

О моделировании методов наведения самонаводящихся ракет в системе Wolfram Mathematica

В. Р. Кристалинский^{1*}, С. Н. Чёрный²

¹ ФГБОУ ВО «Смоленский государственный университет», г. Смоленск, Российская Федерация
214000, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д. 4

* kristvr@rambler.ru

² ФГКВ ОУ ВО «Военная академия войсковой противовоздушной обороны Вооруженных Сил Российской Федерации имени Маршала Советского Союза А.М. Василевского» Министерства обороны Российской Федерации, г. Смоленск, Российская Федерация
214027, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Котовского, д. 2

Аннотация

Современные системы противовоздушной обороны представляют собой весьма сложные и наукоемкие изделия. Для их проектирования и анализа их возможностей требуется использовать весьма сложные математические модели. При этом развитие как средств воздушного нападения, так и систем противовоздушной обороны происходит быстрыми темпами, поэтому возникающие задачи моделирования нуждаются в эффективных и наглядных средствах решения. Одной из таких задач является моделирование наведения зенитной управляемой ракеты на воздушную цель. Немаловажной является и задача выработки эффективной методики обучения курсантов военных вузов методам компьютерного моделирования возникающих в их практике задач. Причем эта проблема должна решаться как при изучении ими курса высшей математики, так и специальных дисциплин. При математическом моделировании наведения зенитных управляемых ракет, в частности, самонаводящихся, требуется решать системы дифференциальных уравнений достаточно сложной структуры. Исследование таких систем в ходе проведения научно-исследовательских работ или при обучении курсантов высших военных учебных заведений требует больших затрат времени и сил. Современное научное программное обеспечение, в частности, система Wolfram Mathematica, позволяет существенно упростить эту работу, что позволяет широко использовать данную систему. В работе приведены модели наведения самонаводящихся ракет методом погони и методом постоянного упреждения для различных целей, показано удобство использования системы Mathematica для оценки потребного ускорения ракеты. Это позволяет оценить эффективность стрельбы по различным целям и зону поражения зенитного ракетного комплекса. В ходе исследования обоснована целесообразность использования данной методики при проведении научных исследований и обучении курсантов военных вузов.

Ключевые слова: методы наведения, система Wolfram Mathematica.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Кристалинский, В. Р. О моделировании методов наведения самонаводящихся ракет в системе Wolfram Mathematica / В. Р. Кристалинский, С. Н. Чёрный. – DOI 10.25559/SITITO.16.202003.686-694 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2020. – Т. 16, № 3. – С. 686-694.

© Кристалинский В. Р., Чёрный С. Н., 2020



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



On Modeling Homing Missile Guidance Methods in the Wolfram Mathematica System

V. R. Kristalinskii^a, S. N. Chernyi^b

^a Smolensk State University, Smolensk, Russian Federation

4 Przhevsky St., Smolensk 214000, Russian Federation

* kristvr@rambler.ru

^b Russian Federation Armed Forces Army Air Defence Military Academy named after Marshal of the Soviet Union A.M. Vasilevsky, Smolensk, Russian Federation

2 Kotovsky St., Smolensk 214027, Russian Federation

Abstract

Modern air defense systems are very complex and high-tech products. To design them and analyze their capabilities, you need to use very complex mathematical models. At the same time, the development of both air attack and air defense systems is taking place at a rapid pace, so the emerging modeling problems need effective and visual solutions. One of these tasks is to simulate the guidance of an anti-aircraft guided missile on an air target. It is also important to develop an effective methodology for teaching cadets of military universities methods of computer modeling of problems arising in their practice. Moreover, this problem should be solved both when they study the course of higher mathematics and special disciplines. When mathematically modeling the guidance of anti-aircraft guided missiles, in particular, homing missiles, it is necessary to solve systems of differential equations of a rather complex structure. The study of such systems in the course of scientific research or during the training of cadets of higher military educational institutions requires a lot of time and effort. Modern scientific software, in particular, the Wolfram Mathematica system, makes this work much easier, which makes it possible to widely use this system. The paper presents models of homing missiles using the chase method and the method of a constant lead angle for various purposes, and shows the convenience of using the Mathematica system to estimate the required acceleration of the rocket. This allows you to evaluate the effectiveness of shooting at various targets and the zone of destruction of an anti-aircraft missile system. In the course of the study, the expediency of using this technique in conducting scientific research and training cadets of military universities is justified.

Keywords: Guidance methods, Wolfram Mathematica system.

The authors declare no conflict of interest.

For citation: Kristalinskii V.R., Chernyi S.N. On Modeling Homing Missile Guidance Methods in the Wolfram Mathematica System. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie* = Modern Information Technologies and IT-Education. 2020; 16(3):686-694. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITI-TO.16.202003.686-694>



Введение

Как указано, например, в [1], методы наведения зенитных управляемых ракет можно подразделить на две группы: методы, применяемые в управляемых командных системах и методы самонаведения. Методы самонаведения различаются требуемым направлением вектора скорости ракеты относительно линии «ракета-цель». В зависимости от этого направления эти методы можно разделить на методы с фиксированным направлением этого вектора (метод погони и метод постоянного упреждения) и методы с изменяющимся направлением этого вектора (методы последовательного и параллельного сближения). Моделирование наведения ракеты методом пропорционального сближения было рассмотрено нами в статье [2]. В настоящей работе будет рассмотрено наведение ЗУР методами погони и постоянного упреждения.

