



УДК 519.7

DOI 10.25559/SITITO.17.202101.674

## Разработка алгоритма построения решеток мультиопераций на основе неразложимых алгебр

Д. А. Еременко

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), г. Санкт-Петербург, Россия  
er\_92@list.ru

### Аннотация

Рассматриваемая в статье теория относится к теории функциональных систем. Этот раздел математики исследует функции, которые определены на конечных множествах, а также композиции этих функций. Такие функции используются в математической логике и в универсальной алгебре, в частности, в теории клонов.

Традиционными объектами исследования в универсальной алгебре являются алгебры операций и мультиопераций. Одной из основных задач в теории мультиопераций является классификация алгебр. Для решения этой задачи необходимо построить решетку алгебр. В статье представлен алгоритм построения решеток мультиопераций на основе неразложимых алгебр. Для реализации данного алгоритма были найдены все неразложимые алгебры унарных мультиопераций ранга 3, которые были представлены в виде графа по включению. Вершины графа представляют собой неразложимые алгебры, а ребра графа отражают связь между алгебрами по включению. Если между двумя вершинами графа существует путь, значит, одна алгебра является подалгеброй для другой. Используя полученный граф, был реализован алгоритм построения решетки унарных мультиопераций ранга 3. Полученные результаты согласуются с результатами, которые описаны в статье «Алгебры унарных мультиопераций». Данный алгоритм может быть применён для построения решёток мультиопераций более высоких рангов либо больших местностей.

**Ключевые слова:** операции, мультиоперации, решетка алгебр мультиопераций, неразложимые алгебры операций

© Еременко Д. А., 2021



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.  
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



# Development of an Algorithm for Constructing Multioperation Lattices Based on Indecomposable Algebras

**D. A. Eremenko**

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Saint Petersburg, Russia  
er\_92@list.ru

## Abstract

The theory discussed in the article refers to the theory of functional systems. This branch of mathematics explores functions defined on finite sets, as well as the composition of these functions. Such functions are used in mathematical logic and in universal algebra [1,2], and in particular, in the clone theory.

The traditional research objects in universal algebra are the algebras of operations and multioperations. One of the main problems in the theory of multioperations is the classification of algebras. To solve this problem, it is necessary to construct a lattice of algebras. The article presents an algorithm for constructing lattices of multioperations based on indecomposable algebras. To implement this algorithm, all indecomposable algebras of unary multioperations of rank 3 were found; they were presented in the form of an inclusion graph. The vertices of the graph are indecomposable algebras, and the edges of the graph reflect the connection between the inclusion algebras. If there is a path between two vertices of the graph, then one algebra is a subalgebra for the other. Using the resulting graph, an algorithm for constructing a lattice of unary multioperations of rank 3 was implemented. The results obtained agree with the results described in the article "Algebras of unary multioperations". This algorithm can be used to construct lattices of multioperations of higher ranks or large areas.

## Введение

Изучение свойств операций на бинарных отношениях ведется достаточно давно. В связи с этим следует отметить некоторые публикации [13-17]. Рассмотрению бинарных отношений как унарных мультиопераций и исследованию алгебр унарных мультиопераций посвящены работы [18-23].

Одной из основных задач в теории мультиопераций является построение решеток алгебр [24-26]. Ранее такие решетки строились посредством перебора всех унарнопорожденных алгебр операций/мультиопераций. У этого подхода есть существенные недостатки: это неэффективный перебор унарнопорожденных алгебр при конструировании алгебр операций/мультиопераций, а также большой объем хранящихся данных на каждом шаге работы алгоритма.

С помощью перебора всех унарнопорожденных алгебр операций/мультиопераций была построена решетка унарных мультиопераций ранга 3. Очевидно, что при переходе к большим размерностям мультиопераций (например, к рангам более трех или при переходе от унарных к бинарным и более размерностям) возникают проблемы, и построение данных решеток будет невозможно ввиду их возрастающей вычислительной сложности. Иными словами, требуется предложить новый алгоритм построения решеток.

В статье разработан алгоритм построения решетки мультиопераций на основе неразложимых алгебр мультиопераций. Алгоритм написан на языке Python 3 и применен для построения решетки унарных мультиопераций ранга 3.

## Цель работы

Целью работы является разработка и реализация алгоритма построения решеток унарных мультиопераций ранга 3 на основе неразложимых алгебр. Для выполнения данной цели были поставлены следующие задачи:



- найти все неразложимые алгебры унарных мультиопераций ранга 3;
- построить на их основе граф;
- на основе данного графа разработать и реализовать алгоритм построения решетки алгебр унарных мультиопераций ранга 3.

### Нахождение всех неразложимых алгебр унарных мультиопераций ранга 3

Неразложимой алгеброй мультиопераций называют алгебру мультиопераций, которая не представима в виде разложения на свои подалгебры.

Для нахождения неразложимых алгебр мультиопераций были рассмотрены все унарнопорождённые алгебры мультиопераций. Всего унарнопорождённых алгебр мультиопераций 265. Для каждой из них были найдены соответствующие подалгебры. Далее каждая из них была проверена на неразложимость. В результате всего было найдено 196 неразложимых алгебр унарных мультиопераций ранга 3. Все найденные неразложимые алгебры приведены в таблице 1.

Таблица 1 – неразложимые алгебры унарных мультиопераций ранга 3

Мульти-операция	Замыкание
[(1, 6, 6)]	[(1, 6, 6)]
[(3, 3, 4)]	[(3, 3, 4)]
[(3, 7, 6)]	[(3, 7, 6)]
[(5, 2, 5)]	[(5, 2, 5)]
[(5, 6, 7)]	[(5, 6, 7)]
[(6, 5, 3)]	[(6, 5, 3)]
[(7, 3, 5)]	[(7, 3, 5)]
[(1, 3, 7)]	[(7, 6, 4), (1, 3, 7)]
[(1, 7, 5)]	[(7, 2, 6), (1, 7, 5)]
[(2, 4, 1)]	[(2, 4, 1), (4, 1, 2)]
[(2, 5, 2)]	[(2, 5, 2), (5, 2, 5)]
[(3, 2, 7)]	[(3, 2, 7), (5, 7, 4)]
[(3, 6, 5)]	[(3, 6, 5), (5, 3, 6)]
[(4, 4, 3)]	[(4, 4, 3), (3, 3, 4)]
[(6, 1, 1)]	[(6, 1, 1), (1, 6, 6)]
[(0, 0, 4)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 7)]
[(0, 2, 0)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 7, 0)]
[(1, 0, 0)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 1)]
[(1, 2, 5)]	[(1, 2, 5), (5, 2, 5), (5, 2, 4)]
[(1, 2, 6)]	[(1, 6, 4), (1, 2, 6), (1, 6, 6)]
[(1, 2, 7)]	[(5, 6, 4), (1, 2, 7), (5, 6, 7)]
[(1, 3, 4)]	[(1, 3, 4), (3, 2, 4), (3, 3, 4)]
[(1, 3, 5)]	[(7, 2, 4), (1, 3, 5), (7, 3, 5)]
[(1, 7, 4)]	[(3, 2, 6), (1, 7, 4), (3, 7, 6)]
[(1, 7, 7)]	[(1, 6, 6), (7, 6, 6), (1, 7, 7)]
[(3, 3, 7)]	[(7, 7, 4), (3, 3, 4), (3, 3, 7)]
[(3, 7, 7)]	[(7, 7, 6), (3, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(5, 7, 5)]	[(5, 2, 5), (7, 2, 7), (5, 7, 5)]
[(5, 7, 7)]	[(5, 7, 7), (7, 6, 7), (5, 6, 7)]
[(7, 3, 7)]	[(7, 7, 5), (7, 3, 5), (7, 3, 7)]
[(0, 2, 4)]	[(0, 2, 4), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7)]



