УДК 021.8 + 025.1
DOI: 10.25559/SITITO.17.202103.531-540

Научная статья

Моделирование однородной системы передачи данных облегчённого резервирования

Г. Ж. К. Уанкпо
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Российская Федерация
117198, Российская Федерация, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6
gibsonhouankpo@yahoo.fr

Аннотация

В данной работе мы рассматриваем математическую модель восстанавливаемой резервированной системы передачи данных как модель замкнутой однородной системы облегчённого резервирования с одним ремонтным устройством, с экспоненциальной функцией распределения времени безотказной работы и произвольной функцией распределения времени ремонта её элементов. Используя метод дополнительных переменных и метод вариации постоянной с помощью Марковского процесса, были получены ясные аналитические выражения для стационарных вероятностей состояний системы и стационарной вероятности безотказной работы системы. Полученные формулы показали наличие явной зависимости этих характеристик от типов функций распределения времени восстановления элементов системы. Однако численные исследования и анализ построенных графиков показали, что эта зависимость становится исчезающе малой при «быстром» восстановлении элементов системы.

Ключевые слова: надежность резервированных систем, стационарные вероятности состояний системы, стохастическое моделирование, чувствительность

Финансирование: публикация подготовлена при поддержке Программы повышения конкурентоспособности «5-100» и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-37-90137 «Исследование чувствительности характеристик надежности гибридных систем связи к виду функций распределения наработки на отказ и времени восстановления их элементов».

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Уанкпо, Г. Ж. К. Моделирование однородной системы передачи данных облегчённого резервирования / Г. Ж. К. Уанкпо. – DOI 10.25559/SITITO.17.202103.531-540 // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2021. – Т. 17, № 3. – С. 531-540.

Original article

Modeling of a Homogeneous Warm-Standby Data Transmission System

H. G. K. Houankpo
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation
6 Miklukho-Maklaya St., Moscow 117198, Russian Federation
gibsonhouankpo@yahoo.fr

Abstract
In this paper, we consider the mathematical model of the repaired data transmission system as a model of a closed homogeneous warm-standby system with one repair device, with an arbitrary number of data sources with an exponential distribution function of uptime and an arbitrary distribution function of the repair time of its elements. Using the method of additional variables and the method of variation of the constant with the help of the Markov process, explicit analytical expressions were obtained for the steady-state probabilities of the system states and the steady-state probability of failure-free operation of the system. The obtained formulas showed the presence of an explicit dependence of these characteristics on the types of distribution functions of the repair time of the system elements. However, numerical studies and analysis of the plotted graphs have shown that this dependence becomes vanishingly small with a "fast" recovery of system elements.

Keywords: reliability of redundant systems, steady-state probabilities, stochastic modeling, simulation, sensitivity

Funding: The publication was prepared with the support of Global Competitiveness Enhancement Project 5-100 and with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research as an integral part of research project No. 20-37-90137 "Study of the sensitivity of the reliability characteristics of hybrid communication systems to the type of time-to-failure distribution functions and the recovery time of their elements".

The author declares no conflict of interest.

For citation: Houankpo H.G.K. Modeling of a Homogeneous Warm-Standby Data Transmission System. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education.* 2021; 17(3):531-540. DOI: https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202103.531-540

Обозначения [2]:

A – случайная величина (с.в.) экспоненциального распределения времени до отказа основного элемента;

B – с.в., время восстановления отказавшего элемента;

$A(x)$ – функция распределения (ФР) с.в. A;

$B(x)$ – функция распределения (ФР) с.в. B;

$b(x)$ – плотность распределения (ПР) с.в. B;

$\tilde{b}(s)=\int_0^\infty e^{-sx}b(x)dx$ – преобразование Лапласа (ПЛ) плотности $b(x)$;

$E[A]$ – среднее время безотказной работы элемента;

$E[B]$ – среднее время ремонта отказавшего элемента;

$\rho = E[A]/E[B]$ – относительная скорость восстановления;

$\beta(x)=\dfrac{b(x)}{1-B(x)}$ – условная ПР остаточной длительности ремонта элемента, находящегося в ремонте время t (интенсивность восстановления [24]);

λ – параметр экспоненциального распределения времени безотказной работы элемента;

$\alpha_i=\lambda+(n-1-i)\gamma$ – параметр интенсивностей переходов распределения времени безотказной работы элемента, $i=\overline{0,n-1}$ и $\gamma=\overline{\{0;\lambda\}}$.

Введение

В последнее время функционирование различных аспектов современного общества стало критически зависеть от сетей связи [1, 2]. С переносом критически важных объектов в сети связи жизненно важно обеспечить надежность и доступность сетей и систем передачи данных. Ряд предыдущих исследований [3-8] был сосредоточен на анализе надежности различных сложных телекоммуникационных систем[1]. В частности, было проведено исследование надежности систем передачи данных с холодным резервом. Как и в других работах, многих авторов интересует модель надежности.

