

## Гибридный алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях

Е. Е. Полупанова, Е. А. Нигодин\*

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, Российская Федерация  
350040, Российская Федерация, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149  
\* apostolje@gmail.com

### Аннотация

Данная работа посвящена решению квадратичной задачи о назначениях с помощью гибридного алгоритма, который использует принципы генетического и эволюционного алгоритмов. Квадратичная задача о назначениях – одна из фундаментальных задач комбинаторной оптимизации в области математической оптимизации, принадлежащая к категории задач размещения объектов. В статье приводится простая постановка данной задачи и её более подробная математическая модель. Так как квадратичная задача о назначениях является NP-трудной и даже небольшие входные данные могут потребовать больших вычислительных затрат для точного алгоритма, разумно применить гибридный эвристический подход в решении данной проблемы. В статье подробно освещено построение гибридного алгоритма, последовательность его шагов, блок-схема. Далее в статье приводятся графический интерфейс с возможностью регулирования различных параметров алгоритма, позволяющий оптимально их настроить. В последней части статьи освещается сравнительный анализ эффективности работы полученного алгоритма: сравнение точности разработанного гибридного алгоритма с новым методом оптимизации сорной травой, сравнение с лучшими известными решениями для современных бенчмарков. Удалось установить, что гибридный алгоритм показывает уверенное преимущество в точности над алгоритмом сорной травы. Также гибридный алгоритм смог найти решение равное лучшему известному для задачи tai12a. Для задачи tai15a алгоритм показал отклонение 0,2% от лучшего известного решения. Для остальных рассматриваемых бенчмарков алгоритм показал отклонение от лучших решений не более чем 4,2%, что доказывает высокую эффективность созданного алгоритма в сравнении с лучшими мировыми решениями. Кроме того, данный алгоритм имеет высокую экономическую ценность ввиду широкого применения решения рассматриваемой задачи на практике, например в размещении фабрик или предприятий по местам, размещении связанных электронных компонентов на печатных платах или в интегральных схемах и т.д.

**Ключевые слова:** квадратичная задача о назначениях, гибридный алгоритм, генетический алгоритм, метод генетического поиска, эвристический подход, эволюционный алгоритм, алгоритм оптимизации сорной травой

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

**Для цитирования:** Полупанова, Е. Е. Гибридный алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях / Е. Е. Полупанова, Е. А. Нигодин. – DOI 10.25559/SITITO.17.202102.315-323 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2021. – Т. 17, № 2. – С. 315-323.

© Полупанова Е. Е., Нигодин Е. А., 2021



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.  
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



## Hybrid Algorithm for Solving the Quadratic Assignment Problem

E. E. Polupanova, E. A. Nigodin\*

Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation  
149 Stavropolskaya St., Krasnodar 350040, Russian Federation

\* apostolje@gmail.com

### Abstract

This article is devoted to solving the quadratic assignment problem using a hybrid algorithm contains both genetic and evolutionary algorithms. The quadratic assignment problem is one of the fundamental problems of combinatorial optimization in the field of mathematical optimization, belonging to the category of object placement problem. The article provides a simple statement of this problem and its more detailed mathematical model. Since the quadratic assignment problem is NP-hard and even small input data can take large computational costs for an accurate algorithm, it is reasonable to use a hybrid heuristic approach to solve this problem. The article describes in detail the construction of a hybrid algorithm, the sequence of its steps, and the flowchart. Further, the article provides a graphical interface with the ability to adjust various parameters of the algorithm, allowing it to be optimally configured. The last part of the article covers a comparative analysis of the effectiveness of the resulting algorithm: comparing the accuracy of the developed hybrid algorithm with a new method of invasive weed optimization algorithm, comparing it with the best-known solutions for modern benchmarks. It was found that the hybrid algorithm shows a strong advantage in accuracy over the invasive weed optimization algorithm. Also, the hybrid algorithm was able to find a solution equal to the best known for the tai12a problem. For the tai15a problem, the algorithm showed a deviation of 0.2% from the best-known solution. For the rest of the considered benchmarks, the algorithm showed a deviation from the best solutions of no more than 4.2%, which proves the high efficiency of the created algorithm in comparison with the world's best solutions. In addition, this algorithm has a high economic value due to the wide application of the solution to the problem in practice, for example, in placement of factories or enterprises in places or in placement of associated electronic components on printed circuit boards or integrated circuits, etc.

**Keywords:** quadratic assignment problem, hybrid algorithm, genetic algorithm, genetic search method, heuristic approach, evolutionary algorithm, invasive weed optimization algorithm

*The authors declare no conflict of interest.*

**For citation:** Polupanova E.E., Nigodin E.A. Hybrid Algorithm for Solving the Quadratic Assignment Problem. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2021; 17(2):315-323. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202102.315-323>



## Введение

На текущий момент времени активное развитие получили биоинспирированные алгоритмы, которые также называют эволюционными, роевыми, поведенческими, интеллектуальными, генетическими и т.д. [1, 3, 4].

