altitude Platform. In: Vishnevskiy V., Samouylov K., Kozyrev D. (ed.) *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Communications in Computer and Information Science*. 2019; 1141:646-656. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-36625-4_52
- [22] Kim C.S., Klimenok V., Mushko V., Dudin A. The BMAP/PH/N retrial queueing system operating in Markovian random environment. *Computers & Operations Research*. 2010; 37(7):1228-1237. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.09.008>
- [23] Kim C.S., Dudin A., Klimenok V., Khranova V. Erlang loss queueing system with batch arrivals operating in a random environment. *Computers & Operations Research*. 2009; 36(3):674-697. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.10.022>
- [24] Rykov V.V., Chan A.N. Investigation of the reliability of a homogeneous system of lightweight redundancy in a random environment. *Proceedings of the 17th International Scientific Conference on Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications (DCCN-2013)*. Moscow, Technosphere; 2013. p. 156-162. (In Russ.)
- [25] Rykov V.V., Nghia T.A. On reliability of binary systems in a random environment. *Automatic Control and Computer Sciences*. 2013; 47(6):342-351. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.3103/S0146411613060096>

Поступила 10.08.2020; принята к публикации 10.09.2020;
опубликована онлайн 30.09.2020.
Submitted 10.08.2020; revised 10.09.2020;
published online 30.09.2020.

Об авторах:

Козырев Дмитрий Владимирович, старший научный сотрудник, ФГБУН «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук» (117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65); доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, факультет физико-математических и естественных наук, ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (117198, Россия, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6); кандидат физико-математических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0538-8430>, kozyrev-dv@rudn.ru

Нгуен Зуи Фыонг, аспирант физтех-школы радиотехники и компьютерных технологий, ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (141701, Россия, г. Долгопрудный, Московская область, пер. Институтский, д. 9), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3003-5613>, zui.fyong.nguen@phystech.edu

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the authors:

Dmitry V. Kozyrev, Senior Researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS (65 Profsoyuznaya St., Moscow 117997, Russia); Associate Professor of the Department of Applied Probability and Informatics, Faculty of Science, Peoples' Friendship University of Russia (6 Miklukho-Maklaya St., Moscow 117198, Russia), Ph.D. (Phys.-Math.), ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0538-8430>, kozyrev-dv@rudn.ru

Duy P. Nguyen, PhD student of Phystech School of Radio Engineering and Computer Technology, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University) (9 Institutskiy per., Dolgoprudny 141701, Moscow Region, Russia), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3003-5613>, zui.fyong.nguen@phystech.edu

All authors have read and approved the final manuscript.