При проведении моделирования строится модель движения ракеты при различных характеристиках ракеты и цели. Процесс построения этой модели весьма сложен, так как требует решения системы двух дифференциальных уравнений достаточно сложной структуры. В то же время задача проведения исследований такого рода достаточно актуальна, поскольку происходит постоянное развитие средств воздушного нападения и систем противовоздушной обороны и требуется проводить моделирование для новых ракет и целей с более высокими характеристиками. Моделированию полета самонаводящихся ракет посвящены работы [3,4], [14-25]. При этом желательно, чтобы построение и исследование модели было достаточно простым и наглядным. Одним из средств, позволяющих решить эту задачу, является использование системы Wolfram Mathematica. Она позволяет легко получить решение соответствующих систем уравнений, построить траекторию ракеты, решить целый ряд связанных с данной моделью задач. Например, поскольку математическая модель, описанная в [1] позволяет определять возникающие в ходе движения ракеты перегрузки, мы можем определить границы зоны поражения зенитного ракетного комплекса. Из теории полета ракеты известно, что нормальное наведение ракеты на цель возможно только в случае если располагаемые перегрузки ракеты превосходят требуемые кинематические. Располагаемые перегрузки зависят от скорости движения ракеты и параметров атмосферы. Кинематические перегрузки рассчитываются на основе траектории ракеты, полученной в результате математического моделирования метода наведения ЗУР и зависят, в частности от характера движения цели. Таким образом, построив траектории ракеты для различных условий, мы можем определить для этих условий границу зоны поражения комплекса. Как указано в [1], «подобные вычисления сложны и выполняются с использованием моделей и вычислительных машин».

Отдельно стоит остановиться на использовании данной методики в преподавании. Использованию систем компьютерной математики в обучении посвящено большое количество работ, например, [5-13]. При преподавании в высших военных учебных заведениях высшей математики остро стоит вопрос о построении и исследовании математических моделей процессов, с которыми непосредственно будут иметь дело обучающиеся после выпуска. Но математические модели реальных

задач весьма сложны в вычислительном плане и их рассмотрение может занять очень много времени. Использование системы Wolfram Mathematica позволяет решить эту проблему, решая прикладные задачи (например, задачу о движении самонаводящейся ракеты) не затрачивая время на сложные вычисления. При этом курсанты видят, как математика реально работает в их практической деятельности. На занятиях по математике можно решать эту задачу для самых простых случаев. Впоследствии на занятиях по прикладным дисциплинам можно изучать ту же модель для более сложных ситуаций.

Моделирование наведения ЗУР методом наведения с постоянным углом упреждения

Одним из методов наведения самонаводящихся ЗУР является метод наведения с постоянным углом упреждения. Как указано в [1] такое название носит метод наведения, при котором в течение всего времени полета ракеты до точки встречи угол между вектором скорости ракеты и линией ракета-цель (так называемый угол упреждения) остается постоянным. Можно показать, что уравнения движения ракеты для одной плоскости наведения при использовании этого метода имеют вид

$$\frac{dD(t)}{dt} = -V_a \cos \varphi(t) - V_p \cos(\theta_0 - \varphi_0)$$

$$D(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} = V_a \sin \varphi(t) - V_p \cos(\theta_0 - \varphi_0)$$

Решим эту систему уравнений с использованием системы Wolfram Mathematica для следующего примера.

Пример 1.

Цель движется равномерно и прямолинейно со скоростью 800 м/сек на высоте 5000 м. Начальные условия самонаведения ракеты: $t = 0; d(0) = 12000$ м;

$$\theta_0 = \frac{\pi}{6}; \varphi_0 = \text{ArcTan}\left[\frac{5000}{12000}\right]; V_{p_0} = 1000 \text{ м/сек.}$$

Скорость ракеты задаётся следующей таблицей:

Таблица 1. Значения скорости ракеты для примера 1
Table 1. Rocket speed values for example 1

| t, с | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| V_p , м/с | 1000 | 1100 | 1200 | 1300 | 1300 | 1300 | 1200 | 1200 | 1100 |

Запишем программу в системе Wolfram Mathematica для решения данной задачи.

Вводим начальные данные.

$$V=800; \theta_0=\pi/6; \varphi_0=\text{ArcTan}[5/12]; d_0=\text{Sqrt}[12000^2+5000^2];$$

Строим сплайн-функцию, выражающую зависимость скорости движения ракеты от времени.

```
t1={0,5,10,15,20,25,30,35,40};
v1={1000,1100,1200,1300,1300,1300,1200,1200,1100};
U=Table[{t1[[i]],v1[[i]]},{i,1,9}];
V1=Interpolation[U];
```

Решаем систему дифференциальных уравнений для определения полярных координат ракеты.



```
{d1,φ1}=NDSolveValue[{d'[t]==-V Cos φ[t] - V1[t] Cos[θ0 - φ0],d[t]φ'[t]==V Sin[φ[t] - V1[t]*Sin[θ0 - φ0],d[0]==d0, φ[0]==φ0},{d,φ},{t,0,40}];
```

Находим время встречи ракеты и цели.

```
p=FindRoot[d1[t]==0,{t,25};
```

```
t2=t/.p
```

```
7.61604
```

Таким образом, цель будет поражена через 7,6 с.