Генетические алгоритмы являются весьма актуальным и известным направлением в области оптимизации и моделирования [2, 3, 4]. При помощи генетических алгоритмов решаются множество задач на графах, задачи назначения и распределения объектов, задачи упаковки, многие NP-трудные проблемы [2, 5, 6]. Генетический алгоритм относится к классу эвристических алгоритмов, то есть алгоритмов, для которых сходимость к глобальному решению не доказана, но экспериментально установлено, что в большинстве случаев они дают хорошее решение [1, 7, 8].

В данной статье рассматривается гибридный алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях, использующий принципы генетического и эволюционного алгоритмов, приводятся экспериментальные исследования разработанного алгоритма.

## Постановка задачи

Квадратичная задача о назначениях — одна из фундаментальных задач комбинаторной оптимизации в области математической оптимизации или исследовании операций, принадлежащая к категории задач размещения объектов [9, 10, 17]. Квадратичная задача о назначениях моделирует задачу из реальной жизни [11, 12, 13]. Есть множество  $n$  предприятий, которые могут быть расположены в  $n$  местах [14, 17]. Для каждой пары мест задано расстояние и для каждой пары производств задан вес или поток (т. е. количество материала (сырья или продукции), перевозимого между двумя производствами) [14, 16]. Требуется расставить производства по местам (два производства нельзя размещать в одном месте) таким образом, чтобы сумма расстояний, умноженных на соответствующие потоки, была минимальной [17, 18].

## Математическая постановка задачи

Учитывая набор объектов и местоположений, наряду с потоками между объектами и расстояниями между местоположениями, цель задачи квадратичного назначения состоит в том, чтобы назначить каждый объект на определенное местоположение таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость как показано в формуле (1):

$$\min_{\phi \in S_n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} * d_{\phi(i)\phi(j)} \quad (1)$$

где:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

$S_n = \phi: N \rightarrow N$  — это множество всех перестановок.

$F = (f_{ij})$  — это матрица размера  $n \times n$ , где  $(f_{ij})$  — заданный поток между объектами  $i$  и  $j$ .

$D = (d_{ij})$  — это матрица размера  $n \times n$ , где  $(d_{ij})$  — заданное расстояние между объектами  $i$  и  $j$ .

Задача является NP-трудной, так что не существует алгоритма, решающего задачу за полиномиальное время, и даже задачи

небольшой размерности могут требовать больших вычислительных затрат [19, 20]. Также было доказано, что задача не имеет аппроксимирующего алгоритма, работающего за полиномиальное время для любого (постоянного) множителя, если только не  $P = NP$  [5], [20-25].

## Решение квадратичной задачи о назначениях гибридным алгоритмом

Определим основные понятия гибридного алгоритма.

Популяция — множество элементов, каждый из которых представляет собой одну хромосому или особь, то есть популяция состоит из возможных альтернативных решений.

Хромосома — популяционная единица определенной длины, которая представляет собой совокупность генов и является возможным решением задачи.

Генетический оператор — конструкция, представляющая собой один шаг из последовательности генетического алгоритма.

Селекция — процесс, посредством которого хромосомы (альтернативные решения), имеющие более высокое значение целевой функции (с «лучшими признаками») получают большую возможность для воспроизводства потомком, чем худшие хромосомы.

Мутация — языковая конструкция, позволяющая на основе преобразования родительской хромосомы, или ее части, создавать хромосому потомка.

Кроссинговер (скрещивание) — процесс обмена генами хромосом (альтернативных решений) с целью создания новых.

Целевая функция — функция, определяющая характеристику хромосомы (особи), которая называется приспособленностью. Функция должна удовлетворять следующему условию: чем «лучше» хромосома (особь), тем выше значение целевой функции (приспособленности).

Используя вышеуказанную терминологию, сформулируем алгоритм абстракцию:

- 1) создание первой популяции;
- 2) вычисление приспособленности решений, заданное количество лучших «элитных» решений сохраняются в новую популяцию;
- 3) модифицированная турнирная селекция;
- 4) скрещивание и формирование новой популяции;
- 5) мутация;
- 6) вычисление приспособленности решений;
- 7) повторение шагов генетического алгоритма начиная с шага 3 или выход по определенному условию.

В соответствии с полученным абстрактным алгоритмом получим его адаптацию для квадратичной задачи о назначениях. Используя терминологию метода генетического поиска и эволюционного алгоритма, сформулируем гибридный алгоритм в виде последовательности шагов.

1. Формируется первая популяция генетического алгоритма, где каждая особь (хромосома) состоит из генов (гены — номера элементов в матрице) и является альтернативным решением, а вместе, они образует популяцию решений.

2. Хромосомы (решения) оцениваются целевой функцией, вычисляется их приспособленность и записывается в список приспособленности, заданное количество самых лучших решений записывается в новую популяцию.



3. Происходит модифицированная турнирная селекция, в ходе которой происходит выбор родителей для последующего скрещивания. Случайным образом выбирается случайно число хромосом (особей) от 2 до 5. Далее выбранные хромосомы сортируются по убыванию значения целевой функции. Затем особи участвуют в турнире. В ходе турнира победители выбираются следующим образом. Генерируется вещественное число на промежутке от 0 до 1. Для каждого участника турнира вычисляется вероятность  $p(1-p)^{k-1}$ , где  $p=0,9$ ,  $k$  – это место в отсортированном ранее списке (на первом месте будет тот, у кого самое большое значение целевой функции). Если сгенерированное ранее случайное число меньше полученного числа, то участник объявляется победителем и добавляется в список будущих родителей для скрещивания. В ходе данной селекции могут выбраться как все хромосомы участвующие в одном турнире, так и не одна из них. Турниры продолжают до тех пор, пока не будет набрано необходимое количество особей для участия в скрещивании.

