УДК 004.032.26+519.63:517.951

Васильев А.Н., Тархов Д.А., Болгов И.П., Каверзнева Т.Т., Колесова С.А., Лазовская Т.В., Лукинский Е.В., Петров А.А., Филькин В.М.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

МНОГОСЛОЙНЫЕ НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦОВ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются оригинальные подходы к построению многослойных нейросетевых моделей, описывающих нелинейные процессы деформации упругих образцов на основе гетерогенных экспериментальных данных, содержащих приближённо известные данные измерений, дифференциальные соотношения и др. Полученные модели используются для предсказания условий разрушения индивидуального образца. Эти подходы основаны на классических приближённых методах. В отличие от классических подходов в результате вычислений получаются не поточечные приближения, а приближённые решения в виде функций. Подобные подходы применяются для генерации сколь угодно точных приближённых нейросетевых решений без трудоёмких процедур обучения. Проведены вычислительные эксперименты для испытуемых образцов. В качестве исследуемых объектов рассматривались деревянные балки и резиновые нити.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Образец; деформация; разрушение; деревянная балка; резиновая нить; дифференциальное уравнение; многослойное приближённое решение; искусственная нейронная сеть; нейросетевая модель.

Vasilyev A.N., Tarkhov D.A., Bolgov I.P., Kaverzneva T.T., Kolesova S.A., Lazovskaya T.V., Lukinskiy E.V., Petrov A.A., Filkin V.M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

MULTILAYER NEURAL NETWORK MODELs BASED ON EXPERIMENTAL DATA FOR PROCESSES OF SAMPLE DEFORMATION AND DESTRUCTION

ABSTRACT

We consider some original approaches to the construction of multi-layer neural network models describing nonlinear deformation processes of elastic samples on the basis of heterogeneous experimental data containing approximately known measurement data, differential conditions, etc. The models obtained are used to predict the conditions of individual sample destruction. These approaches are based on classical approximate methods. Unlike classical approaches as a result of calculations, not pointwise approximations are obtained, but approximate solutions as functions. Similar approaches are used to generate arbitrarily accurate approximate neural network solutions without time-consuming training procedures. Computational experiments were carried out on test samples. Wooden beams and rubber threads were under study objects.

KEYWORDS

Sample; deformation; destruction; wooden beam; elastic thread; differential equation; multilayer approximate solution; artificial neural network; neural network model.

Введение

Изучение деформации строительных материалов из дерева под статической и динамической нагрузкой затруднено их сложной анизотропной структурой. Сила, при которой разрушается конкретная деревянная балка, сильно зависит от породы древесины, технологии её изготовления, от особенностей конкретной доски (таких, как сучки, трещинки) и т.д. В связи с широким распространением деревянных конструкций в строительной отрасли интерес представляет предсказание силы, вызывающей разрушение доски, по её поведению под неразрушающей нагрузкой.

Сильно растягивающиеся материалы приобретают все большее значение в связи с их применением в гражданской технике, спорте и обеспечении безопасности. Из подобных материалов изготавливают различные канаты, стропы, шнуры и т. д. [1-5]. Свойства таких объектов зависят от их структуры и используемых материалов и могут быть очень разнообразны.

Целью работы является моделирование динамики и прогноз момента разрыва объекта из упругого материала по динамике процесса его деформации или растяжения под нагрузкой. Для построения зависимости деформации/удлинения объекта от приложенной силы используются нейронные сети, показавшие свою эффективность при решении задач моделирования сложных объектов [7-20]. Нас интересует динамика деформации/растяжения *конкретного* образца из упругого материала в случае, когда закон Гука не выполняется, т.е. существенна нелинейность зависимости деформации/удлинения от приложенной силы. Особые сложности возникают при необходимости предсказания момента разрыва по особенностям зависимости деформации/удлинения объекта от приложенной силы. Разрушение определяется быстрым разрастанием повреждений объекта (трещин, неоднородностей, каверн), набор которых для каждого объекта уникален. Желательно проводить диагностику процесса разрушения по динамике объекта. Теоретические модели не позволяют установить подобную связь, так как не учитывают особенностей отдельных образцов.

Представленные в данной статье методы могут быть применены для моделирования динамики деформации (удлинения) под нагрузкой и предсказания момента разрушения и описания других процессов в сложных технических объектах. Это особенно важно для построения *индивидуальной модели* конкретного объекта, учитывающей его уникальные особенности.