На промежутке [0,t1] находим значение прямоугольных координат ракеты.

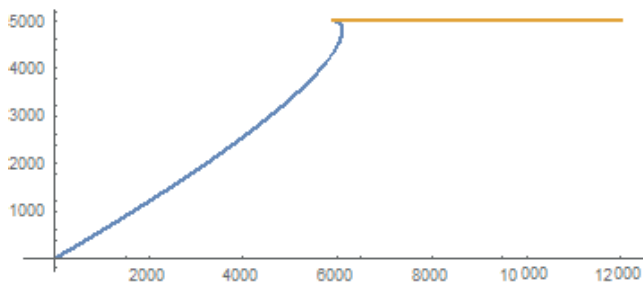
```
S[t_]={12000-V t,5000};
```

```
x[t_]=S[t][[1]]-d1[t] Cos[φ1[t];
```

```
y[t_]=S[t][[2]]-d1[t] Sin[φ1[t];
```

Строим траектории движения ракеты и цели.

```
ParametricPlot[{x[t],y[t]},{12000-V t,5000},{t,0,t2}]
```



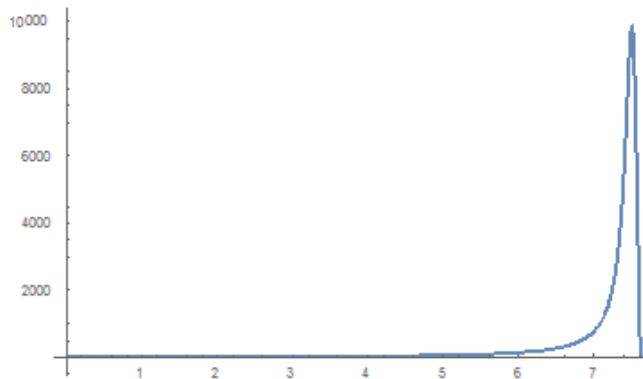
Р и с. 1. Траектории движения ракеты и цели для примера 1

F i g. 1. Rocket and target trajectories for example 1

Построим график потребного нормального ускорения ракеты от времени.

```
W[t_]=V1[t]* φ1'[t]
```

```
Plot[Abs[W[t]},{t,0,t2},PlotRange→Full]
```



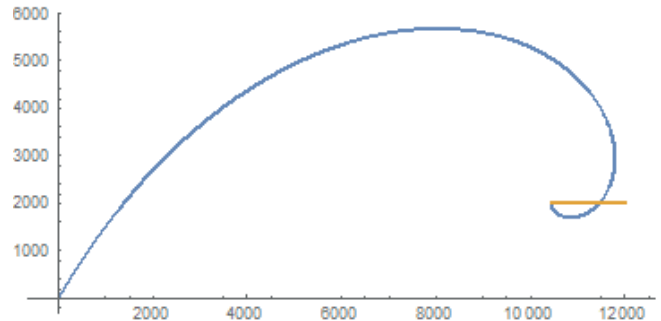
Р и с. 2. Зависимость потребного ускорения ракеты от времени для примера 1

F i g. 2. Dependence of the required acceleration of the rocket on time for example 1

Изменим условия задачи.

Пример 2. Пусть скорость цели равна 100 м/с, высота – 2000 м, вектор скорости ракеты направлен под углом $\frac{\pi}{3}$. В этом случае

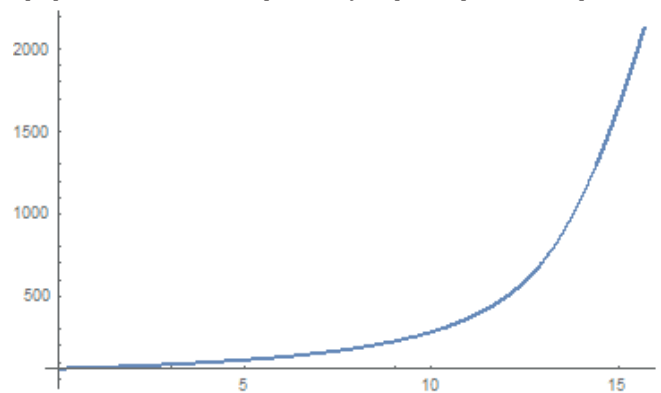
траектории полета ракеты и цели имеют вид



Р и с. 3. Траектории движения ракеты и цели для примера 2

F i g. 3. Rocket and target trajectories for example 2

График зависимости потребного ускорения ракеты от времени



Р и с. 4. Зависимость потребного ускорения ракеты от времени для примера 4

F i g. 4. Dependence of the required acceleration of the rocket on time for example 4

Из графиков мы видим, что в первом случае поражение цели происходит в заднюю полусферу, а во втором – в переднюю. При этом потребное ускорение в первом случае при приближении к цели сначала возрастает, после чего снижается, а во втором – неограниченно возрастает.