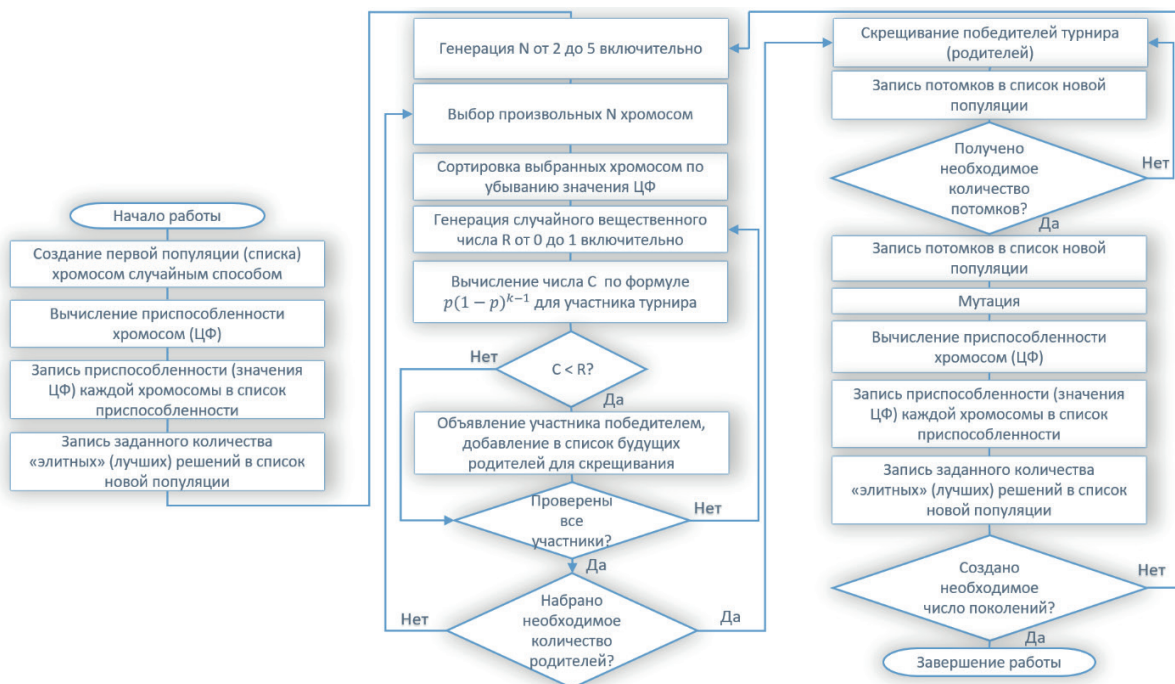
4. В ходе скрещивания происходит обмен генами родителей, выбранных в ходе модифицированной турнирной селекции. Результатом скрещивания являются новые хромосомы, которые сохраняются в списке для новой популяции.

5. Происходит мутация хромосом в новой популяции. Функция мутации применяется ко всем хромосомам в новой популяции, но не все хромосомы мутируют, а только часть из них в зависимости от заданной вероятности мутации.

6. Хромосомы (решения) в новой популяции оцениваются целевой функцией, вычисляется их приспособленность и записывается в список приспособленности, самое лучшее решение запоминается отдельно.

7. Шаги алгоритма повторяются, начиная с шага 3, или происходит остановка алгоритма по заданному условию – было создано заданное количество поколений.

На рисунке 1 изображена блок-схема построенного гибридного алгоритма.



Р и с. 1. Блок-схема гибридного алгоритма решения квадратичной задачи о назначениях