Этапы построения нейросетевой модели объекта

Нейронная сеть использовалась в работе на трёх этапах. *На первом этапе*, проводилась нейросетевая аппроксимация экспериментальной зависимости деформации/удлинения от нагрузки (в простом случае, например, персептроном с одним скрытым слоем). *На втором этапе*, на основе модели, построенной на первом этапе, и дифференциальных (и, быть может, иных) данных строилась многослойная нейросетевая модель динамики деформации/удлинения объекта в конкретной задаче. *На третьем этапе,* строились нейросетевые зависимости условий разрыва объекта от весов нейронной сети, построенной на первом этапе.

Ниже будет указана конкретизация этих этапов и результаты построений нейронных сетей для испытуемых образцов, в качестве которых деревянные балки (бруски) и резиновые нити (шнуры).

Многослойные функциональные приближения

В качестве одного из преимуществ нейросетевого моделирования над классическими подходами к построению приближённых решений дифференциальных уравнений (типа метода сеток) нами неоднократно отмечалось то обстоятельство, что нейросетевой подход позволяет получить решение аналитически в виде явной формулы, а не набора числовых значений [7-20]. В данной работе показано, что задаваемые аналитически приближения для решения можно получить на основе более общих подходов, куда нейросетевой подход входит как частный случай. На примере обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью метода Эйлера (или некоторых его обобщений) получены приближённые аналитические решения. Обычные оценки точности исходных классических методов позволяют привести удобные оценки точности полученных приближений.

Данный подход несложно распространить и на другие алгоритмы подобного типа. Так, например, этот подход распространяется на сеточные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. С помощью данного подхода, в частности, можно получить многослойные нейросетевые приближённые решения дифференциальных уравнений без трудоёмкой процедуры обучения. Построенные таким образом нейронные сети можно обучить с помощью классических методов [6].

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{y}'(x) = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x)), \\ \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0 \end{cases} \tag{1}$$

на промежутке $D = [x_0; x_0 + a]$. Здесь $x \in D \subset \mathbb{R}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^d$, $\mathbf{f} : \mathbb{R}^{d+1} \to \mathbb{R}^d$.

Системы подобного вида будем использовать для описания динамики исследуемых объектов. (Возникающие при описании дифференциальные уравнения высокого порядка легко сводятся к (1).) Следует заметить, что коэффициенты в (1) могут быть заданы неточно, или для их описания потребуются экспериментальные данные. Нейросетевой поход позволит учесть гетерогенный набор условий, которые могут обновляться и пополняться.

Применим для построения приближений классический метод Эйлера, который состоит в разбиении промежутка D на n частей: $x_0 < x_1 < \ldots < x_k < x_{k+1} < \ldots < x_n = x_0 + a$, и применении итерационной формулы

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + h_k \mathbf{f}(x_k, \mathbf{y}_k), \tag{2}$$

где $h_k = x_{k+1} - x_k$; $\mathbf{y}_k$ – приближение к точному значению искомого решения $\mathbf{y}(x_k)$.

Известна оценка получившихся приближений в виде $\|\mathbf{y}(x_k) - \mathbf{y}_k\| \le C \max(h_k)$, где постоянная C зависит от оценок функции $\mathbf{f}$ и её производных в области, в которой находится решение [6].

С помощью формулы (2) будем строить приближённое решение задачи (1) на интервале $\tilde{D} = [x_0, x]$ с переменным верхним пределом $x \in [x_0, x_0 + a]$. При этом $h_k = h_k(x)$, $\mathbf{y}_k = \mathbf{y}_k(x)$, $\mathbf{y}_0(x) = \mathbf{y}_0$ и в качестве приближённого решения предлагается использовать $\mathbf{y}_n(x)$.

Самый простой вариант алгоритма получается при равномерном разбиении промежутка с шагом $h_k(x) = (x - x_0)/n$. Такой вариант применяется далее при построении приближений.

Несомненно, можно применять и другие методы, более точные, чем метод Эйлера, и получать итерационные формулы типа (2).

Заметим, что если коэффициенты в (1) определены без использования нейросетевых функций, то нейросетевые аппроксимации не возникают.

