

УДК 004.7, 004.021
DOI: 10.25559/SITITO.17.202102.308-314

Оригинальная статья

Определение максимального множества независимых простых путей между вершинами графа

Ю. Ю. Терентьева

ФГАНУ «Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти», г. Москва, Российская Федерация
123557, Российская Федерация, г. Москва, ул. Пресненский вал, д. 19, стр. 1
terjul@mail.ru

Аннотация

В настоящей статье излагается алгоритм определения максимального количества независимых простых путей, а также самих путей, между заданными вершинами графа. Данная задача крайне важна в теории связи, решение ее необходимо для обеспечения устойчивости сети связи. В то же время эта задача не рассматривается отдельной задачей в теории графов. Актуальность решения ее обусловлена, во-первых, как уже отмечалось, необходимостью повышения устойчивости сети связи, и, во-вторых, тем фактом, что для реальных сильно разветвленных сетей связи использование традиционных алгоритмов для поиска независимых маршрутов, основанных на поиске кратчайших путей, становится неэффективным. Неэффективность объясняется тем, что при наличии, например, двух независимых маршрутов в крупномасштабных сетях связи традиционные алгоритмы поиска кратчайших путей могут обнаружить только один из-за того, что между имеющимися независимыми простыми путями существуют пути, через которые пройдет найденный стандартным алгоритмом (нахождения кратчайшего пути) путь, захватив при этом части двух имеющихся независимых маршрутов. Аналогичный эффект может быть и при наличии более двух независимых простых путей, когда стандартные алгоритмы поиска кратчайшего пути могут «потерять» все простые пути сверх одного. Предмет настоящей статьи посвящен устранению данной проблемы.

Ключевые слова: сеть связи, устойчивость сети связи, поиск пути

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Терентьева, Ю. Ю. Определение максимального множества независимых простых путей между вершинами графа / Ю. Ю. Терентьева. – DOI 10.25559/SITITO.17.202102.308-314 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2021. – Т. 17, № 2. – С. 308-314.

© Терентьева Ю. Ю., 2021



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Determination of the Maximum Set Independent Simple Paths between the Vertices of the Graph

Yu. Yu. Terentyeva

Center for Information Technologies and Systems of Executive Authorities, Moscow, Russian Federation
19 Presnensky Val St., building 1, Moscow 123557, Russian Federation
terjul@mail.ru

Abstract

This article presents an algorithm for determining the maximum number of independent simple paths, as well as the paths themselves, between the given vertices of the graph. This task is extremely important in the theory of communication, its solution is necessary to ensure the stability of the communication network. At the same time, this problem is not considered a separate problem in graph theory. The urgency of solving it is due, firstly, as already noted, the need to increase the stability of the communication network, and, secondly, the fact that for real highly branched communication networks, the use of traditional algorithms for finding independent routes based on finding the shortest paths becomes ineffective. The inefficiency is explained by the fact that in the presence, for example, of two independent routes in large-scale communication networks, traditional algorithms for finding the shortest paths can find only one due to the fact that between the available independent simple paths there are paths through which the found by the standard algorithm (finding the shortest path) path, capturing parts of two available independent routes. A similar effect can be observed in the presence of more than two independent simple paths, when standard algorithms for finding the shortest path can "lose" all simple paths in excess of one. The subject of this article is about fixing this problem.

Keywords: communication network, communication network stability, pathfinding

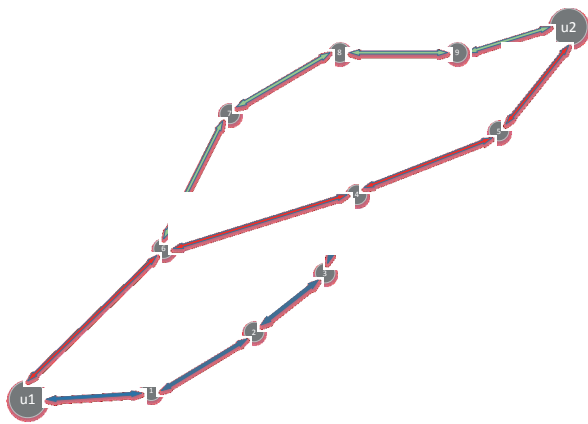
The author declares no conflict of interest.