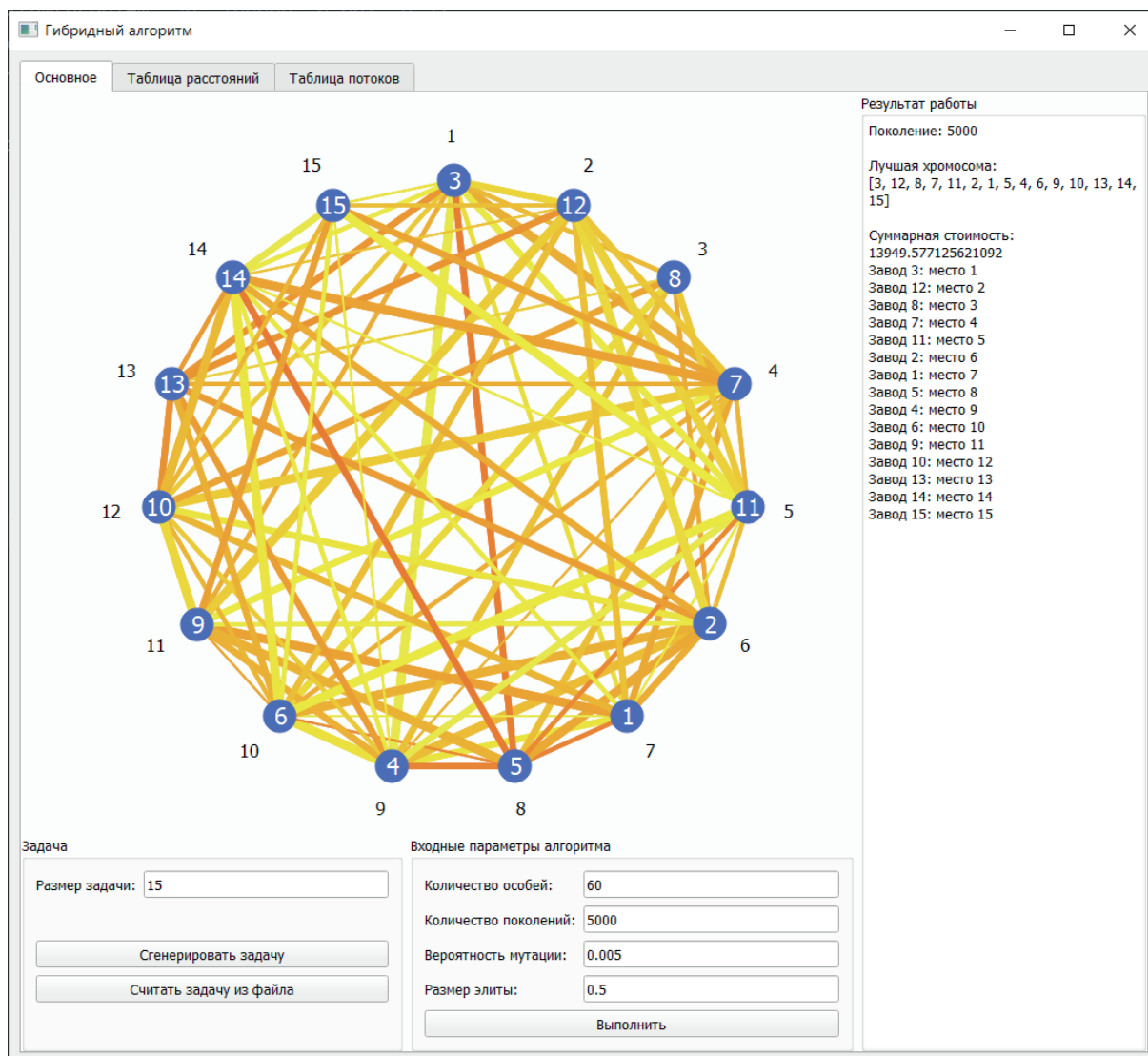
Fig. 1. Block diagram of a hybrid algorithm for solving a quadratic assignment problem

Для исследования гибридного алгоритма решения квадратичной задачи о назначениях, была создана программа, которая случайно генерирует задачу необходимого размера и производит необходимые вычисления. Результатом работы программы является граф, в котором отображены связи в рассматриваемой задаче, и список назначений, в котором заводы (объекты) сопоставлены с местами.

Созданная программа обладает следующим функционалом: можно загрузить задачу из файла, сгенерировать задачу произвольно, регулировать все параметры гибридного алгоритма. Также можно посмотреть таблицы (матрицы) расстояний и потоков, открыв соответствующие вкладки.

На рисунке 2 представлено главное окно программы – «Гибридный алгоритм». На данном рисунке изображен граф, на котором отражено назначение предприятий (объектов) на соответствующие места. Вершины — это назначенные заводы (объекты). Номерами обозначены места. Расстояния обозначаются цветом ребер в графе: чем темнее цвет, тем больше расстояние, чем светлее, тем меньше. Размер потока обозначен толщиной линий: чем толще линия, тем больше поток. Справа на рисунке: номер последнего поколения, лучшее найденное решение (хромосома), список назначений. В нижней части окна отображаются настройки алгоритма.