Указанный подход к построению многослойных функциональных приближений можно развивать в следующих направлениях:

Первым направлением развития является включение начальных условий в параметры решения. Подобные параметрические решения можно применить и для решения краевых задач.

Второе направление развития связано с тем, что в задании системы (1) и в формуле (2) (и других аналогичных формулах) используется не сама функция $\mathbf{f}(x, \mathbf{y})$, а её нейросетевое приближение.

Третье направление получается при оптимизации расстановки точек x_k исходя из минимизации подходящего функционала ошибки.

Четвёртое направление связано с распространением изложенного подхода на уравнения в частных производных.

Вычислительные эксперименты

Деревянные бруски

Нами проведены эксперименты по нагружению деревянных брусков с сечениями 20x40, 15x20 и 15x30 мм со скоростями нагружения 10, 50 и 100 мм/мин до их разрушения.

Обработка экспериментов проходила в три этапа. *На первом этапе* по результатам экспериментов была построена нейросетевая зависимость величины нагружающей силы от прогиба вида

$$F(x) = c\, th\left[a\left(x - x_c\right)\right]. \tag{3}$$

Параметры зависимости (веса нейронной сети) подбирались минимизацией функционала ошибки, который был выбран в виде суммы квадратов невязок выхода нейронной сети и экспериментальных значений силы по всем снятым значениям прогиба до момента разрушения образца.

Можно построить существенно более сложную аппроксимацию, используя, например, большее число слагаемых, но она не сильно улучшает точность аппроксимации искомой зависимости. Далее приведены две иллюстрации для одного из опытов. На первой представлен график экспериментальных значений нагружающей силы в зависимости от прогиба балки и нейросетевая аппроксимация этой зависимости, на второй – график разности опытных значений с полученными функциями.

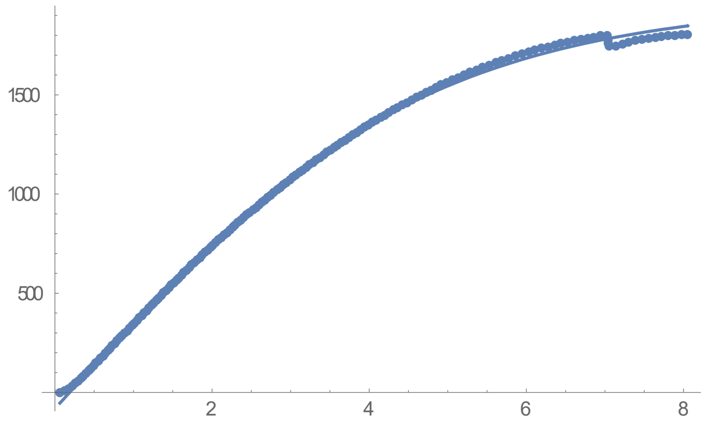

Рис. 1. Экспериментальная зависимость прогиба балки от нагружения и её нейросетевая аппроксимация. Сечение образца 15x30, скорость возрастания нагрузки 50 мм/мин.

Графики показывают весьма высокую точность аппроксимации кроме первого участка, на котором происходит образование вмятины в бруске, и конечного, на котором начинают рваться отдельные древесные волокна.

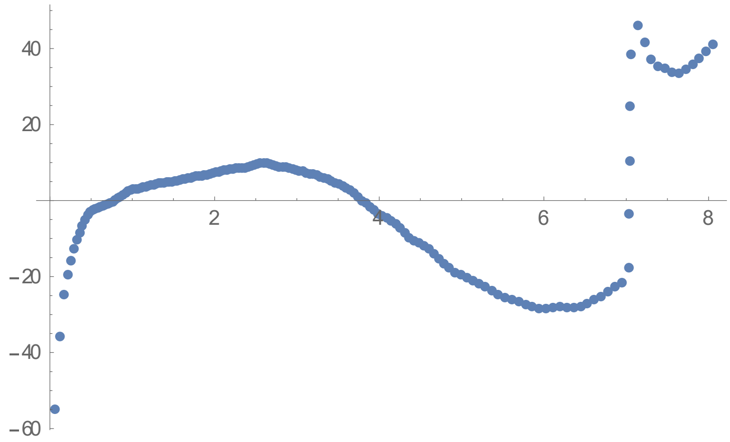

Рис. 2. Ошибка нейросетевой аппроксимации экспериментальной зависимости прогиба балки от нагружения. Сечение образца 15x30, скорость возрастания нагрузки 50 мм/мин.