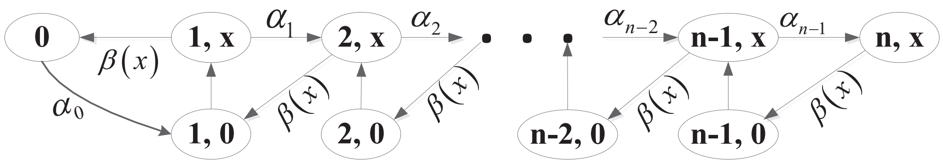
В [9] рассмотрено создание имитационных моделей и средств для поддержки автоматизированного проектирования высоконадежных распределенных компьютерных систем. В [10] была представлена модель отказа линии электропередачи, которая дополнена системой динамических тепловых характеристик, а также были исследованы эффекты неопределенности параметров модели отказа линии, влияние надежности системы и влияние корреляция погодных данных с показателями надежности энергосистемы. В [11] представлен анализ надежности парогазовой газотурбинной. В [12] была представлена структура моделирования угроз на примере исландской системы передачи, что подчеркивает необходимость в улучшенном сборе данных и моделировании интенсивности отказов. В [13] был обсужден результат практики хранения данных и было предложено решение для нахождения матрицы скорости перехода для компонентной модели, когда данные доступны для расчета вероятностей состояний, но данные для оценки скорости перехода либо неполны, либо недоступны. Целью работы [14] является разработка независимой от производителя модели для исследования надежности системы и анализа чувствительности доступности системы. В [15] был сфокусирован на вышеупомянутой проблеме и предложен метод уточнения моделирования, основанный на методе вероятностной оценки риска, который может синтетически принять дерево событий, дерево отказов, динамическое дерево отказов. и байесовские сети для моделирования и анализа вышеуказанных характеристик, пример в этой статье показывает эффективность предложенного метода, и этот метод может использоваться в качестве справочного материала для моделирования и оценки срока службы и надежности спутника. В [16] был предложен улучшенный метод отслеживания снижения производительности при длительной эксплуатации. В [17] был рассмотрен метод имитационного моделирования для моделирования надежности сложной системы посредством моделирования профиля миссии, моделирования профиля окружающей среды и методов моделирования динамической надежности. В [18] были представлены методы моделирования и оценки, позволяющие оптимизировать надежность многопроцессорной системы на кристалле (MPSoC) с учетом температуры. И, например, [19], в котором была представлена новая модель надежности для резервной конфигурации горячего резерва с блоками, которые первоначально работают в активном режиме, а затем, при включении первоначально резервных блоков, переводятся в режим горячего резервирования.

В данной работе обобщены результаты предыдущих исследований для случая так называемого облегченного резервирования системы и произведен расчет и сравнение стационарных характеристик надежности для разных типов резервов. Целью работы является математическое моделирование системы облегченного резерва с произвольной функцией распределения B (x) и соответствующей плотностью распределения b (x) времени ремонта её элементов, а также экспоненциальным распределением времени безотказной работы её элементов с параметром α_i.

Описание модели и постановка задачи

Мы рассматриваем замкнутую однородную систему холодного резервирования с экспоненциальной функцией распределения времени безотказной работы и произвольной функцией распределения времени ремонта её элементов, который, согласно измененным обозначениям Кендалла [20], будет обозначаться как $<M_n/GI/1>$. Система состоит из n однотипных каналов передачи данных с одним ремонтным устройством. В данной работе будет рассмотрена зависимость вероятности безотказной работы системы от относительной скорости восстановления с разными коэффициентами вариации.

[1] Рыков В. В., Чан Ань Нгиа. О чувствительности характеристик надежности систем к виду функций распределения времени безотказной работы и восстановления их элементов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. 2014. № 3. С. 65-77. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=21757061 (дата обращения: 10.08.2021).



Р и с. 1. Граф интенсивностей переходов

F i g. 1. Transition Intensity Graph

В данной системе, резервные элементы находящиеся в менее нагруженном режим, чем основной элемент. Так как, из интенсивности перехода, при изменении параметра $\gamma = \{0;\ldots;\lambda;\ldots\}$ можно попасть в холодный резерв или горячий резерв. Кроме того, система удовлетворяет следующим предположениям:

При $\gamma = 0$, то есть холодный резерв:

Предположение 1: первоначально, работает в системе только один элемент (основный элемент);

Предположение 2: при работе основного элемента, резервные элементы находятся в холодном резерве;

Предположение 3: резервный элемент участвует в функционировании системы только после отказа основного

Предположение 4: отказавшие компоненты поступают в ремонт по одному.