Р и с. 2. Основное окно программы  
F i g. 2. Main program window

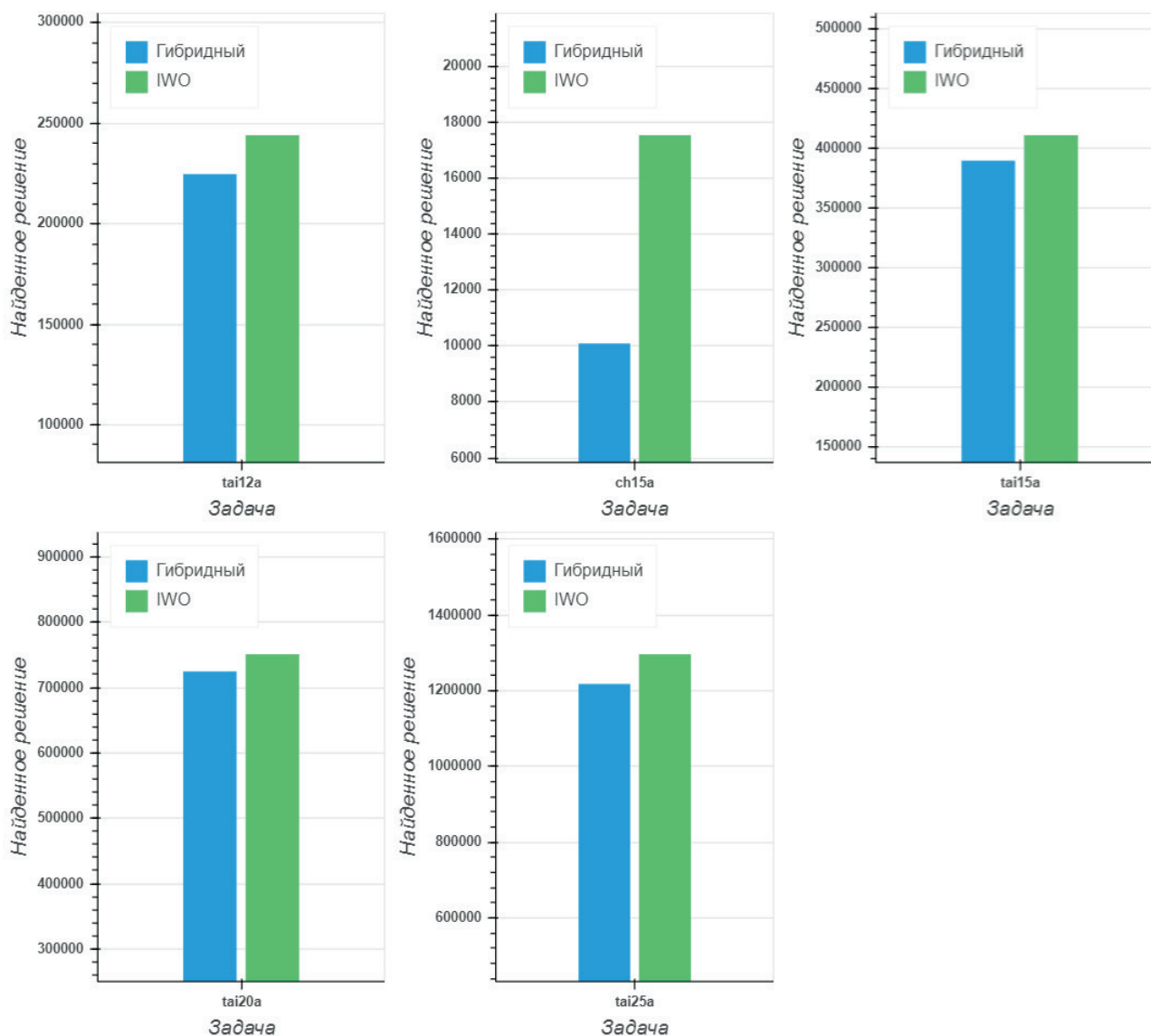
## Анализ эффективности гибридного алгоритма

Для данного алгоритма проводилось тестирование как на произвольных наборах данных, так и на некоторых известных «эталонных» наборах данных – бенчмарках. К таким бенчмаркам относятся: задачи tai12a, tai15a, tai20a, tai25a и ch15a. Число в названии бенчмарка обозначает размер задачи. На рисунке 4 изображены найденные решения в зависимости от размера входных данных – задач (бенчмарков) для разработанного гибридного алгоритма и для алгоритма оптимизации сорной травой. Как видно на рисунке 3, гибридный алгоритм, разработанный в ходе решения поставленной задачи, показывает уверенное преимущество в точности над алгоритмом оптимизации сорной травой.

Также необходимо отметить, что алгоритм сравнивался с наилучшими результатами, полученными на данный момент среди всех алгоритмов для рассматриваемых наборов входных данных (бенчмарков). Для задачи tai12a алгоритм нашел решение полностью совпадающее с наилучшим решением из всех известных на данный момент, для всех алгоритмов, что показывает высокий потенциал гибридного алгоритма и его практическую значимость для решения поставленной задачи. Кроме того, на остальных рассматриваемых бенчмарках, приведенных в таблице 1, гибридный алгоритм показывает результаты очень близкие к наилучшим результатам среди всех алгоритмов (отклонение не более 4,2%).







Р и с. 3. Сравнение точности гибридного алгоритма с методом оптимизации сорной травой

Fig. 3. Comparison of hybrid algorithm accuracy with weed optimization method

Т а б л и ц а 1. Сравнение результатов гибридного алгоритма с лучшими результатами для известных наборов входных данных

Table 1. Comparing hybrid algorithm results with best results for known inputs

	tai12a	tai15a	tai20a	tai25a	ch15a
Наилучшее	224416	388214	703482	1167256	9896
Гибридный	224416	388988	723828	1215868	10070
Отклонение	0%	0,2%	2,89%	4,16%	1,76%



### Заклучение

В ходе проведенной работы был реализован гибридный алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях, построенный на принципах генетического и эволюционного алгоритмов. В результате экспериментальных исследований удалось выяснить, что разработанный гибридный алгоритм показывает превосходство в точности в сравнении с другим эвристическим подходом, широко применяющимся для решения данной задачи.

Кроме того, гибридный алгоритм показывает отклонение в точности решения не более 4,2% от лучших решений известных на данный момент для определенных наборов входных данных (бенчмарков). Для некоторых бенчмарков алгоритм способен найти решение, совпадающее с лучшим решением среди всех алгоритмов.