На следующих этапах исследований построенные модели вида (3) для всех брусков могут быть использованы двумя способами.

На втором этапе построенная зависимость (3) для конкретной балки может быть использована для прогноза её поведения под нагрузкой, в том числе динамической. Такую модель можно построить, к примеру, для деревянных лесов, по которым переносят тяжести (стройматериалы). При этом, зависимости вида (3) позволяют построить динамическую модель вида (1)

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{g}(t, \mathbf{y}(t)), \tag{4}$$

где $\mathbf{g}$ – известная нейросетевая функция, которую можно считать персептроном с одним скрытым слоем. Для интегрирования данного уравнения на заданном промежутке $[0,T]$ можно использовать упомянутый ранее подход. Выберем любое $t \in (0,T]$ и к промежутку $[0,t]$ применим классический метод Эйлера с n шагами. При равномерном разбиении интервала получаем многослойную рекуррентную функциональную формулу вида $\mathbf{y}_{k+1}(t) = \mathbf{y}_k(t) + \frac{t}{n}\mathbf{g}\left(\frac{kt}{n}, \mathbf{y}_k(\mathrm{t})\right)$, при этом $\mathbf{y}_0(\mathrm{t}) = \mathbf{y}_0$ определяется начальными условиями. В качестве приближённого решения уравнения (4) можно использовать $\mathbf{y}_n(t)$. Это приближение можно трактовать как выход персептрона с n скрытыми слоями. При необходимости метод Эйлера можно заменить на более точные методы, например, на метод Рунге-Кутта.

На третьем этапе после вычисления весов нейронной сети для всех опытов может быть построена нейросетевая зависимость вида $c\ th\left[a\left(x - x_c\right)\right]$ силы, при которой балка ломается, от этих коэффициентов. Один из результатов такого исследования представлен на рис. 3.

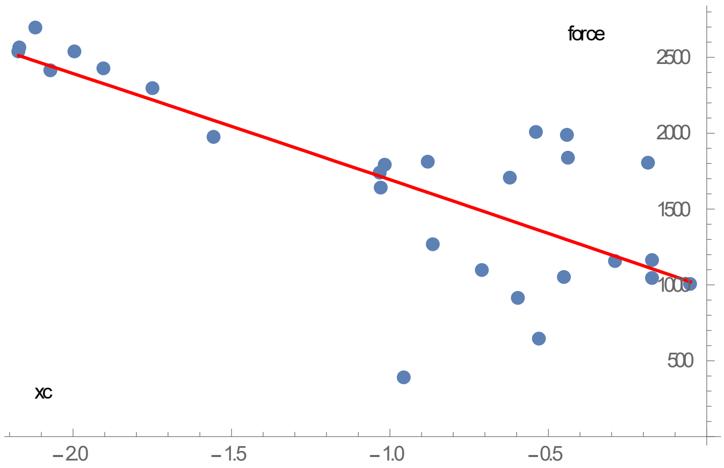

Рис. 3. Зависимость разрушающей силы от параметра « x_c » из формулы (3) для зависимости, построенной для этой балки

Резиновые нити

В качестве образцов использовались резиновые нити. Разработанные методы без изменения могут применяться к моделированию процессов растяжения других объектов из упругого материала. Исследования проводились с резинками длины 5 и 8 сантиметров с четырьмя различными скоростями растяжения материала: 50 мм/мин, 250 мм/мин, 500 мм/мин и 1000 мм/мин. На основе опытов были получены графики зависимости удлинения (мм) от приложенной растягивающей силы (Н). По этим графикам удалось установить, что нагрузка, при которой происходит разрыв, практически не зависит от длины образца и скорости нарастания силы натяжения.

Ниже приведены два графика для одного из экспериментов. Результаты других экспериментов похожи. На первом рисунке показаны данные экспериментов и аппроксимирующая их нейросетевая модель, на втором – отклонение нейросетевой модели от экспериментальных данных.

На первом рисунке видно, что при относительно малых растяжениях зависимость существенно нелинейная, что противоречит известному закону Гука. При увеличении растяжения зависимость почти линейная с малыми возмущениями перед разрывом. Отсутствие нелинейного участка перед разрывом существенно затрудняет предсказание значения нагрузки, при которой происходит разрыв.