Моделирование наведения ЗУР методом погони

Методом погони называется такой метод наведения, при котором в каждый момент времени вектор скорости ракеты направлен на цель.

Запишем уравнения траектории метода погони для одной плоскости наведения

$$\frac{dD(t)}{dt} = -V_y \cos \varphi(t) - V_r$$

$$D(t) \frac{d\varphi(t)}{dt} = V_y \sin \varphi(t).$$



Рассмотрим пример.

Пример 3.

Пусть цель движется со скоростью 900 м/с на высоте 5000 м, расстояние между ракетой и целью по земле в момент запуска ракеты равно 12 км, скорость ракеты определяется так же, как и в предыдущих примерах.

Приведем программу в системе Mathematica для данного примера.

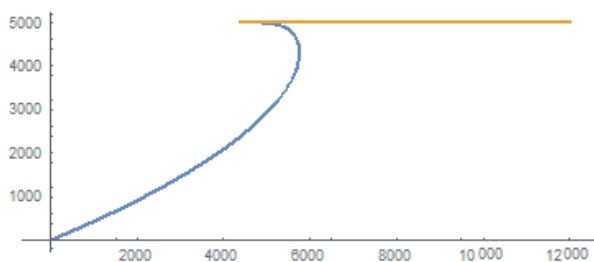
```
V=900; φ0=ArcTan[5/12];d0=qrt[12000^2+5000^2];
t1={0,5,10,15,20,25,30,35,40};
v1={1000,1100,1200,1300,1300,1300,1200,1200,1100};
U=Table[{t1[[i]],v1[[i]]},{i,1,9}];
V1=Interpolation[U];
{d1,φ1}=NDSolveValue[{d'[t]==-V Cos[φ[t]]-V1[t]
,d[t]φ'[t]==V Sin φ[t],d[0]==d0,S[t_]={12000-V t,5000}];
x[t_]=S[t][[1]]-d1[t] Cos φ1[t];
y[t_]=S[t][[2]]-d1[t] Sin φ1[t]; [0]== φ0},{d,φ},{t,0,8}];
p=FindRoot[d1[t]==0,{t,7.9}]
```

8.16

Таким образом, цель будет поражена через 8,16 с после пуска ракеты.

Построим траектории ракеты и цели графически

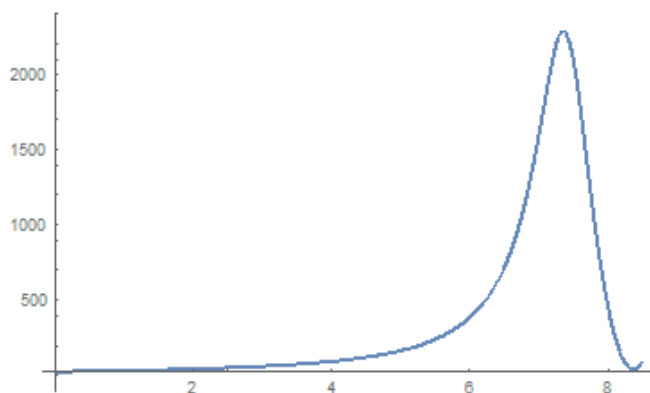
```
S[t_]={12000-V t,5000};
x[t_]=S[t][[1]]-d1[t] Cos φ1[t];
y[t_]=S[t][[2]]-d1[t] Sin φ1[t];
ParametricPlot[{{x[t],y[t]},{12000-V t,5000}},{t,0,t2}]
```



Р и с. 5. Траектории движения ракеты и цели для примера 3

Fig. 5. Rocket and target trajectories for example 3

График зависимости требуемого ускорения ракеты от времени



Р и с. 5. Зависимость требуемого ускорения ракеты от времени для примера 4

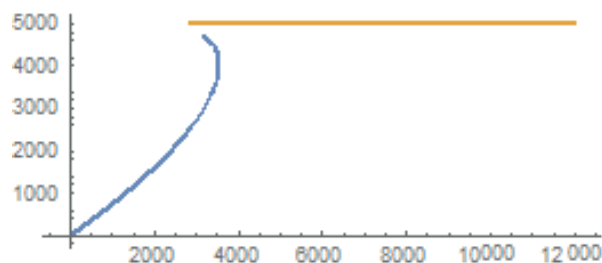
Fig. 5. Dependence of the required acceleration of the rocket on time for example 4

Таким образом, требуемое нормальное ускорение вначале возрастает, а затем приближается к нулю в районе точки встречи.

Пример 4. Пусть теперь скорость цели равна 1600 м/с. В этом случае при попытке определить время встречи ракеты и цели получаем сообщение

FindRoot::lstol: The line search decreased the step size to within tolerance specified by AccuracyGoal and PrecisionGoal but was unable to find a sufficient decrease in the merit function. You may need more than MachinePrecision digits of working precision to meet these tolerances.