Мы можем разделить систему под холодным резервом на следующие состояния:

Состояние 0: один (основной) элемент работает, $n-1$ находятся в холодном резерве; ·

Состояние 1: Один элемент вышел из строя и ремонтируется, один — работает, $n-2$ находятся в холодном резерве;

Состояние i : i вышли из строя i элементы, один ремонтируется, $i-1$ ждет (ждут) своей очереди на ремонт, один — работает, $n-i-1$ находятся в холодном резерве, $i = \overline{2, n-1}$;

Состояние n : Все элементы вышли из строя, один ремонтируется, остальные ждут своей очереди на ремонт.

При $\gamma = \lambda$, то есть горячий резерв:

Предположение 1: первоначально резервные элементы участвуют в функционировании системы наравне с основным;

Предположение 2: отказавшие компоненты поступают в ремонт по одному.

Мы можем рассмотреть следующие состояния системы под горячим резервом:

Состояние 0: все компоненты работают; ·

Состояние 1: один элемент отказал и находится в ремонте, $n-1$ элементов работают;

Состояние i : i вышли из строя i элементы, один ремонтируется, $i-1$ ждет (ждут) своей очереди на ремонт, один — работает, $n-i$ элементов работают, $i = \overline{2, n-1}$;

Состояние n : Все элементы вышли из строя, один ремонтируется, остальные ждут своей очереди на ремонт.

Задача — найти явные аналитические выражения для стационарного распределения вероятностей состояний системы и для стационарной вероятности безотказной работы системы как в общем случае, так и для некоторых частных случаев распределений. Для этого рассмотрим случайный процесс $v(t)$ число отказавших элементов системы в момент времени t, и множество состояний системы $\varepsilon = \{0,1,2,\ldots,n\}$. Для марковизации этого процесса, то есть для описания поведения системы с помощью Марковского процесса (МП) [9], введём дополнительную переменную $x(t) \in R_+$ – время, затраченное в момент t на ремонт отказавшего элемента, и воспользуемся расширенным пространством состояний $E = \varepsilon \times R_+^2$. В результате получим двумерный [10] процесс $(v(t), x(t))$ с расширенным пространством состояний $E = \{(0),(1,x),(2,x),\ldots,(n,x)\}$.

Обозначим через $p_0(t)$ вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии $i = 0$, и через $p_i(t,x)$ – ПР (по непрерывной компоненте) вероятностей того, что в момент времени t система находится в состоянии i, и время, затраченное на ремонт отказавшего элемента, находится в интервале $(x, x+dx)$,

$$p_0(t) = p\{v(t) = 0\}, \tag{1}$$

$$p_i(t,x)dx = p\{v(t) = i, x < x(t) < x+dx\}, i = \overline{1,n}. \tag{2}$$

Рассмотрим вероятности некоторых событий, которые будут использоваться в дальнейших расчетах.

Первое событие: за время Δ прибор сломается, при условии, что он отработал x единиц времени безотказной работы.

$$p\{x \le A \le x+\Delta | A \ge x\} = \frac{p\{x \le A \le x+\Delta\}}{p\{A \ge x\}} =$$

$$= \frac{A(x+\Delta) - A(x)}{1 - p\{A < x\}} = \frac{a(x)\Delta}{1 - A(x)} = \frac{\alpha_i e^{-\alpha_i x}\Delta}{e^{-\alpha_i x}} = \alpha_i \Delta + o(\Delta)$$

Второе событие: начиная с рассматриваемого момента времени, за время Δ прибор восстановится, при условии, что он находился в ремонте x единиц времени

$$p\{x \le B \le x+\Delta | B \ge x\} = \frac{p\{x \le B \le x+\Delta\}}{p\{B \ge x\}} =$$

$$= \frac{B(x+\Delta) - B(x)}{1 - p\{B < x\}} = \frac{B(x)\Delta}{1 - B(x)} = \beta(x)\Delta + o(\Delta)$$

Теорема 1. Стационарные вероятности состояния восстанавливаемой системы имеет вид:

$$p_0 = C_1 \frac{\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_0}; \quad p_1 = C_1 \frac{1-\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_1}$$

$$p_i = C_1 \left(\psi_i \frac{1-\tilde{b}(\alpha_i)}{\alpha_i} + \sum_{j=1}^{i-1} (-1)^{i-j} \left(\prod_{k=j}^{i-1} \frac{\alpha_k}{\alpha_j - \alpha_{k+1}} \right) \psi_j \frac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j} \right); \quad i = \overline{2, n-1}; \quad n > 2$$

$$p_n = \begin{cases} C_1 \left(\psi_n E[B] - \psi_{n-1} \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}} \right); \quad n = 2 \\ C_1 \left(\psi_n E[B] - \psi_{n-1} \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}} + \sum_{j=1}^{n-2} (-1)^{n-j} \left(\prod_{k=j}^{n-2} \dfrac{\alpha_{k+1}}{\alpha_j - \alpha_{k+1}} \right) \psi_j \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j} \right); \quad n > 2 \end{cases}$$