Разработанный эвристический гибридный алгоритм можно применять при решении квадратичной задачи о назначениях с большими исходными данными (матрицами), потому что, в таком случае, основным аргументом в выборе алгоритма является его точность и скорость работы.

### Список использованных источников

- [1] Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – М.: Физматлит, 2010. – 317 с.
- [2] Нигодин, Е. А. Генетический алгоритм решения задачи о назначениях / Е. А. Нигодин, Е. Е. Полупанова, А. С. Поляков // Прикладная математика XXI века: современные проблемы математики, информатики и моделирования. – Краснодар: Краснодарский ЦНТИ – ф-л ФГБУ «РЭА» Минэнерго России, 2019. – Вып. 1. – Ч. 4. – С. 246-252. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38189427> (дата обращения: 11.04.2021).
- [3] Карпенко, А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой / А. П. Карпенко. – М.: МГТУ имени Н. Э. Баумана, 2014. – 448 с.
- [4] Garey, M. R. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness / M. R. Garey, D. S. Johnson. – W. H. Freeman & Co., USA, 1979. – 338 p.
- [5] Omidbakhsh, M. Solving Quadratic Assignment Problem (QAP) Using Invasive Weed Optimization Algorithm / M. Omidbakhsh, M. Seifbarghy // Journal of Industrial Engineering. – 2011. – Vol. 45, Special Issue – Serial Number 626033. – Pp. 113-125. – URL: [https://aie.ut.ac.ir/article\\_23331.html](https://aie.ut.ac.ir/article_23331.html) (дата обращения: 11.04.2021).
- [6] Črepinšek, M. Replication and comparison of computational experiments in applied evolutionary computing: Common pitfalls and guidelines to avoid them / M. Črepinšek, S.-H. Liu, M. Mernik. – DOI 10.1016/j.asoc.2014.02.009 // Applied Soft Computing. – 2014. – Vol. 19. – Pp. 161-170.
- [7] Eiben, A. E. Introduction to Evolutionary Computing / A. E. Eiben, J. E. Smith. – DOI 10.1007/978-3-662-05094-1 // Natural Computing Series. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. – 300 p.
- [8] Nguyen, T. T. Benchmarking and solving dynamic constrained problems / T. T. Nguyen, Xin Yao. – DOI 10.1109/CEC.2009.4983012 // 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation. – IEEE Press, Trondheim, Norway, 2009. – Pp. 690-697.
- [9] Schütze, O. EVOLVE – A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II / ed. by O. Schütze [и др.]. – DOI 10.1007/978-3-642-31519-0 // Advances in Intelligent Systems and Computing. – Vol. 175. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. – 508 p.
- [10] Villela Tinoco, J. C. *hyDE*: A Hyper-Heuristic Based on Differential Evolution for Solving Constrained Optimization Problems / J. C. Villela Tinoco, C. A. Coello Coello. – DOI 10.1007/978-3-642-31519-0\_17 // EVOLVE – A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II. Advances in Intelligent Systems and Computing; ed. by O. Schütze [и др.]. – Vol. 175. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. – Pp. 267-282.
- [11] Simon, D. Evolutionary Optimization Algorithms / D. Simon. – John Wiley & Sons, Inc., 2013. – 784 p.
- [12] Курейчик, В. В. Биоинспирированный поиск в задачах конструкторского проектирования и оптимизации / В. В. Курейчик, В. В. Бова, В. В. Курейчик // Информационные технологии в науке, образовании и управлении / под ред. Е. Л. Глориозова. – Гурзуф: ООО «Ин-т новых инф. тех.», 2015. – С. 427-432. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23519161> (дата обращения: 11.04.2021). – Рез. англ.
- [13] Курейчик, В. В. Об одном гибридном подходе к решению комбинаторно-логических задач на графах / В. В. Курейчик, Л. В. Курейчик // Труды международного научно-технического Конгресса «Интеллектуальные системы и информационные технологии – 2020» («ИС&ИТ-2020», «IS&IT'20»). – Дивноморское: Изд-во Ступина С.А., 2020. – С. 102-108. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=45435484> (дата обращения: 11.04.2021). – Рез. англ.
- [14] Kureichik, V. V. Application of bioinspired algorithms for solving transcomputational tasks / V. V. Kureichik, I. O. Kurcitys, E. V. Kuliev, E. M. Gerasimenko. – DOI 10.1088/1742-6596/1703/1/012021 // Journal of Physics: Conference Series. – 2020. – Vol. 1703. – Article 012021.
- [15] Kureichik, V. Hybrid Approach for Graph Partitioning / V. Kureichik, D. Zaruba, V. Kureichik. – DOI 10.1007/978-3-319-57261-1\_7 // Artificial Intelligence Trends in Intelligent Systems. CSOC 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing; ed. by R. Silhavy, R. Senkerik, Z. Kominkova Oplatkova, Z. Prokopova, P. Silhavy. – Vol. 573. – Springer, Cham, 2017. – Pp. 64-73.
- [16] Achary, T. A performance study of meta-heuristic approaches for quadratic assignment problem / T. Achary [и др.]. – DOI 10.1002/cpe.6321 // Concurrency and Computation: Practice and Experience. – 2021. – Vol. 33, issue 17. – Article e6321.
- [17] Silva, A. Quadratic assignment problem variants: A survey and an effective parallel memetic iterated tabu search / A. Silva, L. C. Coelho, M. Darvish. – DOI 10.1016/j.ejor.2020.11.035 // European Journal of Operational Research. – 2021. – Vol. 292, issue 3. – Pp. 1066-1084.
- [18] Wu, X. B. Synchronizing time-dependent transportation services: Reformulation and solution algorithm using qua-