[(1, 0, 4)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(1, 2, 0)]	[(1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(1, 4, 2)]	[(1, 0, 0), (1, 4, 2), (7, 0, 0), (1, 1, 1)]
[(2, 1, 4)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 7), (2, 1, 4)]
[(2, 7, 2)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 7, 0), (2, 7, 2)]
[(4, 2, 1)]	[(0, 2, 0), (4, 2, 1), (2, 2, 2), (0, 7, 0)]
[(4, 4, 7)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (4, 4, 7), (0, 0, 7)]
[(6, 5, 7)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 7), (6, 5, 7)]
[(6, 7, 3)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 7, 0), (6, 7, 3)]
[(7, 1, 1)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 1), (7, 1, 1)]
[(7, 5, 3)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 1), (7, 5, 3)]
[(0, 4, 2)]	[(0, 4, 2), (0, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(2, 1, 0)]	[(2, 1, 0), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 0, 1)]	[(4, 0, 1), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(6, 7, 7)]	[(6, 7, 7), (0, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(7, 5, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5), (7, 5, 7)]
[(7, 7, 3)]	[(1, 2, 0), (7, 7, 3), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(0, 2, 6)]	[(0, 6, 4), (0, 6, 6), (0, 2, 6), (6, 6, 6), (0, 2, 4), (0, 7, 7)]
[(0, 6, 7)]	[(0, 2, 4), (4, 6, 6), (0, 6, 7), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 6)]	[(0, 2, 4), (6, 6, 6), (2, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 6), (0, 7, 7)]
[(1, 0, 5)]	[(5, 0, 4), (5, 0, 5), (1, 0, 5), (7, 0, 7), (1, 0, 4), (5, 5, 5)]
[(1, 3, 0)]	[(3, 3, 3), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (7, 7, 0), (1, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(2, 7, 3)]	[(0, 2, 0), (6, 7, 2), (2, 2, 2), (0, 7, 0), (2, 7, 2), (2, 7, 3)]
[(3, 3, 1)]	[(7, 3, 0), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 1), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(3, 3, 2)]	[(3, 7, 0), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 5, 7)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (4, 4, 7), (6, 4, 7), (0, 0, 7), (4, 5, 7)]
[(5, 0, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 4, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(5, 1, 5)]	[(1, 0, 4), (7, 0, 5), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5), (5, 1, 5)]
[(7, 1, 3)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (7, 5, 1), (7, 1, 1), (7, 1, 3), (1, 1, 1)]
[(2, 7, 6)]	[(0, 2, 4), (6, 6, 6), (2, 6, 6), (0, 6, 6), (2, 7, 6), (0, 7, 6), (0, 7, 7)]
[(3, 7, 2)]	[(3, 7, 0), (3, 7, 2), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 6, 7)]	[(0, 2, 4), (0, 6, 7), (4, 6, 7), (4, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(5, 4, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 4, 5), (5, 4, 7), (5, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(7, 1, 5)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (7, 1, 5), (5, 1, 5), (5, 5, 5)]
[(7, 3, 1)]	[(7, 3, 0), (7, 3, 1), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 1), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(0, 2, 7)]	[(4, 6, 4), (0, 6, 6), (0, 2, 7), (6, 6, 6), (0, 2, 4), (0, 6, 4), (0, 2, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 3, 7)]	[(6, 6, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 2, 4), (0, 6, 4), (0, 2, 6), (0, 3, 7), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 4)]	[(0, 2, 4), (0, 6, 6), (2, 2, 6), (6, 6, 6), (0, 2, 6), (0, 6, 4), (0, 7, 4), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 5)]	[(0, 2, 4), (6, 2, 6), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 2, 6), (0, 6, 4), (0, 7, 5), (0, 7, 7)]
[(1, 0, 7)]	[(5, 4, 4), (5, 0, 5), (1, 0, 4), (1, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 0, 4), (1, 0, 5), (5, 5, 5)]
[(1, 1, 5)]	[(7, 0, 4), (5, 0, 5), (1, 0, 4), (7, 0, 7), (1, 0, 5), (5, 0, 4), (1, 1, 5), (5, 5, 5)]
[(1, 3, 1)]	[(3, 3, 3), (1, 2, 0), (7, 2, 0), (3, 2, 0), (7, 7, 0), (1, 3, 1), (1, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(1, 3, 3)]	[(1, 3, 3), (3, 3, 3), (7, 6, 0), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (7, 7, 0), (1, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(1, 4, 6)]	[(1, 4, 4), (1, 0, 4), (1, 4, 6), (1, 0, 6), (7, 0, 7), (5, 0, 5), (5, 5, 5), (1, 6, 6)]
[(1, 5, 5)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 6), (7, 0, 7), (1, 0, 5), (5, 0, 4), (1, 5, 5), (5, 5, 5)]



[(1, 6, 2)]	[(1, 2, 0), (1, 6, 0), (1, 6, 2), (1, 2, 2), (1, 6, 6), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(1, 7, 0)]	[(3, 3, 3), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (3, 2, 2), (7, 7, 0), (1, 3, 0), (1, 7, 0), (3, 3, 0)]
[(2, 3, 4)]	[(0, 3, 4), (2, 3, 4), (0, 2, 4), (2, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (3, 3, 4), (0, 7, 7)]
[(3, 0, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 0, 4), (3, 0, 7), (7, 0, 7), (1, 0, 5), (5, 5, 4), (5, 5, 5)]
[(3, 1, 4)]	[(3, 0, 4), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (3, 1, 4), (1, 1, 4), (5, 5, 5), (3, 3, 4)]
[(3, 2, 3)]	[(5, 7, 0), (3, 3, 3), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (3, 2, 3), (7, 7, 0), (1, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(3, 5, 6)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (3, 0, 6), (7, 0, 7), (1, 5, 4), (5, 5, 5), (3, 5, 6), (3, 7, 6)]
[(4, 2, 5)]	[(0, 2, 4), (4, 2, 5), (5, 2, 5), (0, 2, 5), (4, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(5, 2, 1)]	[(1, 2, 0), (5, 2, 1), (1, 2, 1), (5, 2, 0), (5, 2, 5), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(5, 6, 3)]	[(1, 2, 0), (5, 6, 0), (5, 6, 3), (1, 2, 3), (5, 6, 7), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(6, 3, 5)]	[(7, 3, 5), (0, 2, 4), (6, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 3, 5), (6, 3, 5), (0, 7, 7)]
[(2, 7, 7)]	[(2, 7, 7), (6, 7, 6), (0, 2, 4), (2, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (2, 7, 6), (0, 7, 7), (0, 7, 6)]
[(3, 7, 3)]	[(3, 7, 0), (3, 7, 2), (3, 7, 3), (1, 2, 0), (7, 7, 2), (7, 7, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 7, 7)]	[(4, 7, 7), (0, 2, 4), (4, 6, 6), (6, 6, 7), (0, 6, 7), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (4, 6, 7), (0, 7, 7)]
[(5, 5, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 4, 5), (7, 4, 7), (5, 4, 7), (7, 0, 7), (5, 0, 7), (5, 5, 5), (5, 5, 7)]
[(7, 1, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (7, 5, 5), (7, 1, 5), (7, 1, 7), (5, 1, 5), (5, 5, 5)]
[(7, 3, 3)]	[(7, 3, 0), (7, 3, 1), (7, 7, 1), (1, 2, 0), (7, 3, 3), (7, 7, 0), (3, 3, 1), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(0, 4, 6)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 4, 6), (0, 4, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 6, 2)]	[(0, 2, 0), (0, 6, 0), (0, 2, 2), (0, 6, 2), (2, 2, 2), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 2, 4), (0, 7, 7)]
[(2, 3, 0)]	[(2, 2, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (0, 3, 0), (0, 7, 0), (3, 3, 3), (2, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(3, 1, 0)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (3, 0, 0), (3, 1, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 0, 5)]	[(0, 0, 4), (4, 0, 5), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (4, 4, 4), (4, 0, 4), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (1, 0, 4), (5, 5, 5)]
[(5, 0, 1)]	[(5, 0, 1), (1, 0, 0), (5, 0, 0), (1, 0, 1), (5, 0, 5), (7, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 0, 4), (1, 1, 1), (5, 5, 5)]
[(0, 1, 7)]	[(6, 4, 4), (0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 7), (0, 0, 6), (0, 4, 4), (0, 1, 7), (0, 2, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 1)]	[(0, 2, 0), (0, 6, 0), (6, 2, 2), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 1), (0, 2, 4), (0, 7, 7)]
[(1, 1, 3)]	[(7, 4, 0), (1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 1, 3), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(1, 5, 1)]	[(1, 0, 1), (7, 0, 2), (1, 0, 0), (7, 0, 0), (5, 0, 5), (5, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 0, 4), (1, 1, 1), (1, 5, 1), (5, 5, 5)]
[(2, 0, 7)]	[(0, 0, 4), (4, 4, 4), (5, 0, 5), (2, 0, 7), (0, 0, 7), (7, 0, 7), (4, 0, 4), (0, 0, 5), (4, 5, 4), (5, 5, 5), (1, 0, 4)]
[(2, 2, 3)]	[(4, 7, 0), (2, 2, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (2, 2, 3), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (0, 3, 0), (0, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(2, 6, 7)]	[(4, 7, 6), (0, 2, 4), (0, 6, 6), (2, 6, 7), (6, 6, 6), (0, 6, 7), (2, 6, 6), (4, 6, 6), (0, 7, 7), (0, 7, 6), (6, 7, 7)]
[(3, 7, 1)]	[(3, 7, 1), (7, 3, 0), (7, 7, 0), (1, 2, 0), (7, 3, 2), (7, 7, 3), (3, 7, 0), (3, 3, 1), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(5, 1, 7)]	[(1, 0, 4), (7, 0, 5), (5, 0, 5), (7, 4, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 7), (5, 4, 5), (5, 5, 5), (5, 1, 5), (5, 1, 7), (7, 5, 7)]
[(0, 1, 6)]	[(2, 4, 4), (0, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 7), (0, 0, 6), (0, 4, 4), (0, 1, 6), (0, 2, 4), (6, 6, 6), (1, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 4, 7)]	[(0, 0, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 6), (0, 4, 7), (0, 4, 6), (4, 4, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 5, 7)]	[(0, 0, 4), (0, 4, 4), (0, 4, 6), (6, 4, 6), (4, 4, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 5, 7), (0, 2, 4), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 6, 1)]	[(0, 2, 0), (0, 6, 1), (2, 2, 2), (4, 2, 2), (0, 2, 4), (1, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 2, 2), (0, 6, 0), (0, 6, 6), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 2)]	[(0, 7, 2), (0, 2, 0), (0, 6, 0), (2, 6, 2), (0, 6, 2), (0, 2, 2), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 7, 7)]
[(0, 7, 3)]	[(0, 2, 0), (0, 6, 0), (0, 6, 2), (6, 6, 2), (0, 2, 2), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 7, 0), (0, 7, 3), (0, 7, 7)]
[(1, 1, 2)]	[(3, 4, 0), (1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 1, 2), (7, 7, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 4)]
[(1, 4, 1)]	[(1, 4, 1), (5, 0, 2), (7, 0, 0), (1, 0, 4), (1, 0, 0), (5, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (5, 0, 5), (5, 5, 5), (5, 2, 5)]