Доказательство. Из (1) и (2) с помощью правила полной вероятности мы переходим к прямой системе дифференциальных уравнений Колмогорова, которая позволяет найти стационарные вероятности состояний рассматриваемой системы. Используя формулу полной вероятности и переходя к пределу при $\Delta \to 0$, мы выводим следующие системы дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \alpha_0 p_0 = +\int\limits_0^\infty p_1(x)\beta(x)dx \\ \dfrac{dp_1(x)}{dx} = -p_1(x)\left(\alpha_1 + \beta(x)\right) \\ \dfrac{dp_i(x)}{dx} = -p_i(x)\left(\alpha_i + \beta(x)\right) + \alpha_{i-1}p_{i-1}(x); \ i = \overline{2, n-1} \\ \dfrac{dp_n(x)}{dx} = -p_n(x)\beta(x) + \alpha_{n-1}p_{n-1}(x) \end{cases} \quad (3)$$

С граничными условиями:

$$p_1(0) = \alpha_0 p_0 + \int\limits_0^\infty p_2(x)\beta(x)dx \ , \quad (4)$$

$$p_i(0) = \int\limits_0^\infty p_{i+1}(x)\beta(x)dx; \ i = \overline{2, n-1}. \quad (5)$$

Эта система позволяет нам находить вероятности состояний [21] рассматриваемой системы. Мы предполагаем, что для описанного процесса существует стационарное распределение вероятностей при $t \to \infty$. Приступим к решению полученной системы балансовых уравнений методом постоянной вариации[2]. Отсюда мы находим стационарные вероятности макро-состояний. В результате получаем следующие аналитические выражения для стационарных вероятностей состояний восстановляемой системы в следующем в следующем виде:

$$p_0 = C_1 \frac{\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_0}; \ \ p_1 = C_1 \frac{1-\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_1}$$

$$p_i = C_1\left(\psi_i \frac{1-\tilde{b}(\alpha_i)}{\alpha_i} + \sum_{j=1}^{i-1}(-1)^{i-j}\left(\prod_{k=j}^{i-1}\frac{\alpha_k}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j \frac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j}\right); \ i = \overline{2, n-1}; \ n > 2$$

$$p_n = \begin{cases} C_1\left(\psi_n E[B] - \psi_{n-1}\dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}}\right); \ n = 2 \\ C_1\left(\psi_n E[B] - \psi_{n-1}\dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}} + \sum\limits_{j=1}^{n-2}(-1)^{n-j}\left(\prod\limits_{k=j}^{n-2}\dfrac{\alpha_{k+1}}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j}\right); \ n > 2 \end{cases}$$

Где $E[\mathrm{B}]-$ математическое ожидание с.в. времени ремонта отказавшего элемента. Используя условие нормировки $\sum\limits_{i=0}^{n} p_i = 1$ найдем константу C_1.

$$C_1 = \left(\frac{\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_0} + \frac{1-\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_1} + \psi_n E[B] - \psi_{n-1}\frac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}}\right)^{-1}; \ n = 2$$

$$C_1 = \left(\begin{array}{l} \dfrac{\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_0} + \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_1)}{\alpha_1} + \sum\limits_{i=2}^{n-1}\left(\psi_i \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_i)}{\alpha_i} + \sum\limits_{j=1}^{i-1}(-1)^{i-j}\left(\prod\limits_{k=j}^{i-1}\dfrac{\alpha_k}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j}\right) + \\ + \left(\psi_n E[\mathrm{B}] - \psi_{n-1}\dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_{n-1})}{\alpha_{n-1}} + \sum\limits_{j=1}^{n-2}(-1)^{n-j}\left(\prod\limits_{k=j}^{n-2}\dfrac{\alpha_{k+1}}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j \dfrac{1-\tilde{b}(\alpha_j)}{\alpha_j}\right) \end{array}\right)^{-1}; \ n > 2$$

$$\psi_2 = \psi_1 = 1; \ \ n = 2$$

$$\psi_2 = \left(1 - \left(1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}\right)\tilde{b}(\alpha_1)\right)\frac{1}{\tilde{b}(\alpha_2)}; \ \ n > 2$$

$$\psi_n = \psi_{n-1}\left(1 + \tilde{b}(\alpha_{n-1})\right) + \sum_{j=1}^{n-2}(-1)^{n-1-j}\left(\prod_{i=j}^{n-2}\frac{\alpha_i}{\alpha_j - \alpha_{i+1}}\right)\psi_j - \sum_{j=1}^{n-2}(-1)^{n-j}\left(\prod_{i=j}^{n-2}\frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_j - \alpha_{i+1}}\right)\psi_j \tilde{b}(\alpha_j); \ n > 2$$

$$\psi_{i+1} = \left(\psi_i + \sum_{j=1}^{i-1}(-1)^{i-j}\left(\prod_{k=j}^{i-1}\frac{\alpha_k}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j - \sum_{j=1}^{i}(-1)^{i+1-j}\left(\prod_{k=j}^{i}\frac{\alpha_k}{\alpha_j - \alpha_{k+1}}\right)\psi_j \tilde{b}(\alpha_j)\right)\frac{1}{\tilde{b}(\alpha_{i+1})}; \ i = \overline{2, n-2}; \ n > 3$$