Система не смогла найти решение. При построении траекторий получаем следующую картину

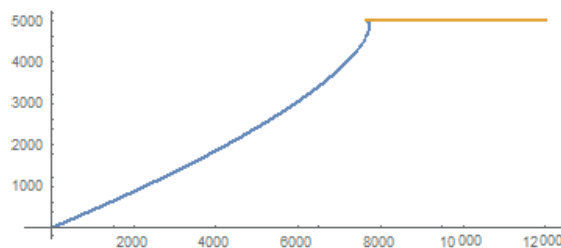


Р и с. 6. Траектории движения ракеты и цели для примера 4

Fig. 6. Rocket and target trajectories for example 4

Таким образом, если скорость цели больше средней скорости ракеты, метод погони оказывается неэффективным – поразить цель не удастся.

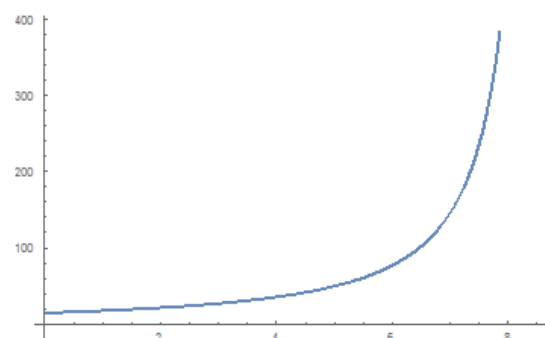
Пример 5. Пусть теперь скорость цели равна 500 м/с. В этом случае траектории ракеты и цели имеют вид.



Р и с. 6. Траектории движения ракеты и цели для примера 4

Fig. 6. Rocket and target trajectories for example 4

А график зависимости требуемого ускорения от времени выглядит так



Р и с. 7. Зависимость требуемого ускорения ракеты от времени для примера 5

Fig. 7. Dependence of the required acceleration of the rocket on time for example 5



Таким образом, требуемое ускорение ракеты растет при приближении к цели, что может вызвать сход ракеты с траектории из-за ограниченности ее располагаемых перегрузок.

Выводы

Проведенное нами исследование показывает, что использование системы Wolfram Mathematica при моделировании методов наведения самонаводящихся ракет позволяет легко и наглядно строить траекторию движения ракеты, исследовать изменение требуемого ускорения ракеты во время ее полета. Это открывает широкие возможности для проведения вычислительных экспериментов при разработке перспективных образцов вооружения, а также для обучения курсантов военных вузов высшей математике и специальным дисциплинам.

Список использованных источников

- [1] Неупокоев, Ф. К. Стрельба зенитными ракетами / Ф. К. Неупокоев. – М.: Воениздат. – 1991.
- [2] Кристалинский, В. Р. О моделировании методов наведения зенитных управляемых ракет с помощью системы Wolfram Mathematica / В. Р. Кристалинский, Г. В. Константинов // Системы компьютерной математики и их приложения. – 2020. – № 21 – С. 52-58. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44237953> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [3] Ижко, В. А. Оптимизация траектории зенитной управляемой ракеты / В. А. Ижко, И. А. Емельянова, И. М. Резник, П. Г. Хорольский. – DOI 10.33136/stma2019.02.003 // Космическая техника. Ракетное вооружение. – 2019. – № 2(118). – С. 3-10. – URL: https://journal.yuzhnoye.com/index.php/stma/annot_1_2_2019 (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [4] Китов, А. И. Электронная вычислительная техника и её военное применение / А. И. Китов // Военная мысль. – 1956. – № 7. – С. 25-35.
- [5] Макаров, С. Е. Пакеты компьютерной математики для построения фазовых траекторий дифференциальных уравнений / С. Е. Макаров, И. Д. Макарова. – DOI 10.25206/2307-5430-2019-7-180-187 // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2019. – № 7. – С. 180-187. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41484501> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [6] Зубарева, О. С. О возможности использования пакета Wolfram Mathematica в изучении курса обыкновенных дифференциальных уравнений в вузе / О. С. Зубарева, Е. А. Скачкова // Вопросы педагогики. – 2019. – № 11-2. – С. 93-98. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41414506> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [7] Безручко, А. С. Некоторые возможности изучения курса дифференциальных уравнений, реализуемые системами компьютерной математики / А. С. Безручко // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. – 2013. – № 3. – С. 68-75. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20266219> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [8] Асланов, Р. М. Компьютерная поддержка решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и ее использование в учебном процессе педвуза / Р. М. Асланов, А. С. Безручко, В. Л. Матросов // Наука и школа. – 2013. – № 3. – С. 57-60. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19116963> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [9] Сачкова, О. А. Динамическая визуализация решения дифференциальных уравнений при преподавании высшей математики / О. А. Сачкова // Ученые записки Казанской государственной академии ветеринарной медицины им. Н.Э. Баумана. – 2014. – Т. 219, № 3. – С. 242-248. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22377190> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [10] Игнатъев, Ю. Г. Программный комплекс численно-аналитического моделирования нелинейных динамических систем в СКМ Maple / Ю. Г. Игнатъев, А. Р. Самигуллина // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. – 2016. – № 4. – С. 147-148. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28380886> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [11] Чикуров, Н. Г. Решение сложных траекторных задач в устройствах ЧПУ класса ICNC // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2010. – Т. 14, № 2(37). – С. 170-177. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18862100> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [12] Абдулла, Х. Х. М. Численно-аналитические методы математического моделирования нелинейных обобщенно-механических систем в среде компьютерной математике Maple: дисс. ... канд. тех. наук. – Казань: ТГГПУ, 2011.
- [13] Макарова, И. Д. Использование MatLab и пакета R для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений в курсе математики / И. Д. Макарова, С. Е. Макаров // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2018. – № 6. – С. 177-183. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36476375> (дата обращения: 14.09.2020).
- [14] Бабченко, А. А. Синтез контура управления самонаводящейся ракеты при учете динамики измерительного устройства / А. А. Бабченко, С. А. Шабан, А. М. Еромин // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 14-й Международной научно-технической конференции. – Минск: БНТУ, 2016. – Т. 1. – С. 216. – URL: <https://rep.bntu.by/handle/data/27571> (дата обращения: 14.09.2020).
- [15] Маркевич, В. Э. Аналитическое проектирование устройства управления ракетой для перехвата аэродинамической цели / В. Э. Маркевич, В. В. Легкоступ // Системный анализ и прикладная информатика. – 2019. – № 1. – С. 41-49. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39164845> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [16] Малкин, В. А. Оптимальное управление самонаводящимся объектом с переменным порядком фильтра измерителя / В. А. Малкин // Доклады БГУИР. – 2006.