[(2, 0, 5)]	[(1, 0, 4), (2, 0, 5), (4, 4, 4), (0, 0, 7), (7, 0, 7), (0, 0, 4), (5, 0, 5), (0, 0, 5), (4, 1, 4), (5, 5, 5), (5, 2, 5), (4, 0, 4)]
[(2, 2, 1)]	[(4, 3, 0), (1, 2, 0), (2, 2, 1), (2, 2, 2), (0, 2, 0), (2, 2, 0), (7, 7, 0), (0, 3, 0), (0, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 4), (3, 3, 0)]
[(2, 3, 2)]	[(2, 3, 2), (2, 2, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (0, 3, 0), (0, 7, 0), (3, 3, 3), (2, 3, 0), (2, 7, 0), (3, 3, 0)]
[(2, 3, 3)]	[(6, 7, 0), (2, 3, 3), (2, 2, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (0, 3, 0), (0, 7, 0), (3, 3, 3), (2, 3, 0), (3, 3, 0)]
[(3, 1, 1)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (7, 1, 0), (3, 1, 1), (3, 1, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(3, 1, 3)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (7, 5, 0), (3, 1, 0), (1, 1, 0), (3, 1, 3), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (7, 7, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0)]
[(4, 0, 7)]	[(0, 0, 4), (5, 0, 5), (4, 4, 5), (7, 0, 7), (4, 0, 7), (4, 0, 5), (4, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 5), (5, 5, 5), (0, 0, 7), (1, 0, 4)]
[(4, 5, 5)]	[(0, 0, 4), (4, 0, 5), (5, 0, 5), (6, 0, 7), (7, 0, 7), (4, 0, 4), (4, 4, 4), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (5, 5, 5), (4, 5, 5), (1, 0, 4)]
[(5, 1, 1)]	[(7, 0, 1), (1, 0, 0), (5, 0, 1), (7, 0, 0), (5, 0, 5), (5, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 0, 1), (5, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (5, 5, 5)]
[(5, 5, 1)]	[(5, 0, 1), (1, 0, 0), (7, 0, 3), (5, 0, 0), (5, 0, 5), (1, 0, 1), (7, 0, 7), (7, 0, 0), (5, 5, 1), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (5, 5, 5)]
[(0, 5, 6)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 4), (2, 4, 6), (0, 4, 6), (0, 5, 6), (0, 6, 6), (4, 6, 7), (0, 6, 7), (6, 6, 6), (4, 6, 6), (0, 7, 7), (6, 7, 7), (5, 6, 7)]
[(0, 6, 3)]	[(0, 2, 0), (0, 2, 2), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 6, 0), (4, 6, 2), (0, 6, 3), (0, 6, 2), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 0), (2, 6, 6), (0, 7, 6), (2, 7, 6), (0, 7, 7), (6, 7, 7), (3, 7, 6)]
[(2, 3, 1)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (6, 3, 0), (0, 3, 0), (2, 3, 1), (2, 3, 0), (0, 7, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (7, 7, 0), (3, 7, 0), (3, 7, 2), (7, 7, 3), (3, 7, 6)]
[(3, 1, 2)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (3, 1, 0), (1, 1, 0), (3, 1, 2), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (7, 3, 0), (7, 3, 1), (3, 3, 1), (3, 3, 3), (3, 3, 0), (7, 3, 5), (3, 5, 0), (7, 7, 0), (7, 7, 3)]
[(4, 1, 5)]	[(4, 0, 4), (4, 0, 5), (0, 0, 4), (6, 0, 5), (0, 0, 7), (0, 0, 5), (4, 1, 5), (4, 4, 4), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 4, 5), (5, 4, 7), (5, 5, 5), (7, 5, 7), (5, 6, 7)]
[(5, 0, 3)]	[(1, 0, 0), (5, 0, 1), (5, 0, 0), (5, 0, 3), (1, 0, 1), (5, 0, 5), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (1, 0, 4), (1, 1, 1), (5, 1, 5), (7, 1, 5), (7, 0, 0), (7, 3, 5), (5, 4, 1), (5, 5, 5), (7, 5, 7)]
[(1, 5, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 4), (1, 0, 6), (7, 0, 6), (1, 0, 7), (7, 0, 7), (1, 0, 5), (5, 0, 5), (1, 4, 4), (5, 4, 4), (7, 4, 6), (1, 4, 6), (1, 5, 5), (5, 5, 5), (1, 5, 7), (7, 6, 6), (1, 6, 6), (1, 7, 7)]
[(1, 7, 3)]	[(1, 2, 0), (3, 2, 0), (3, 2, 2), (1, 2, 2), (3, 3, 0), (1, 3, 0), (1, 3, 3), (1, 7, 0), (3, 3, 3), (7, 6, 0), (1, 6, 0), (7, 6, 2), (1, 6, 2), (7, 6, 6), (1, 6, 6), (7, 7, 0), (1, 7, 3), (1, 7, 7)]
[(2, 3, 7)]	[(2, 2, 4), (0, 2, 4), (2, 2, 6), (0, 2, 6), (2, 3, 4), (0, 3, 4), (2, 3, 7), (0, 3, 7), (6, 6, 4), (0, 6, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (6, 7, 4), (0, 7, 4), (0, 7, 7), (3, 3, 4), (3, 3, 7), (7, 7, 4)]
[(2, 5, 6)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (0, 4, 6), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (0, 5, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 7), (0, 6, 6), (4, 6, 6), (4, 6, 7), (0, 7, 7), (6, 7, 7), (5, 6, 7)]
[(3, 1, 7)]	[(3, 0, 4), (7, 0, 4), (1, 0, 4), (3, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 0, 4), (5, 0, 5), (1, 0, 5), (3, 1, 4), (1, 1, 4), (1, 1, 5), (3, 1, 7), (3, 3, 4), (3, 3, 7), (7, 5, 4), (5, 5, 4), (5, 5, 5), (7, 7, 4)]
[(3, 5, 2)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (3, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (3, 1, 0), (3, 1, 2), (1, 2, 0), (7, 3, 0), (3, 3, 1), (7, 3, 1), (3, 3, 3), (3, 3, 0), (7, 3, 5), (3, 5, 0), (3, 5, 2), (7, 7, 0), (7, 7, 3)]
[(3, 5, 7)]	[(3, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 6), (3, 0, 7), (3, 0, 6), (7, 0, 7), (5, 0, 4), (1, 0, 5), (1, 5, 4), (5, 5, 4), (7, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 5, 6), (1, 5, 5), (5, 5, 5), (3, 7, 6), (7, 7, 6)]
[(4, 6, 3)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 6, 0), (0, 6, 2), (4, 6, 3), (0, 6, 3), (4, 6, 2), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (2, 6, 6), (0, 7, 6), (0, 7, 7), (2, 7, 6), (6, 7, 7), (3, 7, 6)]
[(4, 7, 5)]	[(0, 2, 4), (4, 2, 5), (0, 2, 6), (6, 2, 7), (0, 2, 7), (4, 2, 4), (6, 2, 6), (0, 2, 5), (0, 6, 4), (4, 6, 4), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (4, 7, 5), (0, 7, 5), (0, 7, 7), (5, 2, 5), (7, 2, 7), (5, 7, 5)]
[(5, 4, 3)]	[(5, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (7, 0, 0), (5, 0, 1), (5, 0, 5), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (1, 0, 4), (1, 1, 1), (5, 0, 3), (5, 1, 5), (7, 1, 5), (7, 3, 5), (5, 4, 1), (5, 4, 3), (5, 5, 5), (7, 5, 7)]
[(5, 7, 1)]	[(5, 2, 0), (1, 2, 0), (5, 2, 1), (7, 2, 0), (3, 2, 0), (1, 2, 1), (7, 2, 3), (7, 2, 7), (1, 3, 0), (3, 2, 3), (1, 3, 1), (5, 2, 5), (3, 3, 3), (3, 3, 0), (7, 7, 0), (5, 7, 0), (5, 7, 1), (5, 7, 5)]
[(5, 7, 3)]	[(1, 2, 0), (3, 2, 0), (1, 2, 3), (3, 2, 3), (1, 3, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (1, 3, 3), (7, 6, 7), (7, 7, 0), (7, 6, 0), (5, 6, 0), (7, 6, 3), (5, 6, 3), (5, 6, 7), (5, 7, 0), (5, 7, 3), (5, 7, 7)]
[(6, 1, 5)]	[(4, 0, 4), (0, 0, 4), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (4, 0, 5), (6, 0, 5), (6, 1, 5), (4, 1, 5), (4, 4, 4), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 7), (5, 4, 5), (5, 4, 7), (5, 5, 5), (7, 5, 7), (5, 6, 7)]