Как видно из приведенных выражений, имеется зависимость стационарных вероятностей состояний системы от вида распределений времени ремонта. Однако эта зависимость становится исчезающе малой при «быстром» ремонте отказавших элементов, т.е. с ростом относительной скорости восстановления ρ. Численные и графические результаты приведены в следующем разделе [22-25].

Пример. Численный анализ модели

Рассмотрим частные случаи модели при $n = 2; \ E[A] = 20; \ E[B] = 1; \ c = \{0.5; 1; 2\}$ с следующими распределениями времени ремонта: вейбулл-гнеденко (WG), Парето (PAR), Гамма (G) и Логнормальное (LN).

В Таблице 1, приведены значения вероятности безотказной работы восстанавливаемой системы холодного и горячего резервирования.

Т а б л и ц а 1. **Значения вероятности безотказной работы восстанавливаемой системы** $1-p_2$

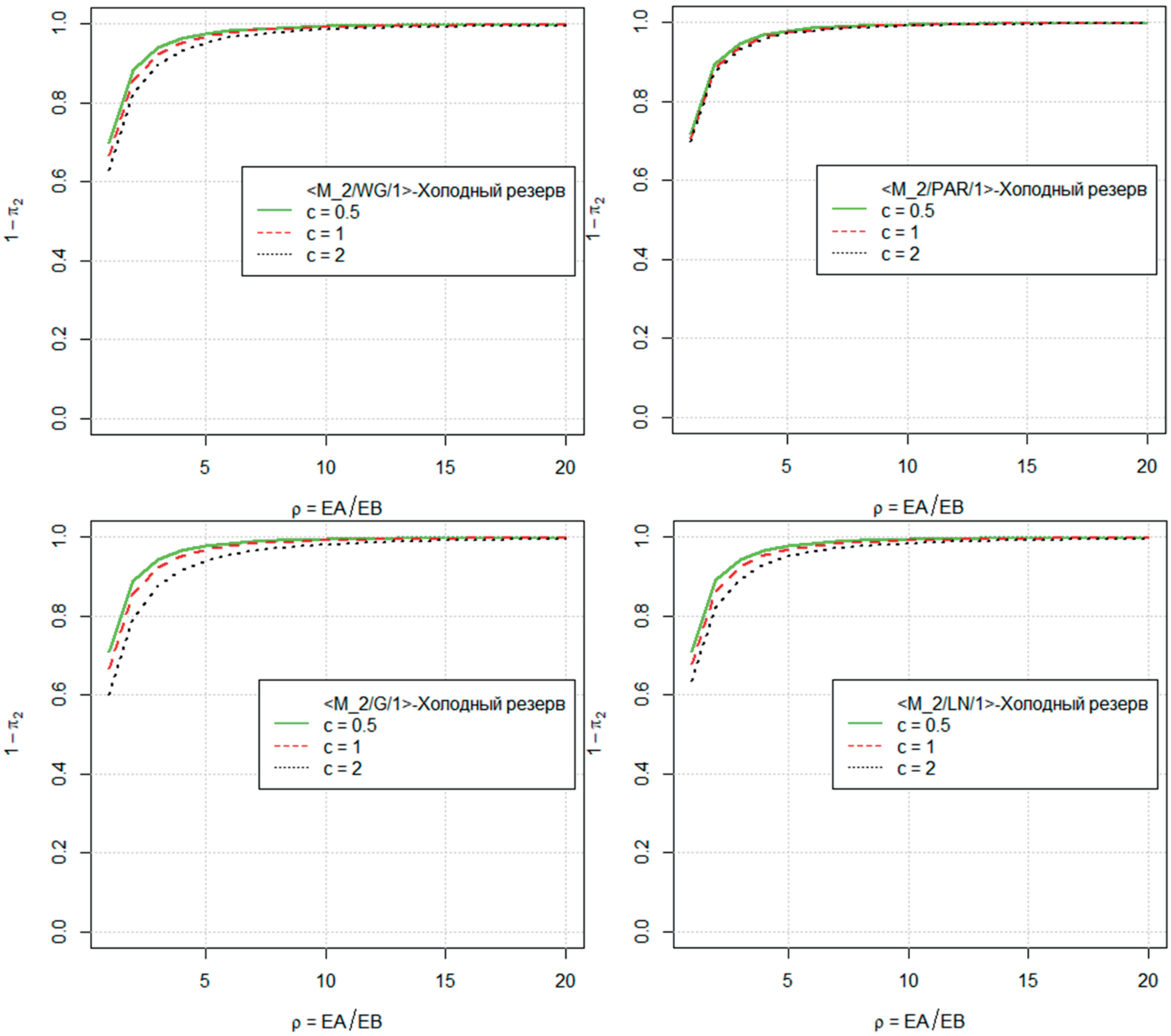
T a b l e 1. **Values of the probability of non-failure operation of the restored system 1 –** p_2