- № 1(13). – С. 19-26. – URL: https://libeldoc.bsuir.by/bitstream/123456789/30993/1/Malkin_Optimum.pdf (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [17] Любушкин, К. Э. Разработка облика системы дистанционного обучения с элементами виртуальной реальности для решения задач динамики полета / К. Э. Любушкин, И. Л. Петрова, Д. Д. Сидорович // Восьмые Уткинские чтения. Труды Общероссийской научно-технической конференции. – СПб.: БГТУ «Военмех» им. Д.Ф. Устинова, 2019. – С. 243-249. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37620997> (дата обращения: 14.09.2020).
- [18] Жарков, С. В. Аналитическое описание динамики самонаведения ЗУР на маневрирующую цель / С. В. Жарков, А. В. Гуенко // Вестник воздушно-космической обороны. – 2017. – № 2(14). – С. 41-44. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29344247> (дата обращения: 14.09.2020). – Рез. англ.
- [19] Yang, Z. Research on adaptive robust guidance law for passive homing missile against maneuvering target / Z. Yang, D. Zhou, Q. Pan, X. Li, K. Zhang. – DOI 10.1109/ICInfa.2017.8078964 // 2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). – Macau, 2017. – Pp. 527-530. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8078964> (дата обращения: 14.09.2020).
- [20] Wang, Z. Adaptive smooth second-order sliding mode control method with application to missile guidance / Z. Wang. – DOI 10.1177/0142331215621616 // Transactions of the Institute of Measurement and Control. – 2017. – Vol. 39, issue 6. – Pp. 848-860. – URL: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/0142331215621616> (дата обращения: 14.09.2020).
- [21] Duhri, R. A. Design and Simulation of Air to Air Missile Homing System / R. A. Duhri, R. A. Sasongko, Y. D. Laksmana. – DOI 10.23960/ins.v2i2.84 // INSIST. – 2017. – Vol. 2, no. 2. – Pp. 75-80. – URL: <http://insist.unila.ac.id/index.php/ojs/article/view/84> (дата обращения: 14.09.2020).
- [22] Liu, Z. Constant Bearing Guidance Law for Homing Missiles / Z. Liu. – DOI 10.1109/ISCID.2017.168 // 2017 10th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID). – Hangzhou, China, 2017. – Pp. 247-251. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8275762> (дата обращения: 14.09.2020).
- [23] Tian, J. Integrated Strapdown Missile Guidance and Control With Field-of-View Constraint and Actuator Saturation / J. Tian, H. Chen, X. Liu, H. Yang, S. Zhang. – DOI 10.1109/ACCESS.2020.3006128 // IEEE Access. – 2020. – Vol. 8. – Pp. 123623-123638. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9130056> (дата обращения: 14.09.2020).
- [24] Stefański, K. An Application of a Special Method for Designating the Control Forces for the Homing of an Anti-Aircraft Missile on an Aerial Target by Use of a Method of Proportional Navigation / K. Stefański. – DOI 10.5604/01.3001.0012.7339 // Problems of Mechatronics. Armament, Aviation, Safety Engineering. – 2018. – Vol. 9, issue 4. – Pp. 149-162. – URL: <https://promechjournal.pl/resources/html/article/details?id=182499&language=en> (дата обращения: 14.09.2020).
- [25] Bużantowicz, W. Dual-control missile guidance: a sim-

ulation study / W. Bużantowicz, J. Pietrasieński. – DOI 10.15632/jtam-pl.56.3.727 // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2018. – Vol. 56, no. 3. – Pp. 727-739. – URL: <http://ptmts.org.pl/jtam/index.php/jtam/article/view/4289> (дата обращения: 14.09.2020).