[(6, 3, 1)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (6, 3, 0), (2, 3, 1), (0, 3, 0), (6, 3, 1), (2, 3, 0), (0, 7, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (7, 7, 0), (3, 7, 0), (3, 7, 2), (7, 7, 3), (3, 7, 6)]
[(6, 3, 7)]	[(6, 2, 4), (0, 2, 4), (0, 2, 6), (6, 2, 6), (0, 3, 5), (6, 3, 5), (6, 3, 7), (0, 3, 7), (6, 6, 4), (0, 6, 4), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 5), (6, 7, 5), (0, 7, 7), (7, 3, 5), (7, 3, 7), (7, 7, 5)]
[(0, 1, 4)]	[(4, 0, 4), (2, 0, 4), (0, 0, 4), (6, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 0, 5), (0, 0, 6), (0, 1, 4), (0, 2, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 4), (0, 5, 5), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(0, 1, 5)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 5), (6, 0, 4), (4, 0, 4), (0, 0, 6), (6, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 1, 5), (0, 2, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 4), (0, 5, 5), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(0, 2, 1)]	[(0, 2, 0), (4, 2, 0), (0, 2, 2), (0, 2, 1), (0, 2, 4), (2, 2, 2), (2, 2, 0), (0, 3, 0), (0, 3, 3), (0, 6, 0), (6, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 2, 3)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (0, 2, 2), (0, 2, 3), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 3, 0), (0, 3, 3), (0, 6, 0), (4, 6, 0), (6, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 3, 1)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (6, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 3, 0), (0, 3, 1), (0, 3, 3), (0, 6, 0), (6, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 3, 2)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (0, 2, 2), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 3, 0), (0, 3, 2), (0, 3, 3), (0, 6, 0), (6, 6, 0), (2, 6, 0), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 4, 5)]	[(0, 0, 4), (4, 0, 4), (6, 0, 6), (4, 0, 6), (0, 0, 6), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (0, 4, 4), (0, 4, 5), (4, 4, 4), (0, 5, 5), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(0, 5, 4)]	[(0, 0, 4), (4, 0, 4), (2, 0, 6), (0, 0, 6), (0, 0, 5), (6, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (0, 4, 4), (4, 4, 4), (0, 5, 4), (0, 5, 5), (0, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 5, 5)]
[(1, 0, 2)]	[(1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 0, 2), (3, 0, 3), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (3, 0, 0), (5, 0, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (1, 4, 0), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(1, 0, 3)]	[(5, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 3), (3, 0, 0), (5, 0, 5), (3, 0, 3), (7, 0, 7), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (7, 0, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (5, 4, 0), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(1, 5, 0)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (3, 0, 2), (3, 0, 3), (1, 0, 1), (5, 0, 5), (5, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (7, 0, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (1, 5, 0), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(3, 0, 1)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 1), (3, 0, 0), (3, 0, 3), (1, 0, 1), (5, 0, 5), (5, 0, 0), (7, 0, 7), (5, 1, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (7, 0, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(2, 4, 7)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 2, 4), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (0, 4, 6), (2, 4, 7), (0, 4, 7), (4, 4, 6), (2, 4, 6), (4, 5, 6), (0, 5, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 7), (4, 6, 7), (6, 6, 7), (0, 6, 6), (4, 6, 6), (6, 7, 7), (0, 7, 7), (4, 7, 7), (5, 6, 7)]
[(2, 6, 3)]	[(0, 2, 0), (0, 2, 2), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 6, 0), (2, 6, 2), (4, 6, 2), (0, 6, 2), (2, 6, 3), (0, 6, 3), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (6, 6, 6), (0, 7, 2), (2, 6, 6), (4, 7, 2), (6, 7, 6), (6, 7, 7), (2, 7, 6), (0, 7, 7), (0, 7, 6), (2, 7, 7), (3, 7, 6)]
[(2, 7, 1)]	[(0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (6, 3, 0), (0, 3, 0), (2, 3, 2), (2, 3, 1), (6, 3, 2), (2, 3, 0), (2, 7, 0), (0, 7, 0), (2, 7, 1), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (7, 7, 0), (3, 7, 2), (3, 7, 3), (3, 7, 0), (7, 7, 2), (7, 7, 3), (3, 7, 6)]
[(3, 5, 1)]	[(1, 0, 0), (7, 0, 0), (3, 0, 0), (3, 1, 0), (1, 1, 0), (7, 1, 2), (1, 1, 1), (3, 1, 1), (7, 1, 0), (3, 1, 2), (1, 2, 0), (7, 3, 0), (3, 3, 1), (3, 3, 0), (7, 3, 3), (3, 3, 3), (7, 3, 5), (7, 3, 1), (3, 5, 0), (3, 5, 1), (7, 7, 0), (7, 7, 1), (7, 7, 3)]
[(4, 1, 7)]	[(4, 0, 4), (0, 0, 5), (0, 0, 4), (4, 0, 5), (0, 0, 7), (4, 0, 7), (6, 0, 5), (4, 1, 5), (4, 1, 7), (4, 4, 4), (4, 4, 5), (6, 4, 5), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 4, 5), (7, 4, 7), (5, 4, 7), (5, 5, 5), (5, 5, 7), (7, 5, 7), (5, 6, 7)]
[(5, 1, 3)]	[(1, 0, 0), (5, 0, 1), (5, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 0, 1), (5, 0, 5), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (7, 0, 1), (1, 1, 1), (5, 1, 1), (5, 1, 3), (1, 0, 4), (5, 1, 5), (7, 1, 5), (7, 1, 7), (5, 0, 3), (7, 3, 5), (7, 4, 1), (5, 4, 1), (7, 5, 5), (5, 5, 5), (7, 5, 7)]
[(1, 4, 7)]	[(1, 0, 4), (5, 0, 5), (5, 0, 6), (1, 0, 7), (1, 0, 6), (7, 0, 6), (5, 0, 7), (7, 0, 7), (5, 0, 4), (1, 0, 5), (1, 6, 7), (5, 6, 7), (5, 4, 4), (1, 4, 4), (5, 4, 6), (1, 4, 7), (1, 4, 6), (5, 4, 5), (1, 4, 5), (1, 5, 5), (5, 5, 5), (7, 6, 6), (7, 6, 7), (5, 6, 6), (1, 6, 6), (1, 7, 7), (5, 7, 7)]
[(1, 7, 2)]	[(1, 2, 0), (3, 2, 0), (1, 2, 2), (3, 2, 2), (3, 7, 6), (3, 3, 0), (1, 3, 0), (1, 3, 2), (1, 3, 3), (3, 3, 3), (3, 3, 2), (1, 7, 0), (1, 7, 6), (7, 7, 0), (3, 6, 0), (1, 6, 0), (3, 6, 2), (1, 6, 2), (7, 6, 0), (7, 6, 6), (3, 6, 6), (3, 7, 0), (1, 6, 6), (1, 7, 2), (1, 7, 7), (7, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(2, 3, 6)]	[(7, 7, 6), (2, 2, 4), (0, 2, 4), (2, 2, 6), (0, 2, 6), (2, 3, 4), (0, 3, 4), (0, 3, 6), (0, 3, 7), (2, 3, 6), (6, 6, 4), (2, 6, 4), (2, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 4), (0, 6, 6), (2, 7, 4), (0, 7, 4), (0, 7, 6), (0, 7, 7), (3, 3, 4), (3, 3, 6), (3, 3, 7), (3, 7, 4), (7, 7, 4), (3, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(3, 1, 5)]	[(7, 0, 4), (1, 0, 4), (3, 0, 5), (3, 0, 7), (3, 0, 4), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 5), (7, 1, 4), (3, 1, 5), (3, 1, 4), (1, 1, 4), (5, 1, 5), (1, 1, 5), (5, 1, 4), (3, 3, 4), (3, 3, 5), (7, 3, 5), (3, 3, 7), (7, 3, 7), (7, 3, 4), (5, 0, 4), (1, 0, 5), (5, 5, 4), (5, 5, 5), (7, 7, 4), (7, 7, 5)]