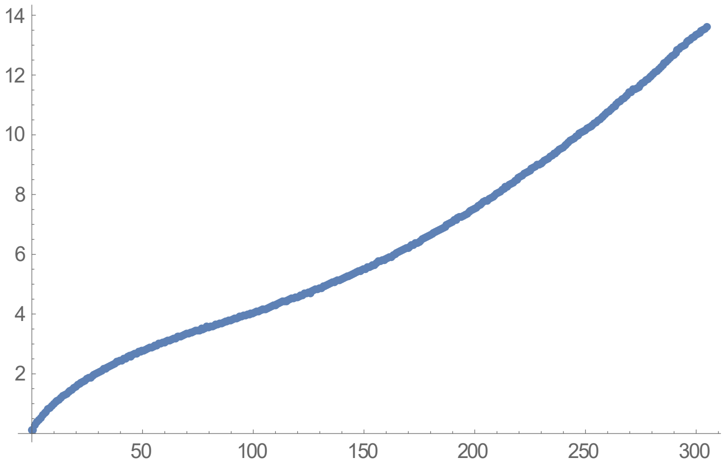

Рис.4. Экспериментальная зависимость растягивающей силы от удлинения резиновой нити и её нейросетевая аппроксимация для образца длиной 5 см. и скорости 500 мм/мин.

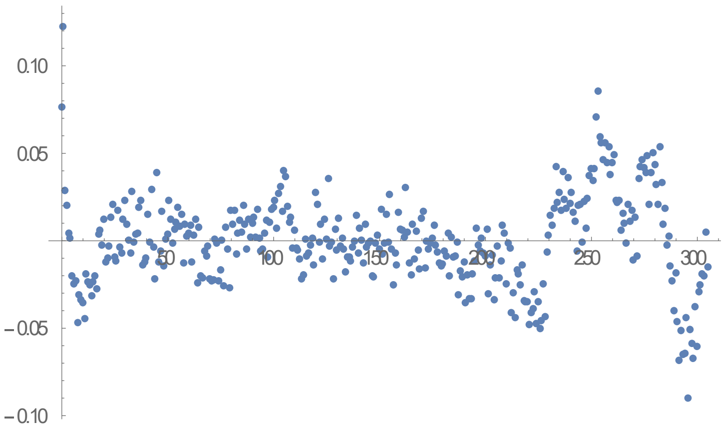

Рис. 5. Ошибка нейросетевой аппроксимации экспериментальной зависимости растягивающей силы от удлинения резиновой нити при длине образца 5 см. и скорости 500 мм/мин.

На первом этапе с помощью нейросетевой зависимости вида

$$F(x) = c_1 th[a_1(x - x_{c_1})] + c_2 th[a_2(x - x_{c_2})]$$

удалось достаточно точно аппроксимировать зависимость удлинения от нагрузки. Коэффициенты $a_{1,2}, c_{1.2}$ и $x_{c_{1,2}}$ искались из условия минимума функционала ошибки $\sum_{i=1}^{m}\left(F(x_i) - F_i\right)^2$. Здесь x_i – экспериментальное удлинение образца, а F_i – соответствующая ему растягивающая сила. Минимум искался сочетанием метода RProp и метода облака [7]. Приведём пример нейросетевой аппроксимации, соответствующей приведённым выше рис. 4 и рис. 5

$$F(x) = 11.18\tanh\left[0.00568(x - 298.66)\right] + 13.21\tanh\left[0.0169(x + 65.88)\right].$$

Отметим, что для всех экспериментов относительная ошибка нейросетевой аппроксимации не превышала 3%. Видно возрастание ошибки перед моментом разрыва.

На втором этапе полученную зависимость можно использовать для изучения динамики – получения нейросетевой аппроксимации временной зависимости высоты тела, подвешенного на упругой нити. Применяя закон Ньютона и приведённую выше аппроксимацию для зависимости растягивающей силы от удлинения нити, которое соответствует изменению положения тела на вертикальной оси, имеем зависимость $\ddot{x} = G(x) = g - \frac{1}{m}F(x)$. Вводя в качестве дополнительной координаты скорость, можно (как уже отмечалось) перейти к двумерной системе первого порядка вида $\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{g}(t, \mathbf{y}(t))$. При этом, первой координатой вектора $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ является x, а второй координатой – $\dot{x}$, соответственно координатами вектора $\mathbf{g}$ будут y_2 и $g - \frac{1}{m}F(y_1)$.