Поступила 14.09.2020; одобрена после рецензирования 29.10.2020; принята к публикации 12.11.2020.

Об авторах:

Кристалинский Владимир Романович, доцент кафедры информатики, физико-математический факультет, ФГБОУ ВО «Смоленский государственный университет» (214000, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Пржевальского, д. 4), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1205-990X>, kristivr@rambler.ru

Чёрный Сергей Николаевич, начальник научно-исследовательского центра, ФГКВУ ВО «Военная академия войсковой противовоздушной обороны Вооруженных Сил Российской Федерации имени Маршала Советского Союза А.М. Василевского» Министерства обороны Российской Федерации (214027, Российская Федерация, г. Смоленск, ул. Котовского, д. 2), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3038-2789>, Turov_black@mail.ru

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

References

- [1] Neupokoev F.K. *Strel'ba zenitnymi raketami* [Anti-aircraft missiles firing]. Voenizdat Publ., Moscow; 1991. (In Russ.)
- [2] Kristalinskii V.R., Konstantinov G.V. *O modelirovanii metodov navedeniya zenitnyh upravlyaemyh raket s pomoshch'yu sistemy Wolfram Mathematica* [On simulation of anti-aircraft guided missile guidance methods using the Wolfram Mathematica system]. *Sistemy kompyuternoj matematiki i ih prilozheniya* = Computer Mathematics Systems and Their Applications. 2020; (21):52-58. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44237953> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [3] Izhko V.A., Yemelyanova I.A., Reznik I.M., Khorolskiy P.G. *Optimizaciya traektorii zenitnoj upravlyaemoj rakety* [Optimization of the trajectory of the anti-aircraft guided missile]. *Space Technology. Missile Armaments*. 2019; (2):3-10. Available at: https://journal.yuzhnoye.com/index.php/stma/annot_1_2_2019 (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [4] Kitov A.I. *Jelektronnaja vychislitel'naja tehnik i ejo voennoe primenenie* [Electronic computing technology and its military applications]. *Voennaya mysl'* = Military Thought. 1956; (7):25-35. (In Russ.)
- [5] Makarov S.E., Makarova I.D. *Pakety kompyuternoj matematiki dlja postroeniya fazovyh traektorij differencial'nyh uravnenij* [Packages of computer mathematics for constructing phase trajectories of differential equations]. *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskoy vuze*. 2019; (7):180-187. Available at: <https://www>