For citation: Terentyeva Yu.Yu. Determination of the Maximum Set Independent Simple Paths between the Vertices of the Graph. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2021; 17(2):308-314. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITI-TO.17.202102.308-314>



Введение

Важность нахождения всех возможных независимых путей является очевидной при проектировании устойчивой сети связи, а также при расчете оценки устойчивости сети связи. Но эта проблема нахождения всех возможных независимых путей не решается качественно с использованием имеющихся классических алгоритмов теории графов [2]-[6]. Более того, такая задача не рассматривалась как самостоятельная задача, требующая специального подхода к решению. Вместе с тем, не решение данной задачи для реальных крупномасштабных сетей связи приводит к существенным ресурсным потерям и к возможным стратегическим упущениям ввиду отсутствия оперативного нахождения резервного пути между заданными узлами сети связи. Поэтому рассмотрение данной задачи и поиск ее решения является очевидным образом актуальным. Приведем пример, наглядно иллюстрирующий ситуацию «потери пути» традиционными алгоритмами нахождения кратчайшего пути. На рисунке 1 узлы u_1 и u_2 являются узлами, между которыми необходимо найти все возможные независимые пути.



Р и с. 1. Пример «потери» простого пути

Fig. 1. An example of "losing" a simple path

Как видно на рисунке 1, между u_1 и u_2 существуют два простых пути. Первый простой путь - $u_1, 1, 2, 3, 4, 5, u_2$. Второй простой путь - $u_1, 6, 7, 8, 9, u_2$. Но поиск независимых путей с использованием стандартных алгоритмов нахождения кратчайших путей (Дейкстры, волновой алгоритм Ли и т.п.) даст один простой путь - $u_1, 6, 4, 5, u_2$. Тем самым произойдет т.н. «потеря» простого пути, что является критическим фактором для задачи обеспечения устойчивости направления связи в теории связи [1], [11]-[15].

1. Обозначения

Введем следующие обозначения. Пусть задан граф сети связи $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_i\}_{i=1}^n$ - множество вершин графа ($n \in \mathbb{N}$),

$E = \{(v_i, v_j)\}_{i \neq j}$ - множество ребер графа ($1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n$), $v_i \in V$, $v_j \in V$.

Обозначим простой путь $P_k(v_1, v_2)$ между вершинами графа $v_1 \in V$ и $v_2 \in V$ как $P_k(v_1, v_2) = (v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k)$, где $(v_i^k, v_{i+1}^k) \in E$, $1 \leq i < N_k$, $k \in [0, N(v_1, v_2)]$ - количество путей между рассматриваемыми вершинами.

Будем считать пути $P_k(v_1, v_2) = (v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k)$ и $P_m(v_1, v_2) = (v_1^m, v_2^m, \dots, v_{N_m}^m)$ между вершинами графа $v_1 \in V$ и $v_2 \in V$ независимыми, если $\{v_1^m, v_2^m, \dots, v_{N_m}^m\} \cap \{v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k\} = \{v_1, v_2\}$. Другими словами, все вершины двух независимых путей между рассматриваемыми вершинами v_1 и v_2 различны за исключением v_1 и v_2 .

Назовем перешейком двух простых путей $P_k(v_1, v_2) = (v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k)$ и $P_m(v_1, v_2) = (v_1^m, v_2^m, \dots, v_{N_m}^m)$ простой путь (u_1, u_2, \dots, u_z) , удовлетворяющий условиям:

- 1) $u_1 \in \{v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k\} \setminus \{v_1^m, v_2^m, \dots, v_{N_m}^m\}$
- 2) $u_z \in \{v_1^m, v_2^m, \dots, v_{N_m}^m\} \setminus \{v_1^k, v_2^k, \dots, v_{N_k}^k\}$
- 3) $u_i \notin P_k(v_1, v_2) \cup P_m(v_1, v_2)$, где $i \in (2, \dots, u_z - 1)$

На рисунке 1 перешейком является простой путь (6, 4).

Проблематика

Очевидно, что для того, чтобы решить задачу поиска максимального множества независимых простых путей, необходимо найти все перешейки. При этом перешейков может быть произвольное количество как для двух независимых путей, так и для большего их количества.