Для построения приближения $\mathbf{y}(t)$ используем многослойную рекуррентную функциональную аппроксимацию. Если, как и ранее, применить метод Эйлера с n шагами для интегрирования данного уравнения на промежутке с переменным верхним пределом $[0, t]$, то при равномерном разбиении интервала получаем рекуррентную формулу вида

$$\mathbf{y}_{k+1}(t) = \mathbf{y}_k(t) + \frac{t}{n}\mathbf{g}\left(k\frac{t}{n}, \mathbf{y}_k(\mathrm{t})\right), \tag{5}$$

при этом $\mathbf{y}_0(\mathrm{t}) = \mathbf{y}_0$ определяется начальными условиями. Искомая зависимость $x(t)$ представляется первой координатой вектор-функции $\mathbf{y}_n(t)$. Сила $\mathbf{g}$ определена нейросетевой аппроксимацией. Из формулы (5) следует, что $\mathbf{y}_n(t)$ является выходом персептрона с n скрытыми слоями.

На третьем этапе была построена нейросетевая модель зависимости разрушающей силы (силы натяжения, при которой происходит разрыв) от весов, полученных на первом этапе нейросетевых аппроксимаций. При этом веса этих нейросетевых аппроксимаций различаются от образца к образцу и в сжатом виде представляют его поведение под нагрузкой. Ввиду небольшого числа протестированных образцов (22 образца) построение сложной зависимости на этом этапе нецелесообразно. В связи с этим были построены простейшие нейросетевые зависимости вида

$c\ th[a(x - x_c)]$. Для определения их весов использовались такой же, как и ранее, функционал ошибки и такие же алгоритмы нелинейной оптимизации, как и на первом этапе. Ниже приведена одна из полученных зависимостей.

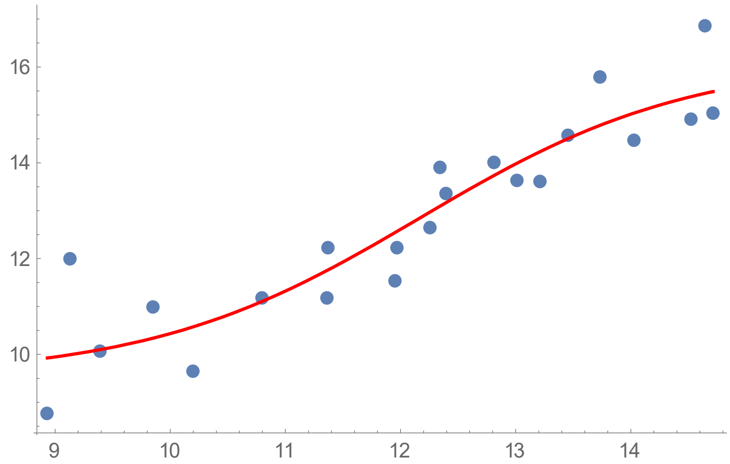

Рис. 6. Зависимость растягивающей силы, при которой происходит разрыв резиновой нити, от параметра c_1 нейросетевой аппроксимации зависимости удлинения от растягивающей силы

Учитывая сильное влияние на момент разрыва дефектов конкретного образца, полученный результат можно считать удовлетворительным. Зная поведение образца на начальном участке нагружения, можно предугадать предельную силу и удлинение, при котором произойдет разрыв.

Заключение

Результаты исследования могут найти свое применение в строительной отрасли при обосновании выбора конструкции лесов, используемых при проведении разного рода строительных и ремонтных работ на высоте или при наличии перепада высот. Работы на высоте относятся к опасным видам работ, с производством которых связано большое количество несчастных случаев в результате падения человека, несмотря на регламентированные меры безопасности [1].

Рассмотренный подход можно применить в строительной отрасли при обосновании выбора спасательных тросов, используемых при проведении строительных работ методом промышленного альпинизма, при расчете риска при эвакуации людей методом «прыжка на тент» [1].