dratic assignment problem / X. B. Wu, J. Lu, S. Wu, X. S. Zhou. – DOI 10.1016/j.trb.2021.08.008 // *Transportation Research Part B: Methodological*. – 2021. – Vol. 152. – Pp. 140-179.

- [19] Alza, J. Towards the landscape rotation as a perturbation strategy on the quadratic assignment problem / J. Alza, M. Bartlett, J. Ceberio, J. McCall. – DOI 10.1145/3449726.3463139 // *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*. – Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2021. – Pp. 1405-1413.
- [20] Benavides, X. On the symmetry of the quadratic assignment problem through elementary landscape decomposition / X. Benavides, J. Ceberio, L. Hernando. – DOI 10.1145/3449726.3463191 // *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*. – Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2021. – Pp. 1414-1422.
- [21] Gunawan, A. Hybrid metaheuristics for solving the quadratic assignment problem and the generalized quadratic assignment problem / A. Gunawan, K. M. Ng, K. L. Poh, H. C. Lau. – DOI 10.1109/CoASE.2014.6899314 // 2014 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE). – IEEE Press, New Taipei, Taiwan, 2014. – Pp. 119-124.
- [22] Benjaafar, S. Modeling and Analysis of Congestion in the Design of Facility Layouts / S. Benjaafar. – DOI 10.1287/mnsc.48.5.679.7800 // *Management Science*. – 2002. – Vol. 48, issue 5. – Pp. 679-704.
- [23] Misevičius, A. An improved hybrid optimization algorithm for the quadratic assignment problem / A. Misevičius. – DOI 10.3846/13926292.2004.9637249 // *Mathematical Modelling and Analysis*. – 2004. – Vol. 9, No. 2. – Pp. 149-168.
- [24] Lim, M. H. Extensive Testing of a Hybrid Genetic Algorithm for Solving Quadratic Assignment Problems / M. H. Lim, Y. Yuan, S. Omatu. – DOI 10.1023/A:1019972523847 // *Computational Optimization and Applications*. – 2002. – Vol. 23. – Pp. 47-64.
- [25] Drezner, Z. Heuristic Algorithms for the Solution of the Quadratic Assignment Problem / Z. Drezner // *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*. – 2002. – Vol. 6. – Pp. 163-173.

Поступила 11.04.2021; одобрена после рецензирования 22.05.2021; принята к публикации 15.06.2021.

#### Об авторах:

**Полупанова Елена Евгеньевна**, доцент кафедры вычислительных технологий, факультет компьютерных технологий и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» (350040, Российская Федерация, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149), кандидат технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0364-1132>, jienka@mail.ru

**Нигодин Елисей Алексеевич**, магистрант кафедры вычислительных технологий, факультет компьютерных технологий и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет» (350040, Российская Федерация, Красно-

дарский край, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0898-7335>, apostolje@gmail.com

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

## References

- [1] Gladkov L.A., Kureychik V.V., Kureychik V.M. *Geneticheskie algoritmy* [Genetic Algorithms]. PhysMathLit, Moscow; 2010. 317 p. (In Russ.)
- [2] Nigodin E.A., Polupanova E.E., Polyakov A.S. *Geneticheskij algoritm reshenija zadachi o naznachenijah* [Genetic algorithm for solving the assignment problem]. *Proceedings of the International Conference on Applied Mathematics of the XXI Century: Modern Problems of Mathematics, Computer Science and Modeling*. Issue 1, part 4. Krasnodar; 2019. p. 246-252. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38189427> (accessed 11.04.2021). (In Russ.)
- [3] Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoy* [Modern search optimization algorithms. Nature-inspired algorithms]. BMSTU, Moscow; 2014. 448 p. (In Russ.)
- [4] Garey M.R., Johnson D.S. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman & Co., USA; 1979. 338 p. (In Eng.)
- [5] Omidbakhsh M., Seifbarghy M. Solving Quadratic Assignment Problem (QAP) Using Invasive Weed Optimization Algorithm. *Journal of Industrial Engineering*. 2011; 45(626033):113-125. Available at: [https://aie.ut.ac.ir/article\\_23331.html](https://aie.ut.ac.ir/article_23331.html) (accessed 11.04.2021). (In Eng.)
- [6] Črepinšek M., Liu S.-H., Mernik M. Replication and comparison of computational experiments in applied evolutionary computing: Common pitfalls and guidelines to avoid them. *Applied Soft Computing*. 2014; 19:161-170. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.02.009>
- [7] Eiben A.E., Smith J.E. *Introduction to Evolutionary Computing*. *Natural Computing Series*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2003. 300 p. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05094-1>
- [8] Nguyen T.T., Xin Yao. Benchmarking and solving dynamic constrained problems. *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. IEEE Press, Trondheim, Norway; 2009. p. 690-697. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/CEC.2009.4983012>
- [9] Schütze O., et al. EVOLVE – A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II. In: Ed. by O. Schütze et al. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 175. Springer, Berlin, Heidelberg; 2013. 508 p. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-31519-0>
- [10] Villela Tinoco J.C., Coello Coello C.A. hypDE: A Hyper-Heuristic Based on Differential Evolution for Solving Constrained Optimization Problems. In: Ed. by O. Schütze, et al. *EVOLVE – A Bridge between Probability, Set Oriented Numerics, and Evolutionary Computation II. Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 175. Springer, Berlin, Heidelberg; 2013. p. 267-282. (In Eng.) DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-642-31519-0\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-642-31519-0_17)