[(4, 2, 7)]	[(4, 2, 4), (4, 2, 5), (0, 2, 4), (4, 2, 7), (0, 2, 7), (6, 2, 6), (0, 2, 5), (4, 2, 6), (0, 2, 6), (4, 6, 4), (4, 6, 5), (4, 6, 6), (0, 6, 7), (0, 6, 5), (6, 6, 6), (0, 6, 4), (0, 6, 6), (0, 7, 5), (0, 7, 7), (5, 2, 5), (7, 2, 7), (5, 2, 7), (5, 6, 7), (5, 6, 5), (7, 6, 7), (5, 7, 5), (5, 7, 7)]
[(5, 3, 1)]	[(1, 2, 1), (3, 2, 3), (5, 2, 5), (5, 2, 0), (3, 2, 0), (3, 2, 1), (7, 2, 0), (1, 2, 0), (7, 2, 1), (7, 2, 5), (7, 2, 7), (7, 3, 0), (1, 3, 0), (5, 2, 1), (5, 3, 0), (3, 3, 3), (3, 3, 0), (1, 3, 1), (3, 3, 1), (5, 3, 1), (7, 3, 5), (7, 3, 7), (5, 3, 5), (7, 7, 0), (5, 7, 5), (5, 7, 0), (7, 7, 5)]
[(2, 5, 7)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (5, 7, 7), (0, 2, 4), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (6, 4, 6), (4, 4, 6), (2, 4, 7), (0, 4, 7), (2, 4, 6), (0, 4, 6), (6, 5, 6), (2, 5, 7), (2, 5, 6), (0, 5, 6), (4, 5, 6), (0, 5, 7), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (4, 6, 6), (6, 6, 7), (0, 6, 7), (4, 6, 7), (6, 7, 7), (0, 7, 7), (4, 7, 7), (7, 6, 7), (5, 6, 7)]
[(3, 5, 3)]	[(1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (3, 1, 0), (7, 1, 0), (7, 1, 2), (3, 1, 1), (3, 1, 3), (3, 1, 2), (1, 2, 0), (7, 3, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 1), (7, 3, 3), (3, 3, 3), (7, 3, 5), (7, 3, 1), (7, 3, 7), (7, 5, 0), (3, 5, 1), (7, 5, 2), (3, 5, 3), (3, 5, 2), (3, 5, 0), (7, 7, 0), (7, 7, 1), (7, 7, 3), (7, 7, 5)]
[(4, 7, 3)]	[(3, 7, 7), (0, 2, 0), (0, 2, 2), (2, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 6, 0), (4, 6, 2), (2, 6, 3), (2, 6, 2), (6, 6, 2), (0, 6, 6), (2, 6, 6), (0, 7, 0), (6, 6, 6), (6, 6, 3), (4, 6, 3), (0, 6, 3), (4, 7, 3), (0, 7, 2), (4, 7, 2), (0, 7, 3), (6, 7, 7), (0, 7, 7), (0, 7, 6), (6, 7, 6), (2, 7, 7), (2, 7, 6), (3, 7, 6), (0, 6, 2), (7, 7, 6)]
[(5, 5, 3)]	[(1, 0, 0), (1, 0, 1), (5, 0, 0), (7, 0, 0), (5, 0, 1), (7, 0, 3), (7, 0, 1), (5, 0, 3), (7, 0, 7), (1, 1, 1), (5, 1, 1), (5, 1, 3), (5, 0, 5), (5, 1, 5), (7, 0, 5), (7, 1, 7), (7, 1, 5), (1, 0, 4), (7, 3, 5), (7, 3, 7), (7, 4, 1), (5, 4, 1), (7, 4, 3), (5, 4, 3), (5, 5, 1), (5, 5, 3), (5, 5, 5), (7, 5, 5), (7, 5, 7), (7, 7, 5)]
[(6, 1, 7)]	[(0, 0, 4), (0, 0, 5), (4, 0, 4), (0, 0, 7), (6, 0, 5), (4, 0, 5), (6, 0, 7), (4, 0, 7), (5, 7, 7), (6, 1, 5), (4, 1, 5), (6, 1, 7), (4, 1, 7), (4, 4, 4), (4, 4, 5), (6, 4, 5), (6, 5, 5), (4, 5, 5), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 7), (7, 6, 7), (5, 4, 5), (7, 4, 7), (5, 4, 7), (5, 5, 5), (7, 5, 7), (5, 5, 7), (5, 6, 7)]
[(6, 3, 3)]	[(3, 7, 7), (0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 3, 0), (6, 3, 1), (6, 3, 2), (2, 3, 3), (6, 3, 0), (2, 3, 1), (2, 3, 2), (6, 3, 3), (2, 3, 0), (0, 7, 0), (6, 7, 0), (6, 7, 1), (2, 7, 0), (2, 7, 1), (1, 2, 0), (3, 7, 6), (3, 3, 0), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (7, 7, 0), (7, 7, 2), (7, 7, 3), (3, 7, 0), (3, 7, 2), (3, 7, 3), (7, 7, 6)]
[(1, 5, 6)]	[(7, 7, 6), (5, 7, 7), (1, 0, 4), (5, 0, 4), (3, 0, 6), (1, 0, 6), (7, 0, 6), (5, 0, 7), (1, 0, 7), (7, 0, 7), (3, 0, 7), (5, 0, 5), (5, 0, 6), (3, 7, 6), (3, 6, 7), (1, 0, 5), (5, 6, 7), (7, 6, 7), (1, 4, 4), (5, 4, 4), (3, 4, 6), (1, 4, 6), (5, 4, 5), (1, 4, 5), (1, 5, 4), (1, 5, 5), (1, 5, 6), (5, 5, 5), (5, 5, 4), (7, 6, 6), (1, 6, 7), (3, 6, 6), (1, 6, 6), (1, 7, 6), (5, 6, 6), (1, 7, 7), (5, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(1, 6, 3)]	[(7, 7, 6), (5, 7, 7), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (1, 2, 2), (3, 2, 2), (1, 2, 3), (3, 2, 3), (3, 7, 6), (1, 3, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 2), (1, 3, 3), (3, 6, 7), (3, 3, 3), (1, 3, 2), (5, 6, 7), (3, 7, 0), (7, 6, 7), (5, 7, 0), (1, 7, 6), (7, 7, 0), (1, 7, 7), (3, 6, 0), (5, 6, 0), (1, 6, 0), (5, 6, 2), (1, 6, 3), (1, 6, 2), (7, 6, 0), (1, 6, 7), (1, 7, 0), (7, 6, 6), (5, 6, 6), (1, 6, 6), (3, 6, 6), (5, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(2, 3, 5)]	[(7, 7, 5), (3, 7, 7), (2, 2, 4), (0, 2, 4), (6, 2, 4), (2, 2, 6), (0, 2, 6), (6, 2, 6), (2, 3, 4), (6, 3, 4), (0, 3, 6), (0, 3, 7), (2, 3, 5), (0, 3, 4), (0, 3, 5), (0, 6, 4), (6, 6, 4), (2, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (2, 6, 4), (0, 7, 4), (0, 7, 5), (0, 7, 6), (0, 7, 7), (3, 3, 4), (7, 3, 5), (7, 3, 6), (3, 3, 7), (7, 3, 7), (3, 3, 5), (7, 3, 4), (3, 3, 6), (7, 7, 4), (3, 7, 6), (3, 7, 4), (3, 7, 5), (7, 7, 6)]
[(3, 1, 6)]	[(7, 7, 5), (3, 7, 7), (3, 0, 4), (1, 0, 4), (3, 0, 6), (3, 0, 7), (7, 0, 4), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (7, 0, 6), (3, 1, 4), (1, 1, 4), (3, 1, 6), (5, 1, 5), (1, 1, 5), (5, 1, 4), (7, 3, 4), (7, 3, 5), (3, 3, 4), (3, 3, 7), (7, 3, 7), (3, 3, 6), (7, 3, 6), (3, 3, 5), (5, 0, 4), (1, 0, 5), (5, 0, 5), (3, 0, 5), (3, 5, 4), (5, 5, 4), (1, 5, 4), (5, 5, 5), (1, 5, 5), (7, 7, 4), (3, 7, 6), (3, 7, 4), (3, 7, 5), (7, 7, 6)]
[(4, 3, 5)]	[(7, 7, 5), (5, 7, 7), (0, 2, 4), (4, 2, 5), (6, 2, 5), (0, 2, 5), (6, 2, 4), (4, 2, 4), (6, 2, 6), (0, 2, 7), (0, 2, 6), (4, 3, 5), (0, 3, 5), (0, 3, 7), (0, 6, 4), (4, 6, 4), (4, 6, 6), (0, 6, 7), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (6, 6, 4), (0, 6, 5), (0, 7, 5), (0, 7, 7), (5, 2, 5), (7, 2, 5), (7, 2, 7), (5, 2, 7), (7, 3, 5), (5, 3, 5), (5, 3, 7), (7, 3, 7), (5, 6, 7), (7, 6, 7), (7, 6, 5), (5, 6, 5), (4, 2, 6), (5, 7, 5)]
[(5, 2, 3)]	[(1, 2, 3), (3, 2, 3), (5, 2, 5), (7, 2, 5), (1, 3, 3), (5, 2, 0), (3, 2, 0), (3, 2, 1), (7, 2, 0), (1, 2, 0), (5, 2, 1), (1, 2, 1), (7, 2, 7), (5, 3, 0), (5, 2, 3), (5, 2, 7), (1, 3, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 1), (1, 3, 1), (7, 3, 5), (7, 3, 0), (5, 3, 7), (7, 3, 7), (3, 3, 3), (5, 3, 5), (7, 6, 7), (5, 7, 0), (5, 6, 0), (5, 6, 1), (7, 6, 0), (5, 7, 5), (5, 6, 5), (7, 6, 5), (5, 6, 7), (7, 7, 0), (7, 7, 5), (5, 7, 7)]
[(0, 1, 2)]	[(4, 0, 0), (0, 0, 2), (0, 0, 1), (0, 0, 4), (2, 0, 0), (6, 0, 0), (0, 0, 6), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 0, 7), (0, 0, 3), (0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 3, 0), (0, 3, 3), (2, 4, 0), (0, 4, 0), (4, 4, 0), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (6, 6, 0), (0, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 1, 3)]	[(4, 0, 0), (6, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 0, 4), (0, 0, 3), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (2, 0, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 2), (0, 1, 3), (0, 1, 0), (2, 2, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 3, 0), (0, 3, 3), (6, 4, 0), (4, 4, 0), (0, 4, 0), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (6, 6, 0), (0, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 0, 0), (3, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (7, 7, 0)]
[(0, 4, 1)]	[(4, 0, 0), (4, 0, 2), (2, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 0, 2), (6, 0, 6), (2, 0, 2), (0, 1, 0), (0, 0, 4), (0, 0, 7), (0, 1, 1), (0, 0, 6), (6, 0, 0), (0, 0, 5), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (4, 0, 4), (0, 4, 0), (0, 4, 1), (4, 4, 4),