Также очевидно, что эту задачу можно отнести к классу NP -сложных задач, поскольку количество переборных комбинаций для определения перешейка имеет экспоненциальную функцию. Следовательно, неизбежной становится концепция аппроксимации решения рассматриваемой задачи.

В настоящей статье будет рассмотрено два подхода к поиску перешейка. Один подход основан на использовании двоичных кодов постоянного веса. Другой основан на методе Монте-Карло. Оба подхода имеют стартовую стадию первичного определения независимых простых путей, которые автором, в частности, находят при помощи волнового алгоритма Ли, который в свою очередь является алгоритмом поиска в ширину.

Алгоритмы

Для определения максимального множества независимых путей необходимо сначала найти независимые простые пути (Алгоритм 1) и затем провести процедуры дополнительного поиска перешейков. Независимые простые пути будем искать при помощи волнового алгоритма Ли. Назовем его Алгоритм 2.

Алгоритм 1 (нахождения независимых простых путей)

Шаг 1. Полагаем $S = \{\emptyset\}$ - искомое множество независимых простых путей¹.

Шаг 2. Применяем волновой алгоритм Ли (Алгоритм 2) для поиска маршрута от узла u_1 до u_2 . Получаем простой путь. Обозначим его.

¹ ГОСТ Р 53111-2008 Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки: национальный стандарт РФ: издание официальное: утверждено и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 18 декабря 2008 г. № 529-ст: введен впервые: дата введения 2009-10-01 / подготовлен ОАО «МТТ», ФГУП «ЦНИИС», ФГУ «ГНИИИ ПТЗИ ФСТЭК России». - М.: Стандартинформ, 2019.



Шаг 3. Если $m = \emptyset$, то останов. S - искомое множество независимых простых путей. Иначе переход на шаг 4.

Шаг 4. $S = S \cup \{m\}$.

Шаг 5. Все вершины, входящие в m , удаляем из графа вместе со смежными ребрами.

Шаг 6. Переход на шаг 2.

Алгоритм 2 – волновой алгоритм Ли (нахождение кратчайшего пути между заданными вершинами)

Шаг 1. Помечаем стартовую вершину $d := 0$

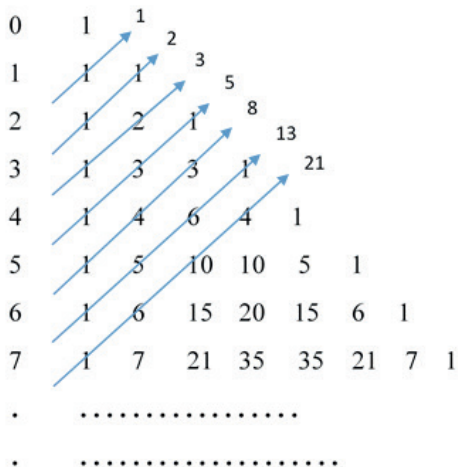
Шаг 2. Если финишная вершина не помечена и для вершин, помеченных числом d , нет свободных непомеченных вершин, то пути нет. Останов. Иначе переход на шаг 3.

Шаг 3. Если финишная вершина не помечена, то для каждой вершины, помеченной числом d , пометить все соседние свободные непомеченные вершины числом $d + 1$ и сделать переход на шаг 3. Иначе переход на шаг 4.

Шаг 4. Финишную вершину считаем текущей.

Шаг 5. От текущей вершины находим смежную вершину, помеченную на 1 меньшей меткой. Если это стартовая вершина, то добавляем ее в путь. Останов. Иначе добавляем ее в путь и считаем текущей. Переходим на шаг 5.

Рассмотрим первый подход определения перешейков на основе двоичных кодов постоянного веса (в Алгоритме 3 это шаг 5), поскольку в силу того, что генерация всех бинарных комбинаций это заведомо N -сложная задача, то наиболее эффективный метод генерации бинарной последовательности из g единиц и $n-g$ нулей – это метод на основе двоичного кода постоянного веса. В качестве эффективного метода генерации можно использовать код ЛинчаДевисона [7, 8], который строится с использованием треугольника Паскаля (см. рис. 2). При этом для задач больших размерностей рекомендуется операции с числами производить в строковом формате.



Р и с. 2. Треугольник Паскаля
F i g. 2. Pascal's triangle

Алгоритм 3 (нахождения максимального множества независимых простых путей на основе двоичных кодов постоянного веса)

Шаг 1. Применяем алгоритм 1. Получаем множество независимых простых путей S . Количество их – k .