		C1		
		0.5	1	2
WG	$\gamma = 0$	0.9983066	0.9976247	0.9959706
	$\gamma = \lambda$	0.9967741	0.9954751	0.9923235
PAR	$\gamma = 0$	0.9984997	0.9980036	0.9974742
	$\gamma = \lambda$	0.9971422	0.996197	0.9951884
G	$\gamma = 0$	0.998478	0.9976247	0.9945867
	$\gamma = \lambda$	0.9971008	0.9954751	0.9896862
LN	$\gamma = 0$	0.9984795	0.9976577	0.995211
	$\gamma = \lambda$	0.9971037	0.9955379	0.990876

Видно, что для всех рассматриваемых распределений, чем меньше коэффициент вариации, тем больше вероятность безотказной работы системы. Также холодный режим является лучшим режимом и модель с Парето распределения времени ремонта является самой надежной моделью [25].

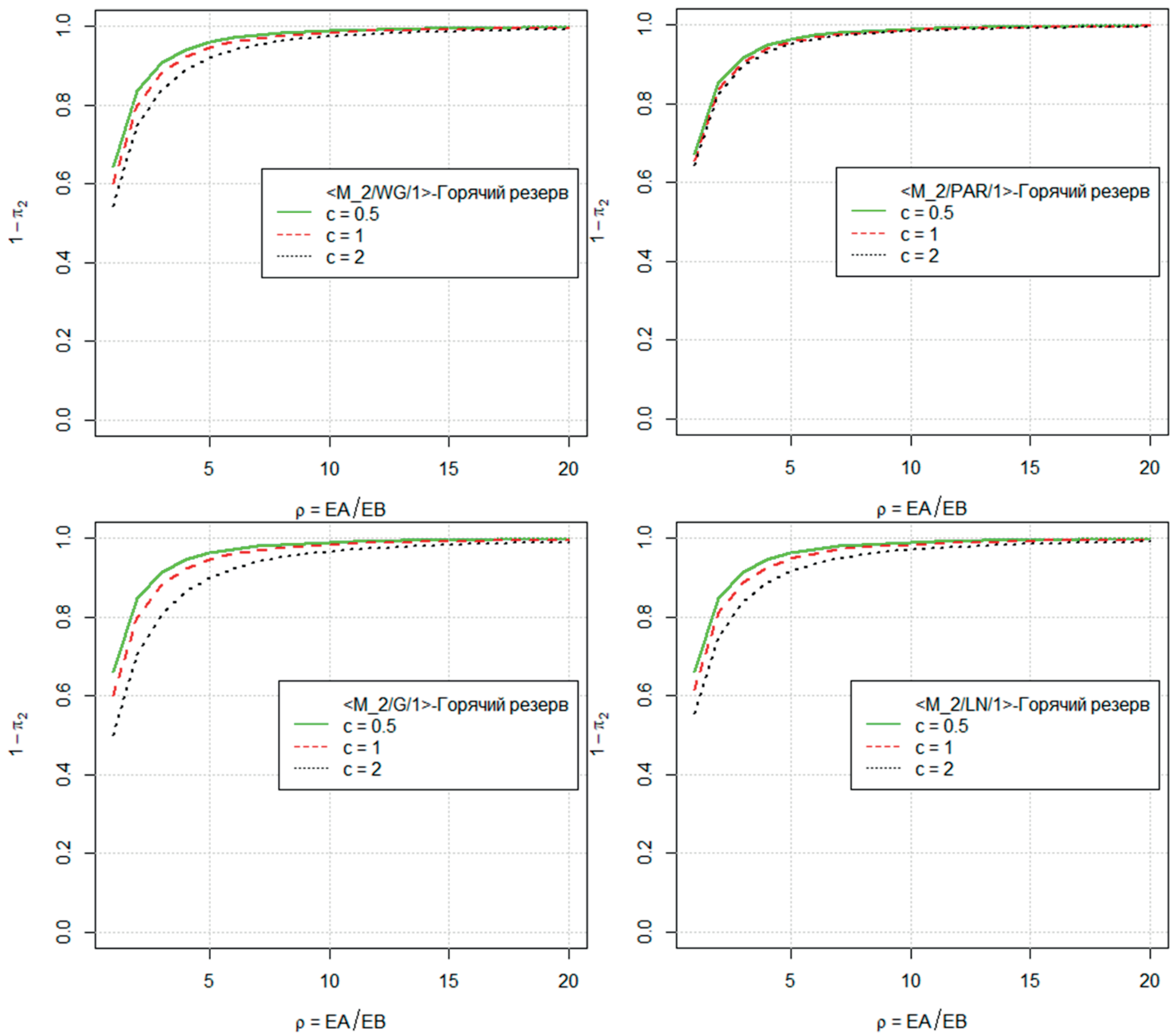
[2] Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. 4-е изд. М.-Л.: ГИТТЛ, 1952. 232 с.