	(0, 4, 4), (0, 5, 0), (0, 5, 5), (0, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (5, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (1, 1, 1), (5, 5, 5)]
[(0, 5, 1)]	[(6, 0, 0), (6, 0, 2), (2, 0, 0), (2, 0, 2), (4, 0, 0), (6, 0, 6), (0, 0, 2), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (4, 0, 4), (0, 0, 4), (0, 0, 5), (0, 0, 6), (0, 0, 7), (0, 0, 1), (0, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 2, 4), (0, 4, 0), (4, 4, 4), (0, 4, 4), (0, 5, 0), (0, 5, 1), (0, 5, 5), (0, 6, 0), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 7, 0), (0, 7, 7), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (5, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (7, 0, 7), (1, 1, 1), (5, 5, 5)]
[(2, 0, 1)]	[(2, 0, 1), (0, 0, 2), (2, 0, 0), (2, 0, 2), (0, 0, 4), (4, 0, 4), (0, 0, 1), (4, 1, 0), (0, 1, 0), (4, 0, 0), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 0, 3), (0, 3, 0), (0, 4, 0), (4, 4, 0), (4, 4, 4), (0, 5, 0), (0, 7, 0), (1, 0, 0), (7, 0, 0), (1, 0, 1), (3, 0, 3), (1, 0, 4), (5, 0, 5), (3, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (5, 0, 0), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(2, 0, 3)]	[(0, 0, 1), (0, 0, 2), (2, 0, 3), (0, 0, 4), (4, 0, 4), (2, 0, 2), (0, 0, 5), (0, 0, 7), (0, 0, 3), (2, 0, 0), (4, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 2, 0), (2, 2, 0), (2, 2, 2), (0, 3, 0), (0, 4, 0), (4, 4, 0), (4, 4, 4), (4, 5, 0), (0, 5, 0), (0, 7, 0), (5, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 0, 0), (3, 0, 3), (7, 0, 0), (5, 0, 5), (3, 0, 0), (7, 0, 7), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 0, 4), (1, 2, 0), (3, 3, 0), (3, 3, 3), (5, 5, 0), (5, 5, 5), (7, 7, 0)]
[(2, 7, 5)]	[(7, 7, 5), (3, 7, 7), (7, 7, 6), (2, 2, 4), (0, 2, 4), (6, 2, 6), (0, 2, 6), (2, 2, 6), (6, 2, 4), (2, 3, 4), (0, 3, 5), (6, 3, 6), (0, 3, 7), (6, 3, 4), (2, 3, 6), (0, 3, 4), (2, 3, 5), (0, 3, 6), (2, 6, 4), (6, 6, 4), (2, 6, 6), (6, 6, 6), (0, 6, 6), (0, 6, 4), (2, 7, 4), (0, 7, 5), (0, 7, 6), (0, 7, 7), (2, 7, 5), (0, 7, 4), (3, 3, 4), (7, 3, 5), (3, 3, 6), (7, 3, 7), (3, 3, 7), (7, 3, 6), (7, 3, 4), (3, 3, 5), (3, 7, 4), (7, 7, 4), (3, 7, 5), (3, 7, 6)]
[(3, 4, 7)]	[(5, 7, 6), (3, 7, 7), (7, 7, 6), (1, 0, 4), (5, 0, 4), (1, 0, 6), (3, 0, 7), (5, 0, 6), (5, 0, 7), (7, 0, 7), (1, 0, 5), (5, 0, 5), (7, 0, 6), (1, 0, 7), (3, 0, 6), (3, 6, 7), (5, 6, 7), (7, 6, 7), (1, 4, 4), (5, 4, 5), (3, 4, 6), (1, 4, 6), (3, 4, 7), (1, 4, 5), (1, 4, 7), (5, 4, 6), (5, 4, 4), (5, 5, 4), (5, 5, 5), (5, 5, 6), (1, 5, 5), (1, 5, 4), (1, 5, 6), (1, 6, 6), (1, 6, 7), (7, 6, 6), (5, 6, 6), (1, 7, 6), (3, 6, 6), (1, 7, 7), (3, 7, 6), (5, 7, 7)]
[(3, 5, 5)]	[(7, 7, 5), (7, 7, 6), (3, 0, 4), (1, 0, 4), (3, 0, 5), (7, 0, 6), (7, 0, 5), (7, 0, 7), (5, 0, 5), (1, 0, 5), (3, 1, 4), (1, 1, 4), (7, 1, 6), (5, 1, 5), (5, 1, 4), (3, 1, 5), (7, 1, 4), (1, 1, 5), (3, 1, 6), (3, 3, 4), (7, 3, 5), (7, 3, 4), (7, 3, 7), (3, 3, 7), (5, 0, 4), (3, 3, 5), (7, 0, 4), (7, 3, 6), (3, 0, 6), (3, 3, 6), (3, 0, 7), (5, 5, 4), (3, 5, 5), (1, 5, 5), (5, 5, 5), (3, 5, 4), (1, 5, 4), (7, 7, 4), (3, 7, 4), (3, 7, 5), (3, 7, 6), (3, 7, 7)]
[(3, 6, 3)]	[(3, 7, 7), (7, 7, 6), (7, 6, 0), (1, 2, 0), (3, 2, 0), (1, 2, 2), (3, 2, 3), (3, 2, 2), (1, 2, 3), (3, 7, 6), (1, 3, 0), (3, 3, 0), (1, 3, 2), (3, 3, 2), (3, 3, 3), (1, 3, 3), (3, 6, 7), (5, 6, 7), (3, 7, 0), (5, 6, 6), (7, 6, 7), (5, 7, 0), (1, 7, 2), (7, 7, 0), (1, 7, 7), (5, 7, 2), (5, 6, 0), (1, 6, 0), (5, 6, 2), (1, 6, 3), (3, 6, 0), (1, 6, 2), (3, 6, 3), (1, 6, 7), (1, 7, 0), (3, 6, 2), (1, 7, 6), (1, 6, 6), (7, 6, 6), (3, 6, 6), (5, 7, 6), (5, 7, 7)]
[(4, 3, 7)]	[(7, 7, 5), (5, 7, 7), (4, 2, 4), (0, 2, 4), (4, 2, 5), (0, 2, 5), (4, 2, 6), (6, 2, 6), (0, 2, 6), (0, 2, 7), (4, 2, 7), (0, 3, 5), (4, 3, 5), (4, 3, 7), (0, 3, 7), (6, 6, 4), (0, 6, 5), (4, 6, 6), (6, 6, 5), (0, 6, 7), (6, 6, 6), (4, 6, 5), (0, 6, 6), (0, 6, 4), (4, 6, 4), (0, 7, 5), (0, 7, 7), (5, 2, 5), (7, 2, 5), (5, 2, 7), (7, 2, 7), (7, 3, 5), (5, 3, 5), (7, 3, 7), (5, 3, 7), (7, 6, 7), (6, 2, 4), (5, 6, 5), (6, 2, 5), (5, 6, 7), (7, 6, 5), (5, 7, 5)]
[(5, 3, 3)]	[(7, 7, 5), (1, 2, 1), (5, 2, 0), (5, 2, 1), (3, 3, 0), (1, 3, 1), (5, 3, 1), (3, 2, 0), (7, 2, 1), (3, 2, 1), (7, 2, 0), (1, 2, 0), (1, 2, 3), (3, 2, 3), (7, 2, 7), (5, 2, 3), (7, 2, 5), (5, 2, 7), (1, 3, 0), (5, 2, 5), (5, 3, 0), (7, 3, 0), (3, 3, 1), (5, 3, 3), (1, 3, 3), (7, 3, 5), (3, 3, 3), (7, 3, 7), (5, 3, 5), (5, 3, 7), (7, 6, 7), (7, 7, 0), (7, 6, 0), (7, 6, 1), (5, 6, 0), (5, 6, 1), (7, 6, 5), (5, 6, 5), (5, 6, 7), (5, 7, 0), (5, 7, 5), (5, 7, 7)]