- [11] Simon D. Evolutionary Optimization Algorithms. John Wiley & Sons, Inc.; 2013. 784 p. (In Eng.)
- [12] Kureychik V.V., Bova V.V., Kureychik V.V. Bioinspired algorithm for design and optimization problems. In: Ed. by E. L. Gloriov. *Proceedings of the International Conference on Information technologies in science, education and management*. Gurzuf; 2015. p. 427-432. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23519161> (accessed 11.04.2021). (In Russ., abstract in Eng.)
- [13] Kureychik V.V., Kureychik L.V. Summary of some hybrid approach to solving combinatorically logical tasks on graphs. *Proceedings of the International Scientific and Technical Congress on Intelligent Systems and Information Technologies – 2020 (IS&IT-2020)*. Publ. house of Stupin S.A., Divnomorskoye; 2020. p. 102-108. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45435484&pff=1> (accessed 11.04.2021). (In Russ., abstract in Eng.)
- [14] Kureychik V.V., Kursitys I.O., Kuliev E.V., Gerasimenko E.M. Application of bioinspired algorithms for solving transcomputational tasks. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020; 1703:012021. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1703/1/012021>
- [15] Kureychik V., Zaruba D., Kureychik V. Hybrid Approach for Graph Partitioning. In: Ed. by R. Silhavy et al. *Artificial Intelligence Trends in Intelligent Systems. CSOC 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2017; 573:64-73. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-57261-1\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-57261-1_7)
- [16] Achary T., et al. A performance study of meta-heuristic approaches for quadratic assignment problem. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*. 2021; 33(17):e6321. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1002/cpe.6321>
- [17] Silva A., Coelho L.C., Darvish M. Quadratic assignment problem variants: A survey and an effective parallel memetic iterated tabu search. *European Journal of Operational Research*. 2021; 292(3):1066-1084. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.035>
- [18] Wu X.B., Lu J., Wu S., Zhou X.S. Synchronizing time-dependent transportation services: Reformulation and solution algorithm using quadratic assignment problem. *Transportation Research Part B: Methodological*. 2021; 152:140-179. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2021.08.008>
- [19] Alza J., Bartlett M., Ceberio J., McCall J. Towards the landscape rotation as a perturbation strategy on the quadratic assignment problem. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA; 2021. p. 1405-1413. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1145/3449726.3463139>
- [20] Benavides X., Ceberio J., Hernando L. On the symmetry of the quadratic assignment problem through elementary landscape decomposition. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA; 2021. p. 1414-1422. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1145/3449726.3463191>
- [21] Gunawan A., Ng K.M., Poh K.L., Lau H.C. Hybrid meta-heuristics for solving the quadratic assignment problem and the generalized quadratic assignment problem. *2014 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. IEEE Press, New Taipei, Taiwan; 2014. p. 119-124. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1109/CoASE.2014.6899314>
- [22] Benjaafar S. Modeling and Analysis of Congestion in the Design of Facility Layouts. *Management Science*. 2002; 48(5):679-704. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1287/mnsc.48.5.679.7800>
- [23] Misevičius A. An improved hybrid optimization algorithm for the quadratic assignment problem. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2004; 9(2):149-168. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.3846/13926292.2004.9637249>
- [24] Lim M.H., Yuan Y., Omatu S. Extensive Testing of a Hybrid Genetic Algorithm for Solving Quadratic Assignment Problems. *Computational Optimization and Applications*. 2002; 23:47-64. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1019972523847>
- [25] Drezner Z. Heuristic Algorithms for the Solution of the Quadratic Assignment Problem. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*. 2002; 6:163-173. (In Eng.)

Submitted 11.04.2021; approved after reviewing 22.05.2021;  
accepted for publication 15.06.2021.

#### About the authors:

**Elena E. Polupanova**, Associate Professor of the Department of Computational Technologies, Faculty of Computer Technologies and Applied Mathematics, Kuban State University (149 Stavropol'skaya St., Krasnodar 350040, Russian Federation), Ph.D. (Technology), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0364-1132>, jienka@mail.ru

**Elisey A. Nigodin**, Master's degree student of the Department of Computational Technologies, Faculty of Computer Technologies and Applied Mathematics, Kuban State University (149 Stavropol'skaya St., Krasnodar 350040, Russian Federation), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0898-7335>, apostolje@gmail.com

All authors have read and approved the final manuscript.