В рисунке 2 и 3 представлены графики зависимости вероятности безотказной работы системы соответственно холодного и горячего резервирования с разными коэффициентами вариации от относительной скорости восстановления. Далее в рисунке 4 графики зависимости вероятности безотказной работы системы холодного и горячего резервирования с коэффициентом вариации, который имеет самый лучший вероятность безотказной работы системы от относительной скорости восстановления ρ .



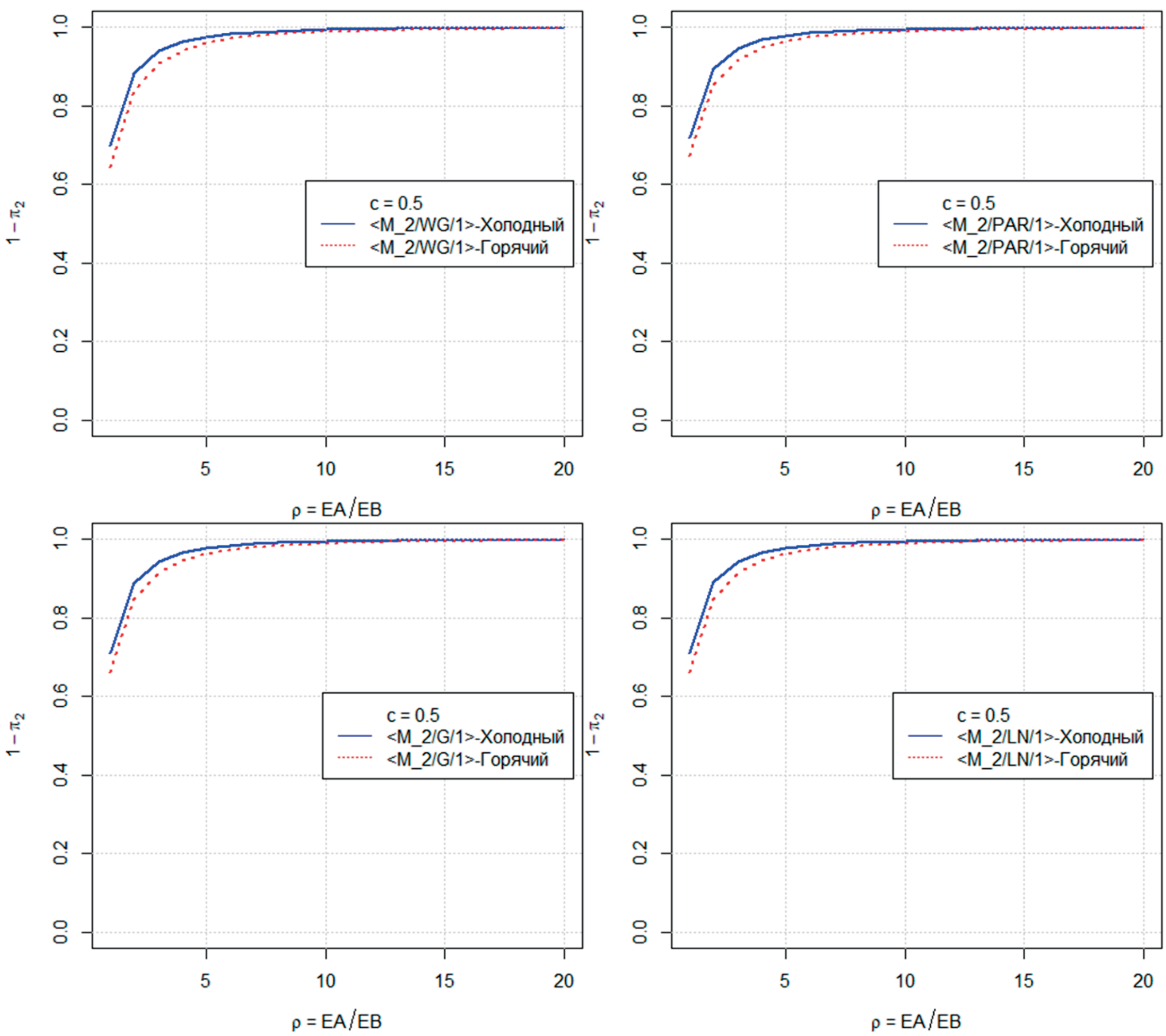
Р и с. 2. Графики зависимости вероятности безотказной работы системы $1-p_2$ холодного резервирования от ρ