Шаг 2. Пронумеруем все ребра, принадлежащие множеству S . Пусть их количество – n .

Шаг 3. Полагаем $r:=1, L:=3$ (см. примечание 1).

Шаг 4. Если $r > L$, то останов. S – искомое множество маршрутов.

Шаг 5. Генерируем последовательность из 0 и 1, состоящую из r единиц и $n-r$ нулей.

Шаг 6. Помечаем ребра, соответствующие 1, вышедшими из строя.

Шаг 7. Применяем алгоритм 1.

Шаг 8. Если количество полученных независимых простых путей $k' > k$, то $k := k'$,

S' – множество новых простых путей

Шаг 9. $S := S'$

Шаг 10. $r := r + 1$.

Шаг 11. Переход на шаг 4.

Примечание 1. Для реальных сетей связи рекомендуется $L=2$ и $L=3$, что позволит выявить маршруты, которые теряются из-за двух-трех перешейков. В идеальном случае $L=n$.

Примечание 2. Используем процедуру генерации последовательности из r единиц и $n-r$ нулей.

Далее рассмотрим второй подход определения перешейков на основе метода Монте-Карло. Назовем его Алгоритмом 4.

Алгоритм 4 (нахождения максимального множества независимых простых путей на основе метода Монте-Карло)

Шаг 1. Применяем алгоритм 1. Получаем множество независимых простых путей. Количество их – k .

Шаг 2. Пронумеруем все ребра, принадлежащие множеству S . Пусть их количество – n .

Шаг 3. Полагаем $r := 1, N := 1, Z := 2$

Шаг 4. Для каждого ребра множества S генерируем случайную величину ξ , принимающую значение 1 с вероятностью $\frac{r}{n}$, и значение 0 с вероятностью $1 - \frac{r}{n}$. Если $\xi = 1$, то помечаем соответствующее ребро.

Шаг 5. Применяем Алгоритм 1.

Шаг 6. Если количество полученных независимых простых путей $k' > k$, то $k := k', S'$ – множество новых простых путей

Шаг 7. $S := S'$

Шаг 8. $N := N + 1$

Шаг 11. Если $N := \tilde{N}_n^r$, где $\tilde{N}_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, то переход на шаг 12. Иначе переход на шаг 4.

Шаг 12. Если $r > Z$, то Останов, S – псевдооптимальное максимальное множество независимых простых путей. Иначе $r := r + 1$ и переход на шаг 4.

Заметим, что параметр Z определяет количество итераций и является косвенным показателем того, сколько перешейков нужно обнаружить (если таковые есть). Данный параметр является признаком Anytime-алгоритма.

Количество экспериментов в шаге 11 объясняется минимальным количеством статистических экспериментов, которое необходимо, чтобы выпала определенная комбинация из нулей и единиц с заданным количеством единиц [9], [16]-[25].



Практическая реализация алгоритмов

Все представленные алгоритмы были реализованы автором на реальных, в том числе крупномасштабных сетях связи, содержащих тысячи вершин и ребер в графе, представляющем топологию сети связи. Выявлены следующие особенности. Для сетей связи невысокой размерности целесообразно использовать Алгоритм 3, для крупномасштабных сетей связи также лучший результат дает Алгоритм 3, но требует больших временных ресурсов, нежели Алгоритм 4.

Поэтому для крупномасштабных сетей связи, если необходимо оперативное определение максимального множества независимых простых путей, то следует использовать Алгоритм 4. Однако в большинстве случаев более качественный результат даст Алгоритм 3.

Заключение

Рассмотренная задача имеет высокую практическую значимость в теории связи [10]. В рамках совершенствования методов решения данной задачи автором планируется реализовать распараллеливание Шага 4 Алгоритма 3 и Алгоритма 4 для ускорения работы алгоритма. Ускорение работы представленных алгоритмов позволит использовать их в режиме онлайн с целью получения оперативных данных в процессе эксплуатации и управления сетью связи.