Для моделирования поведения таких конструкций при динамических нагрузках можно применить методы и результаты данной работы вместе с методами, изложенными в работах [7-20].

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты №14-01-00660 и №14-01-00733).

Литература

1. Каверзнева Т.Т., Мазуренко К.С. Контроль безопасности при проведении работ на высоте// Научный форум с международным участием «Неделя науки СПбПУ»: материалы научно-практической конференции. Институт военно-технического образования и безопасности СПбПУ. – Изд-во Политехн. ун-та, 2015. –248 с. (с. 187-190).
2. Hearle JWS. One-dimensional textiles. Handbook of Technical Textiles. Elsevier; 2016. 345-360 p.
3. McKenna HA, Hearle JWS, O'Hear N. Handbook of Fibre Rope Technology. Handbook of Fibre Rope Technology. Elsevier; 2004. 1-34 p.
4. Weller SD, Johanning L, Davies P, Banfield SJ. Synthetic mooring ropes for marine renewable energy applications. Renew Energy. 2015 Nov; 83:1268–78.
5. McLaren, A.J. (2006) Design and performance of ropes for climbing and sailing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 220 (1). pp. 1-12.
6. Вержбицкий В.М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Оникс 21 век, 2005. – 400 с.
7. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. – 528с.
8. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Нейросетевой подход к задачам математической физики. – СПб.: «Нестор-История», 2015. – 260с.
9. Тархов Д.А. Нейросетевые модели и алгоритмы. – М.: Радиотехника, 2014. – 348 с.
10. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Нейросетевая модель решения задачи о катализаторе. Гибридный метод // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: сб. статей XIV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2014. – С.58 – 62.
11. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Модель неизометрического химического реактора на основе параметрических нейронных сетей// Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: сб. статей XV Междунар. научно-техн. конф. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2015. – С.96 –99.

12. Васильев А.Н., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Нейросетевой подход к решению сложных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений// XVIII Междунар. научно-техн. конф. «Нейроинформатика-2016»: сб. науч. тр. Ч.3. М.: НИЯУ МИФИ, 2016, С.52–61.
13. Budkina E. M., Kuznetsov E. B., Lazovskaya T. V., Leonov S. S., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. Neural Network Technique in Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 277–283.
14. Gorbachenko V. I., Lazovskaya T. V., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N., Zhukov M.V. Neural Network Technique in Some Inverse Problems of Mathematical Physics// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 310–316.
15. Kainov N.U., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Application of neural network modeling to identication and prediction problems in ecology data analysis for metallurgy and welding industry// Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2014. – vol. 17, 1. – pp. 57-63.
16. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A. Fresh approaches to the construction of parameterized neural network solutions of a stiff differential equation. St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics (2015), http://dx.doi.org/10.1016/j.spjpm.2015.07.005
17. Shemyakina T. A., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. Neural Network Technique for Processes Modeling in Porous Catalyst and Chemical Reactor// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 547–554.
18. Tarkhov D., Vasilyev A. New neural network technique to the numerical solution of mathematical physics problems. I: Simple problems Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2005. – 14. – pp. 59-72.
19. Tarkhov D., Vasilyev A. New neural network technique to the numerical solution of mathematical physics problems. II: Complicated and nonstandard problems Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2005. – 14. – pp. 97-122.
20. Vasilyev A., Tarkhov D. Mathematical Models of Complex Systems on the Basis of Artificial Neural Networks// Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2014. – vol. 17, 2. – pp. 327-335.