- elibrary.ru/item.asp?id=41484501 (accessed 14.09.2020). (In Russ.)
- [6] Zubareva O.S., Skachkova E.A. *O vozmozhnosti ispol'zovaniya paketa Wolfram Mathematica v izuchenii kursa obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy v vuze* [On the possibility of using the Wolfram Mathematica package in studying the course of ordinary differential equations at the university]. *Voprosy Pedagogiki*. 2019; (11-2):93-98. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41414506> (accessed 14.09.2020). (In Russ.)
- [7] Bezruchko A.S. *Nekotorye vozmozhnosti izucheniya kursa differentsial'nykh uravneniy, realizuemye sistemami komp'yuternoy matematiki* [Some possibilities of studying the course of differential equations implemented by the system of computer mathematics]. *Vestnik Rossiiskogo universiteta družby narodov. Seriya: Informatizatsiya obrazovaniya* = RUDN Journal of Informatization in Education. 2013; (3):68-75. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=20266219> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [8] Aslanov R.M., Bezruchko A.S., Matrosov V.L. *Komp'yuternaya podderzhka resheniya sistem obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy i ee ispol'zovanie v uchebnom processe pedvuza* [Computer support of the decision of systems of ordinary differential equations and its use in educational process of teacher training university]. *Science and School*. 2013; (3):57-60. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19116963> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [9] Sachkova O.A. *Dinamicheskaya vizualizatsiya resheniya differentsial'nykh uravneniy pri prepodavanii vysshej matematiki* [Dynamic visualization of solutions of differential equations in the course of higher mathematics]. *Scientific Notes Kazan Bauman State Academy of Veterinary Medicine*. 2014; 219(3):242-248. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22377190> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [10] Ignat'ev Yu.G., Samigullina A.R. *Programmnyj kompleks chislennno-analiticheskogo modelirovaniya nelinejnykh dinamicheskikh sistem v SKM Maple* [Program complex for numerical and analytical mathematical modeling of nonlinear dynamic systems in CAS Maple]. *Prostranstvo, vreme i fundamental'nye vzaimodejstvia* = Space, Time and Fundamental Interactions. 2016; (4):147-148. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28380886> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [11] Tchikurov N.G. *Reshenie slozhnykh traektornykh zadach v ustrojstvakh CHPU klassa ICNC* [the decision of problems of difficult trajectories in devices CHPU of class ICNC]. *Vestnik USATU*. 2010; 14(2):170-177. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18862100> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [12] Abdulla H.H.M. *Chislennno-analiticheskie metody matematicheskogo modelirovaniya nelinejnykh obobshchenno-mekhanicheskikh sistem v srede komp'yuternoj matematike Maple* [Numerical and analytical methods of mathematical modeling of nonlinear generalized mechanical systems in the environment of computer mathematics Maple]: diss. ... Ph.D. (Engineering). TGGPU, Kazan; 2011. (In Russ.)
- [13] Makarova I.D., Makarov S.E. *Ispol'zovanie MatLab i paketa R dlya resheniya sistem obyknovennykh differentsial'nykh uravnenij v kurse matematiki* [Using MatLab and the R package for solving systems of ordinary differential equations in a mathematics course]. *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskom vuze*. 2018; (6):177-183. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36476375> (accessed 14.09.2020). (In Russ.)
- [14] Babchenok A.A., Spaban S.A., Eromin A.M. *Sintez kontura upravleniya samonavodyashchejsya rakety pri uchete dinamiki izmeritel'nogo ustrojstva* [Synthesis of the control loop of a homing missile taking into account the dynamics of the measuring device]. In: *Proceedings of the XIV International conference Science to education, economy and production*. BNTU, Minsk. 2016; 1:216. Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/27571> (accessed 14.09.2020). (In Russ.)
- [15] Markevich V.E., Legkostup V.V. *Analiticheskoe proektirovanie ustrojstva upravleniya raketoy dlya perekhvata aerodinamicheskoy celi* [Analytical design of the missile control device to intercept aerodynamic target]. *System analysis and applied information science*. 2019; (1):41-49. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39164845> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [16] Malkin V.A. *Optimal'noe upravlenie samonavodyashchimsya ob'ektom s peremennym poryadkom fil'tra izmeritelya* [Optimum control of homing object with the variable degree of the measurer filter]. *Doklady Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki* = Doklady BGUIR. 2006; (1):19-26. Available at: https://libeldoc.bsuir.by/bitstream/123456789/30993/1/Malkin_Optimum.pdf (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [17] Lyubushkin K.E., Petrova I.L., Sidorovich D.D. *Razrabotka oblika sistemy distantsionnogo obucheniya s elementami virtual'noj real'nosti dlya resheniya zadach dinamiki poleta* [Development of the image of a distance learning system with elements of virtual reality for solving problems of flight dynamics]. In: *Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference "The Eighth Utkin Readings"*. BSTU "Voenmeh" them. D.F. Ustinova, St. Petersburg; 2019. p. 243-249. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37620997> (accessed 14.09.2020). (In Russ.)
- [18] Zharkov S.V., Guenko A.V. *Analytic description of SAM self-homing dynamics at maneuvering target*. *Vestnik vozdušno-kosmičeskoj oborony* = Aerospace Defense Herald. 2017; (2):41-44. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29344247> (accessed 14.09.2020). (In Russ., abstract in Eng.)
- [19] Yang Z., Zhou D., Pan Q., Li X., Zhang K. *Research on adaptive robust guidance law for passive homing missile against maneuvering target*. In: *2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*. Macau; 2017. p. 527-530. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ICInfA.2017.8078964>
- [20] Wang Z. *Adaptive smooth second-order sliding mode control method with application to missile guidance*. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 2017; 39(6):848-860. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ICInfA.2017.8078964>



- org/10.1177/0142331215621616
- [21] Duhri R.A., Sasongko R.A., Laksmana Y.D. Design and Simulation of Air to Air Missile Homing System. *INSIST*. 2017; 2(2):75-80. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.23960/ins.v2i2.84>
- [22] Liu Z. Constant Bearing Guidance Law for Homing Missiles. In: *2017 10th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID)*. Hangzhou, China; 2017. p. 247-251. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ISCID.2017.168>
- [23] Tian J., Chen H., Liu X., Yang H., Zhang S. Integrated Strap-down Missile Guidance and Control With Field-of-View Constraint and Actuator Saturation. *IEEE Access*. 2020; 8:123623-123638. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3006128>
- [24] Stefański K. An Application of a Special Method for Designating the Control Forces for the Homing of an Anti-Aircraft Missile on an Aerial Target by Use of a Method of Proportional Navigation. *Problems of Mechatronics. Armament, Aviation, Safety Engineering*. 2018; 9(4):149-162. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.5604/01.3001.0012.7339>
- [25] Bużantowicz W., Pietrasieński J. Dual-control missile guidance: a simulation study. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2018; 56(3):727-739. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15632/jtam-pl.56.3.727>

*Submitted 14.09.2020; approved after reviewing 29.10.2020;
accepted for publication 12.11.2020.*

About the authors:

Vladimir R. Kristalinskii, Associate Professor of the Department of Computer Science, Faculty of Physics and Mathematics, Smolensk State University (4 Przhevalsky St., Smolensk 214000, Russian Federation), Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1205-990X>, kristvr@rambler.ru

Sergei N. Chernyi, Head of the Scientific and Research Centre, Russian Federation Armed Forces Army Air Defence Military Academy named after Marshal of the Soviet Union A.M. Vasilevsky (2 Kotovsky St., Smolensk 214027, Russian Federation), Ph.D. (Engineering), Associate Professor, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3038-2789>, Turov_black@mail.ru

All authors have read and approved the final manuscript.