Список использованных источников

- [1] Orlov, Y. On the Stability of D2D Connection with the Use of Kinetic Equation for SIR Empirical Distribution / Y. Orlov [и др.]. – DOI 10.1007/978-3-030-36614-8_9 // Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Lecture Notes in Computer Science; ed. by V. Vishnevskiy, K. Samouylov, D. Kozyrev. – Vol. 11965. – Pp. 111-124. – Springer, Cham, 2019.
- [2] Берж, К. Теория графов и её применения / Пер. с французского А. А. Зыкова. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. – 319 с.
- [3] Harary, F. Graph Theory / F. Harary. – CRC Press, 1994. – 288 p.
- [4] Diestel, R. Graph Theory / R. Diestel. – DOI 10.1007/978-3-662-53622-3 // Graduate Texts in Mathematics. – Vol. 173. – 5th Edition. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2017. – 428 p.
- [5] Белов, В. В. Теория графов / В. В. Белов, Е. М. Воробьев, В. Е. Шаталов. – М.: Высшая школа, 1976. – 392 с.
- [6] Емеличев, В. А. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. – 2-е изд. – М.: URSS, 2009. – 392 с.
- [7] Смагин, А. А. Математическая модель счетчика, построенная на основе кода Линча-Девисона / А. А. Смагин, Ю. Ю. Терентьева // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2000. – Т. 43, № 3. – С. 28-32. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24234126> (дата обращения: 15.02.2021). – Рез. англ.
- [8] Кричевский, Р. Е. Сжатие и поиск информации / Р. Е. Кричевский. – М.: Радио и связь, 1989. – 168 с.
- [9] Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
- [10] Аджемов, А. С. Общая теория связи / А. С. Аджемов, В. Г. Санников. – М.: Горячая линия – Телеком, 2020. – 624 с.
- [11] Dutta, B. The stability and efficiency of directed communication networks / B. Dutta, M. Jackson. – DOI 10.1007/PL00013688 // Review of Economic Design. – 2000. – Vol. 5, issue 3. – Pp. 251-272.
- [12] Melnikov, B. F. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks / B. F. Melnikov, V. Y. Meshchanin, Y. Y. Terentyeva. – DOI 10.1088/1742-6596/1515/4/042093 // Journal of Physics: Conference Series. Engineering and Innovative Technologies. – 2020. – Vol. 1515. – Article 042093.
- [13] Булынин, А. Г. Оптимизационные задачи, возникающие при проектировании сетей связи высокой размерности, и некоторые эвристические методы их решения / А. Г. Булынин, Б. Ф. Мельников, В. Ю. Мещанин, Ю. Ю. Терентьева. – DOI 10.34219/2078-8320-2020-11-1-34-40 // Информатизация и связь. – 2020. – № 1. – С. 34-40. – Рез. англ.
- [14] Булынин, А. Г. Алгоритмы проектирования сетей связи с применением жадных эвристик разных типов / А. Г. Булынин, Б. Ф. Мельников, В. Ю. Мещанин, Ю. Ю. Терентьева // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020): Сб. трудов по материалам VI Межд. конф. и молодежной школы / Под ред. В. А. Фурсова. – Самара: Самарский университет, 2020. – С. 856-860. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43576630> (дата обращения: 15.02.2021). – Рез. англ.
- [15] Мельников, Б. Ф. Построение коммуникационных сетей: о применении алгоритма Краскала в задачах больших размерностей / Б. Ф. Мельников, Ю. Ю. Терентьева // International Journal of Open Information Technologies. – 2021. – Т. 9, № 1. – С. 13-21. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44584129> (дата обращения: 15.02.2021). – Рез. англ.
- [16] Colorni, A. Distributed Optimization by Ant Colonies / A. Colorni, M. Dorigo, V. Maniezzo // Proceedings of the European Conference on Artificial Life (ECAL'91); ed. by F. Varela, P. Bourguin. – Paris, France, Elsevier Publishing, 1991. – Pp. 134-142.
- [17] Dorigo, M. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents / M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colorni. – DOI 10.1109/3477.484436 // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics). – 1996. – Vol. 26, No. 1. – Pp. 29-41.
- [18] Gambardella, L. M. Ant-Q: A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem / L. M. Gambardella, M. Dorigo. – DOI 10.1016/B978-1-55860-377-6.50039-6 // Machine Learning Proceedings. – Morgan Kaufmann, 1995. – Pp. 252-260.
- [19] Dorigo, M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem / M. Dorigo, L. M. Gambardella. – DOI 10.1109/4235.585892 // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1997. – Vol. 1, No. 1. – Pp. 53-66.
- [20] Stützle, T. MAX-MIN Ant System and local search for the traveling salesman problem / T. Stützle, H. Hoos. – DOI 10.1109/ICEC.1997.592327 // Proceedings of 1997 IEEE