References

1. Kaverzneva T.T., Mazurenko K.S. Kontrol' bezopasnosti pri provedenii rabot na vysote// Nauchnyy forum s mezhdunarodnym uchastiem «Nedelya nauki SPbPU»: materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Institut voenno-tekhnicheskogo obrazovaniya i bezopasnosti SPbPU. – Izd-vo Politekhn. un-ta, 2015. –248 s. (s. 187-190).
2. Hearle JWS. One-dimensional textiles. Handbook of Technical Textiles. Elsevier; 2016. 345-360 p.
3. McKenna HA, Hearle JWS, O'Hear N. Handbook of Fibre Rope Technology. Handbook of Fibre Rope Technology. Elsevier; 2004. 1-34 p.
4. Weller SD, Johanning L, Davies P, Banfield SJ. Synthetic mooring ropes for marine renewable energy applications. Renew Energy. 2015 Nov; 83:1268–78.
5. McLaren, A.J. (2006) Design and performance of ropes for climbing and sailing. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 220 (1). pp. 1-12.
6. Verzhbitskiy V.M. Chislennye metody. Matematicheskiy analiz i obyknovennye differentsial'nye uravneniya. – M.: Oniks 21 vek, 2005. – 400 s.
7. Vasil'ev A.N., Tarkhov D.A. Neyrosetevoe modelirovanie. Printsipy. Algoritmy. Prilozheniya. – SPb.: Izd-vo SPbGPU, 2009. – 528s.
8. Vasil'ev A.N., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Neyrosetevoy podkhod k zadacham matematicheskoy fiziki. – SPb.: «Nestor-Istoriya», 2015. – 260s.
9. Tarkhov D.A. Neyrosetevye modeli i algoritmy. – M.: Radiotekhnika, 2014. – 348 s.
10. Vasil'ev A.N., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Neyrosetevaya model' resheniya zadachi o katalizatore. Gibridnyy metod // Problemy informatiki v obrazovanii, upravlenii, ekonomike i tekhnike: sb. statey XIV Mezhdunar. nauchno-tekhn. konf. – Penza: Privolzhskiy Dom znaniy, 2014. – S.58 – 62.
11. Vasil'ev A.N., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Model' neizometricheskogo khimicheskogo reaktora na osnove parametricheskikh neyronnykh setey// Problemy informatiki v obrazovanii, upravlenii, ekonomike i tekhnike: sb. statey XV Mezhdunar. nauchno-tekhn. konf. – Penza: Privolzhskiy Dom znaniy, 2015. – S.96 –99.
12. Vasil'ev A.N., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Neyrosetevoy podkhod k resheniyu slozhnykh zadach dlya obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy// XVIII Mezhdunar. nauchno-tekhn. konf. «Neyroinformatika-2016»: sb. nauch. tr. Ch.3. M.: NIYaU MIFI, 2016, S.52–61.
13. Budkina E. M., Kuznetsov E. B., Lazovskaya T. V., Leonov S. S., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. Neural Network Technique in Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 277–283.
14. Gorbachenko V. I., Lazovskaya T. V., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N., Zhukov M.V. Neural Network Technique in Some Inverse Problems of Mathematical Physics// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 310–316.
15. Kainov N.U., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A. Application of neural network modeling to identication and prediction problems in ecology data analysis for metallurgy and welding industry// Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2014. – vol. 17, 1. – pp. 57-63.
16. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A. Fresh approaches to the construction of parameterized neural network solutions of a stiff differential equation. St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics (2015), http://dx.doi.org/10.1016/j.spjpm.2015.07.005
17. Shemyakina T. A., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. Neural Network Technique for Processes Modeling in Porous Catalyst and Chemical Reactor// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719. 2016. – pp. 547–554.
18. Tarkhov D., Vasilyev A. New neural network technique to the numerical solution of mathematical physics problems. I: Simple problems Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2005. – 14. – pp. 59-72.
19. Tarkhov D., Vasilyev A. New neural network technique to the numerical solution of mathematical physics problems. II: Complicated and nonstandard problems Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), 2005. – 14. – pp. 97-122.

20. Vasilyev A., Tarkhov D. Mathematical Models of Complex Systems on the Basis of Artificial Neural Networks// Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2014. – vol. 17, 2. – pp. 327-335.

Поступила 15.10.2016

Об авторах:

Васильев Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), a.n.vasilyev@gmail.com;

Тархов Дмитрий Альбертович, доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая математика» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), dtarkhov@gmail.com;

Болгов Иван Павлович, студент Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), boliv96@gmail.com;

Каверзнева Татьяна Тимофеевна, кандидат технических наук, доцент Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), kaverztt@mail.ru;

Колесова Светлана Алексеевна, студентка Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), svetakolesova@mail.ru;

Лазовская Татьяна Валерьевна, старший преподаватель Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), tatianala@list.ru;

Лукинский Евгений Владимирович, студент Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), lukinskiy_96@mail.ru;

Петров Алексей Александрович, студент Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), logmstrn@yandex.ru;

Филькин Владимир Михайлович, студент Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»), vladimir.filckin@yandex.ru.