### Построение графа неразложимых алгебр унарных мультиопераций ранга 3

С помощью пакета Networkx Python3 был реализован ориентированный граф, состоящий из неразложимых алгебр мультиопераций ранга 3. Вершины графа представляют собой неразложимые алгебры, а ребра графа отражают связь между алгебрами по включению. Если между двумя вершинами графа существует путь, значит, одна алгебра является подалгеброй для другой.

На рисунке 1 цветом обозначена изолированная алгебра (1,7,6) - алгебра, которая не содержит в себе подалгебр и не является подалгеброй для какой-либо алгебры.

На следующем рисунке под номером 2 цветом обозначена алгебра (2, 4, 7), в которую входят по включению алгебры (0,4,7), (4,7,7) и (0,5,6). Обозначенная алгебра является подалгеброй для алгебры (2, 5, 7).

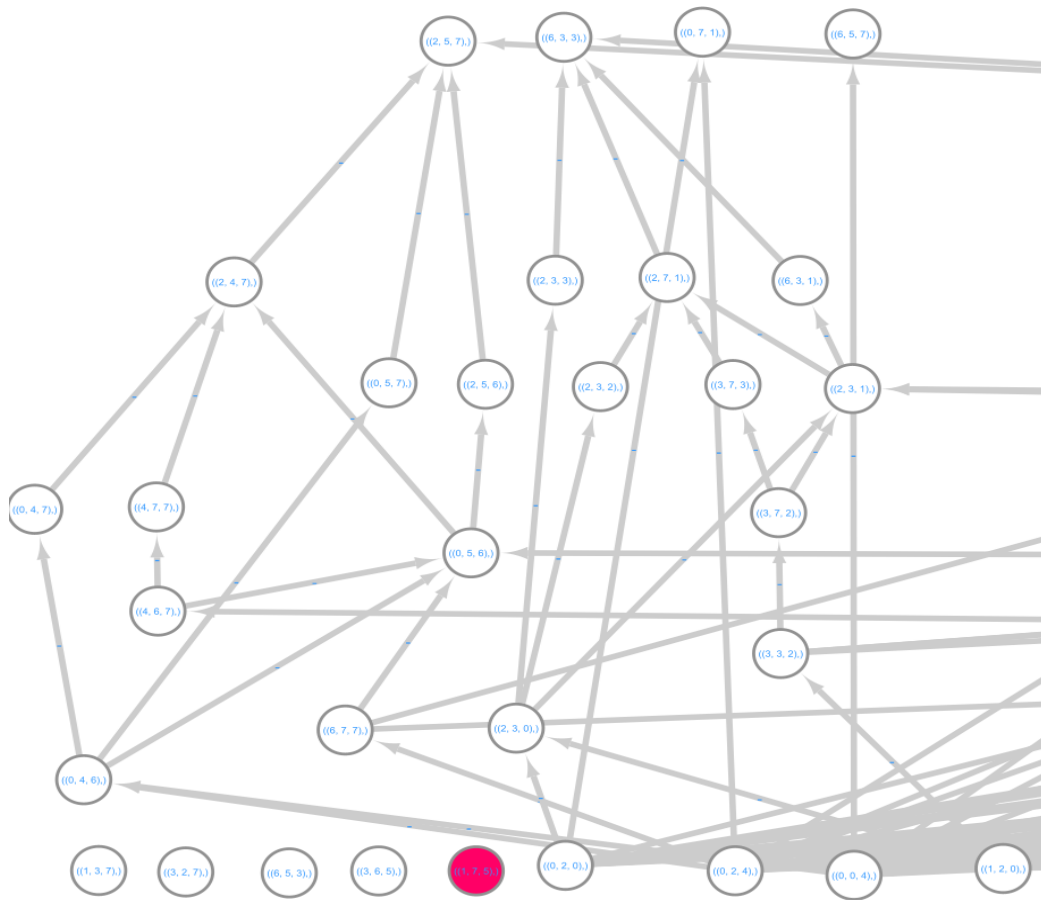


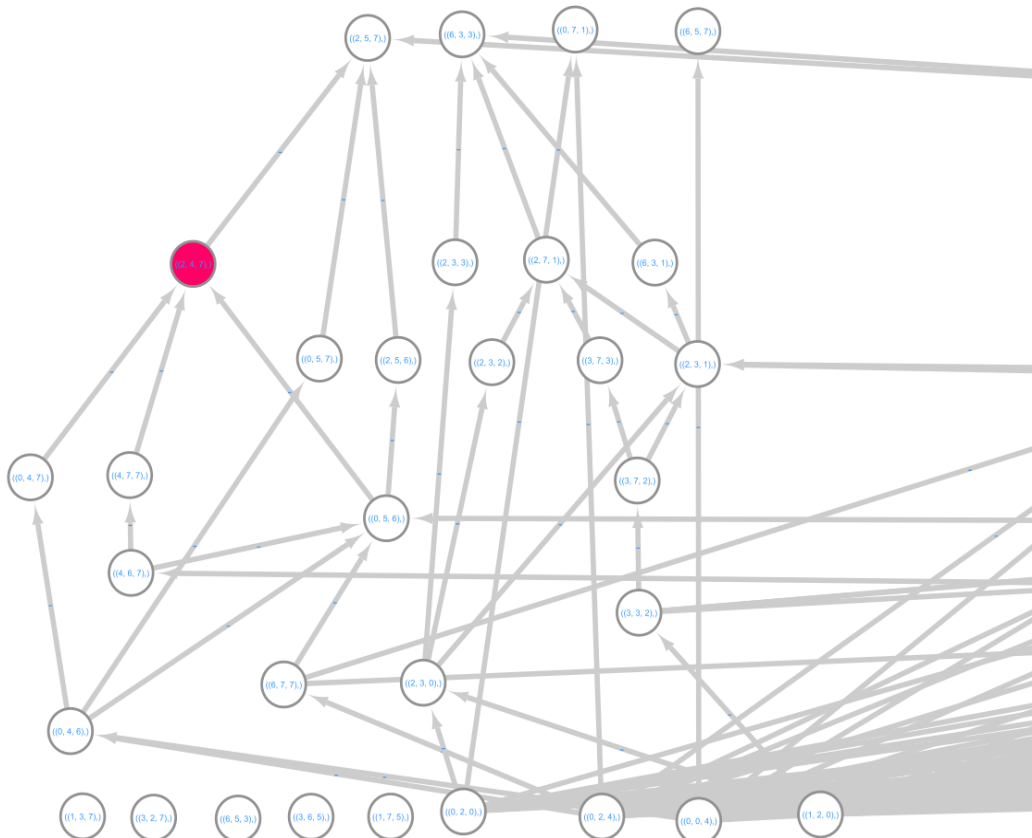


Рисунок 1 - изолированная алгебра (1, 7, 6)