- International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'97). – Indianapolis, IN, USA, 1997. – Pp. 309-314.
- [21] Coltorti, D. Ant Colony Optimization for Real-World Vehicle Routing Problems / D. Coltorti, A. E. Rizzoli. – DOI 10.1145/1329465.1329466 // SIGEVolution. – 2007. – Vol. 2, issue 2. – Pp. 2-9.
- [22] Stützle, T. Parameter Adaptation in Ant Colony Optimization / T. Stützle [и др.]. – DOI 10.1007/978-3-642-21434-9_8 // Autonomous Search; ed. by Y. Hamadi, E. Monfroy, F. Saubion. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. – Pp. 191-215.
- [23] Li, Y. Adaptive Ant Colony Optimization Algorithm Based on Information Entropy: Foundation and Application / Y. Li, W. Li // Fundamenta Informaticae. – 2007. – Vol. 77, No. 3. – Pp. 229-242. – URL: <https://content.iospress.com/articles/fundamenta-informaticae/fi77-3-03> (дата обращения: 15.02.2021).
- [24] Merkle, D. Ant colony optimization for resource-constrained project scheduling / D. Merkle, M. Middendorf, H. Schmeck. – DOI 10.1109/TEVC.2002.802450 // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 2002. – Vol. 6, No. 4. – Pp. 333-346.
- [25] Tavares Neto, R. F. Literature review regarding Ant Colony Optimization applied to scheduling problems: Guidelines for implementation and directions for future research / R. F. Tavares Neto, M. Godinho Filho. – DOI 10.1016/j.engappai.2012.03.011 // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2013. – Vol. 26, issue 1. – Pp. 150-161.
- [6] Emelichev V.A., Melnikov O.I., Sarvanov V.I., Tyshkevich R.I. *Lekcii po teorii grafov* [Lectures on Graph Theory]. URSS, Moscow; 2009. 392 p.
- [7] Smagin A.A., Terentyeva Yu.Yu. A mathematical model of a counter built on the basis of the Lynch-Davison code. *Journal of Instrument Engineering*. 2000; 43(3):28-32. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=24234126> (accessed 15.02.2021). (In Russ., abstract in Eng.)
- [8] Krichevsky R.E. *Szhatie i poisk informacii* [Compression and search for information]. Radio and Communications, Moscow; 1989. 168 p. (In Russ.)
- [9] Wentzel E.S. *Teoriya veroyatnostej* [Probability Theory]. Nauka, Moscow; 1969. 576 p. (In Russ.)
- [10] Ajemov A.S., Sannikov V.G. *Obshchaya teoriya svyazi* [General Theory of Communication]. Telecom, Moscow; 2020. 624 p. (In Russ.)
- [11] Dutta B., Jackson M. The stability and efficiency of directed communication networks. *Review of Economic Design*. 2000; 5(3):251-272. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/PL00013688>
- [12] Melnikov B.F., Meshchanin V.Y., Terentyeva Y.Y. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks. *Journal of Physics: Conference Series. Engineering and Innovative Technologies*. 2020; 1515:042093. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/4/042093>
- [13] Bulynin A.G., Melnikov B.F., Meshchanin, V.Y., Terentyeva. Y.Y. Optimization problem, arising in the development of high-dimensional communication networks, and some heuristic methods for solving them. *Informatization and Communication*. 2020; (1):34-40. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.34219/2078-8320-2020-11-1-34-40>
- [14] Bulynin A.G., Melnikov B.F., Meshchanin, V.Y. and Terentyeva. Y.Y. Algorithms for designing communication networks using greedy heuristics of different types. *Proceedings of the International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2020)*. Samara University, Samara; 2020. p. 856-860. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43576630> (accessed 15.02.2021). (In Russ., abstract in Eng.)
- [15] Melnikov B.F., Terentyeva. Y.Y. Building communication networks: on the application of the Kruskal's algorithm in the problems of large dimensions. *International Journal of Open Information Technologies*. 2021; 9(1):13-21. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44584129> (accessed 15.02.2021). (In Russ., abstract in Eng.)
- [16] Colorni A., Dorigo M., Maniezzo V. Distributed Optimization by Ant Colonies. In: F. Varela, P. Bourguine (Eds.) *Proceedings of the European Conference on Artificial Life (ECAL'91)*. Paris, France, Elsevier Publishing; 1991. p. 134-142. (In Eng.)
- [17] Dorigo M., Maniezzo V., Colorni A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*. 1996; 26(1):29-41. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/3477.484436>
- [18] Gambardella L.M., Dorigo M. Ant-Q: A Reinforcement Learn-

Поступила 15.02.2021; одобрена после рецензирования 28.04.2021; принята к публикации 19.05.2021.

Об авторе:

Терентьева Юлия Юрьевна, начальник управления анализа и методологии совершенствования информационных телекоммуникационных систем, ФГАНУ «Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти» (123557, Российская Федерация, г. Москва, ул. Пресненский вал, д. 19, стр. 1), кандидат технических наук, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2418-003X>**, terjul@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

References

- [1] Orlov Y, et al. On the Stability of D2D Connection with the Use of Kinetic Equation for SIR Empirical Distribution. In: Ed. by V. Vishnevskiy, K. Samouylov, D. Kozyrev. *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Lecture Notes in Computer Science*. 2019; 11965:111-124. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-36614-8_9
- [2] Berge C. *Theorie des Graphes*. 2nd Ed. Dunod; 1958. (In French)
- [3] Harary F. *Graph Theory*. CRC Press; 1994. 288 p. (In Eng.)
- [4] Diestel R. *Graph Theory. Graduate Texts in Mathematics*, vol. 173. 5th Ed. Springer, Berlin, Heidelberg; 2017. 428 p. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-53622-3>
- [5] Belov V.V., Vorobyov E.M., Shatalov V.E. *Teoriya grafov* [Graph Theory]. Higher School, Moscow; 1976. 392 p. (In Russ.)



- ing Approach to the Traveling Salesman Problem. *Machine Learning Proceedings*. Morgan Kaufmann; 1995. p. 252-260. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-1-55860-377-6.50039-6>
- [19] Dorigo M., Gambardella L.M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1997; 1(1):53-66. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/4235.585892>
- [20] Stützle T., Hoos H. MAX-MIN Ant System and local search for the traveling salesman problem. *Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '97)*. Indianapolis, IN, USA; 1997. p. 309-314. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEC.1997.592327>
- [21] Coltorti D., Rizzoli A.E. Ant Colony Optimization for Real-World Vehicle Routing Problems. *SIGEVOLUTION*. 2007; 2(2):2-9. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1145/1329465.1329466>
- [22] Stützle T., et al. Parameter Adaptation in Ant Colony Optimization. In: Y. Hamadi, E. Monfroy, F. Saubion (Eds.) *Autonomous Search*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2011. p. 191-215. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-642-21434-9_8
- [23] Li Y., Li W. Adaptive Ant Colony Optimization Algorithm Based on Information Entropy: Foundation and Application. *Fundamenta Informaticae*. 2007; 77(3):229-242. Available at: <https://content.iiospress.com/articles/fundamenta-informaticae/fi77-3-03> (accessed 15.02.2021). (In Eng.)
- [24] Merkle D., Middendorf M., Schmeck H. Ant colony optimization for resource-constrained project scheduling. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002; 6(4):333-346. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/TEVC.2002.802450>
- [25] Tavares Neto R.F., Godinho Filho M. Literature review regarding Ant Colony Optimization applied to scheduling problems: Guidelines for implementation and directions for future research. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2013; 26(1):150-161. (In Eng.) DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2012.03.011>

*Submitted 15.02.2021; approved after reviewing 28.04.2021;
accepted for publication 19.05.2021.*

About the author:

Yulia Yu. Terentyeva, Head of the Department of Analysis and Methodology for Improving Information and Telecommunications Systems, Center for Information Technologies and Systems of Executive Authorities (19 Presnensky Val St., building 1, Moscow 123557, Russian Federation), Ph.D. (Engineering), **ORCID:** <http://orcid.org/0000-0002-2418-003X>, terjul@mail.ru

The author has read and approved the final manuscript.