Рисунок 2 - алгебра (2, 4, 7)

**Алгоритм построения решётки алгебр унарных мультиопераций ранга 3**

Алгоритм заключается в конструировании алгебр через неразложимые алгебры. Входящие в состав сконструированной алгебры неразложимые алгебры не должны иметь общих подалгебр. На основе полученного графа неразложимых алгебр строится решетка алгебр по следующему алгоритму:



1. Получить все алгебры, состоящие из  $n = 1$  неразложимых алгебр (т.е. получить 196 алгебр, которые совпадают с неразложимыми алгебрами);



2. Сконструировать алгебры из  $n+1$  неразложимых алгебр. Для этого берется каждая алгебра, полученная на предыдущем шаге, и в её разложение добавляется неразложимая алгебра. При этом между добавленной неразложимой алгеброй и неразложимыми алгебрами, входящими в состав исходной, не должно быть пути на графе. Данное условие важно, поскольку новая сконструированная алгебра среди своих неразложимых алгебр не должна иметь общих подалгебр;
3. Повторять шаг 2 до тех пор, пока возможно добавление в разложение алгебры новых неразложимых алгебр.

Для реализации алгоритма был использован Python 3.

Всего унарных мультиопераций 512, каждой из них сопоставляется номер. Для вычисления мета-операций над мультиоперациями были предвычислены матрицы мета-операций подстановки и пересечения размером  $512 \times 512$  значения, а также мета-операции нахождения обратного с размером 512 значений. Значения в матрице - результат применения мета-операции к мультиоперациям. Индексы в матрице соответствуют номерам мультиопераций.

В качестве хранения алгебр использовался тип данных Array. Выбор обусловлен эффективным расходом памяти для хранения значений, так как в алгоритме необходимо хранить результаты вычислений, полученных на предыдущем шаге.

В массиве перечислены номера мультиопераций, из которых состоит алгебра. На выполнение данной задачи было потрачено 17 часов и 30 ГБ памяти.

Если сравнивать предложенный метод, основанный на конструировании алгебр через неразложимые алгебры, и предыдущий метод, основанный на конструировании алгебр с помощью перебора однопорочденных алгебр, то можно сделать вывод об эффективности нового метода. Предложенный метод имеет меньшую сложность вычислений, а также требует меньшее количество памяти.

### Полученные результаты

В результате были найдены неразложимые алгебры унарных мультиопераций ранга 3. Всего было найдено 196 таких алгебр. Полученные алгебры были представлены в виде графа по включению. На основе неразложимых алгебр был предложен алгоритм построения решеток мультиопераций. Данный алгоритм был реализован на языке Python 3 и применен к унарным мультиоперациям ранга 3, в результате чего была построена решетка алгебр унарных мультиопераций ранга 3, которая содержит 2.079.040 алгебр, что согласуется с полученными ранее результатами. Предложенный алгоритм показал существенно лучшие результаты как по времени работы, так и по затраченной памяти.

### Заключение

По результатам работы был предложен алгоритм построения решеток мультиопераций на основе неразложимых алгебр.

Данный алгоритм является более эффективным, поскольку имеет существенно меньшую вычислительную сложность, а также требует меньшее количество памяти для хранения промежуточных результатов вычислений.

В дальнейшем предложенный алгоритм можно будет использовать для построения решёток мультиопераций более высоких рангов либо больших местностей.

### Список литературы

1. Kearnes, K.A., Szendrei, Á.: Cube term blockers without finiteness. *Algebra Universalis* 78(4), 437–459 (2017). <https://doi.org/10.1007/s00012-017-0476-6>
2. Эрлагольская тетрадь. Избранные открытые вопросы по алгебре и теории моделей, поставленные участниками Эрлагольских школ-конференций//составители: Пинус А.Г., Порошенко Е.Н., Судоплатов С.В. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. 40с.
3. Behrisch, M., Vargas-García, E.: Unique inclusions of maximal C-clones in maximal clones. *Algebra Universalis* 79(2), 31:1–21 (2018). <https://doi.org/10.1007/s00012-018-0497-9>
4. Vadmaev Sergey A. On some maximal clone of partial ultrafunctions on a two-element set // Журнал СФУ. Математика и физика. 2017. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/on-some-maximal-clone-of-partial-ultrafunctions-on-a-two-element-set>
5. A. G. Pinus, Fragments of functional clones, *Algebra Logika*, 2017, Volume 56, Number 4, 477–485



6. Pinus, A.G. Algebraically Equivalent Clones. *Algebra Logic* 55, 501–506 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10469-017-9420-2>
7. Behrisch, M., Vargas-García, E. & Zhuk, D. The Number of Clones Determined by Disjunctions of Unary Relations. *Theory Comput Syst* 63, 1298–1313 (2019). <https://doi.org/10.1007/s00224-018-9905-y>
8. Nikolay A. Peryazev, Ivan K. Sharankhaev, «On some sufficient condition for the equality of multi-clone and super-clone», *Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ.*, 11:1 (2018), 97–102
9. С. А. Бадмаев, И. К. Шаранхаев, «О классах частичных функций, порожденных максимальными частичными ультраклонами», *Сиб. электрон. матем. изв.*, 17 (2020), 32–46
10. С. А. Бадмаев, «Критерий полноты множества мультифункций в полном частичном ультраклоне ранга 2», *Сиб. электрон. матем. изв.*, 15 (2018), 450–474
11. Sergey A. Badmaev, «Classification of hyperfunctions of rank 2 with respect to membership in the maximal partial ultraclasses», *Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ.*, 12:5 (2019), 645–652
12. Казимиров А. С., Перязев Н. А. Алгебры унарных мультиопераций // Международная конференция «Мальцевские чтения»: тезисы докладов. Новосибирск, 2013. С. 156.
13. Peryazev N. A., Peryazeva Yu. V., Sharankhaev I. K. Minimal Algebras of Unary Multioperations // *Journal Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2016. Vol. 9, N 2. P. 220–224.
14. Малина А. В., Перязев Н. А. Шефферовы мультиоперации в полной алгебре унарных мультиопераций ранга 4 // *Известия Юго-Западного университета*. 2016. № 1. С. 29–32.
15. Перязев Н. А., Шаранхаев И. К. Алгебры мультиопераций // *Algebra and Model Theory* 11. Collection of papers. Novosibirsk: NSTU Publisher, 2017. P. 102–111
16. Алгебры унарных мультиопераций конечного ранга. Н. А. Перязев. Международная школа-семинар «Синтаксис и семантика логических систем», 2019 г.
17. Конечные алгебры мультиопераций. Н. А. Перязев. XVI Международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвященная 80-летию со дня рождения профессора Мишеля Деза, 2019 г.
18. Н. А. Перязев, Тожества в алгебрах мультиопераций фиксированной размерности, *Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика*, 2019, том 29, 86–97
19. Panteleev V.I., Riabets L.V. Classification of Multioperations of Rank 2 by E-precomplete Sets. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2020, vol. 34, pp. 93-108. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2020.34.93>
20. Panteleev V.I., Riabets L.V. The Completeness Criterion for Closure Operator with the Equality Predicate Branching on the Set of Multioperations on TwoElement Set. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2019, vol. 29, pp. 68–85. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2019.29.68>
21. А. С. Казимиров, «О сложности стандартных форм мультифункций», *Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика*, 22 (2017), 63–70
22. Н. А. Перязев, «Теория Галуа для конечных алгебр операций и мультиопераций ранга 2», *Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика*, 28 (2019), 113–122
23. Kazda, A., Opršal, J., Valeriote, M., & Zhuk, D. (2020). Deciding the Existence of Minority Terms. *Canadian Mathematical Bulletin*, 63(3), 577-591. doi:10.4153/S0008439519000651



24. Panteleev, Vladimir & Khaltanova, Soelma. (2010). About some intervals in the lattice of clones of partial ultrafunctions. *Izvestiya Irkutskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya Matematika*. 3.
25. A. Basheyeva, A. Nurakunov, M. Schwidefsky, A. Zamojska-Dzienio, «Lattices of subclasses. III», *Сиб. электрон. матем. изв.*, 14 (2017), 252–263
26. А. В. Кравченко «О сложности решеток квазимногообразий для многообразий унарных алгебр. II», *Сиб. электрон. матем. изв.*, 13 (2016), 388–394