F i g. 2. Graphs of the dependence of the probability of non-failure operation of the cold backup system $1-p_2$ on ρ



Р и с. 3. Графики зависимости вероятности безотказной работы системы $1-p_2$ горячего резервирования от ρ

F i g. 3. Graphs of the dependence of the probability of non-failure operation of the hot backup system $1-p_2$ on ρ



Р и с. 4. Графики зависимости вероятности безотказной работы системы $1-p_2$ холодного и горячего резервирования от ρ

F i g. 4. Graphs of the dependence of the probability of non-failure operation of the cold and hot backup system $1-p_2$ on ρ

Графические результаты подтверждают вышеприведенный вывод о том, что чем меньше коэффициент вариации, тем больше вероятность безотказной работы системы. Далее холодный режим, и модель с Парето распределения времени ремонта являются соответственно лучшим режимом и самой надежной моделью. А также при «быстром» восстановлении отказавшего элемента, зависимость стационарных вероятностей состояний системы от типа распределения времени ремонта становится исчезающе малой, то есть высокая асимптотическая нечувствительность вероятности безотказной работы системы [22-25].

Заключение

Для восстанавливаемой замкнутой однородной резервированной системы $< M_n / GI / 1 >$ облегчённого резервирования с одним ремонтным устройством, с экспоненциальной ФР в.б.р. её элементов и произвольным законом распределения времени их ремонта. Были получены явные аналитические выражения для стационарного распределения вероятностей состояний системы как в общем случае, так и для некоторых частных случаев распределений (таких как распределение Вейбулла-Гнеденко, распределение Парето, Гамма распределения и логнормальное распределение). Полученные формулы показывают, что имеется зависимость стационарных вероятностей состояний системы от вида распределений времени ремонта. Однако эта зависимость становится исчезающе малой при «быстром» ремонте отказавших элементов, т.е. с ростом относительной скорости восстановления.

Численный анализ показывает, что чем меньше коэффициент вариации, тем больше вероятность безотказной работы системы. Далее холодный режим, и модель с Парето распределения времени ремонта являются соответственно лучшим режимом и самой надежной моделью. А также при «быстром» восстановлении отказавшего элемента, зависимость стационарных вероятностей состояний системы от типа распределения времени ремонта становится исчезающе малой, то есть высокая асимптотическая нечувствительность вероятности безотказной работы системы.

Список сокращений

ФР – функция распределения

в.б.р. – время безотказной работы

References

[1] Ahmed W., Hasan O., Pervez U., Qadir J. Reliability modeling and analysis of communication networks. *Journal of Network and Computer Applications*. 2017; 78(C):191-215. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.11.008

[2] Ometov A., Kozyrev D.V., Rykov V.V., Andreev S., Gaidamaka Y.V., Koucheryavy Y. Reliability-Centric Analysis of Offloaded Computation in Cooperative Wearable Applications. *Wireless Communications and Mobile Computing*. 2017; 2017:9625687. 15 p. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1155/2017/9625687

[3] Rykov V.V., Kozyrev D.V., Zaripova E. Modeling and Simulation of Reliability Function of a Homogeneous Hot Double Redundant Repairable System. In: Ed. by Z. Z. Paprika, P. Hora´k, K. Va´radi, P. T. Zwierczyk, ´A. Vidovics-Dancs, J. P. R´adics. *Proceedings of the 31st European Conference on Modelling and Simulation ECMS2017* (May 23-26, 2017, Budapest, Hungary). Germany, Digitaldruck Pirrot GmbH.; 2017. p. 701-705. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.7148/2017-0701

[4] Houankpo H.G.K., Kozyrev D.V. Sensitivity Analysis of Steady State Reliability Characteristics of a Repairable Cold Standby Data Transmission System to the Shapes of Lifetime and Repair Time Distributions of its Elements. *CEUR Workshop Proceedings.* 2017; 1995:107-113. Available at: http://ceur-ws.org/Vol-1995/paper-15-970.pdf (accessed 10.08.2021). (In Eng.)

[5] Efrosinin D., Rykov V.V. Sensitivity Analysis of Reliability Characteristics to the Shape of the Life and Repair Time Distributions. In: Ed. by A. Dudin, A. Nazarov, R. Yakupov, A. Gortsev. *Information Technologies and Mathematical Modelling. ITMM 2014. Communications in Computer and Information Science.* 2014; 487:101-112. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-13671-4_13

[6] Rykov V., Efrosinin D., Vishnevsiy V. On Sensitivity of Reliability Models to the Shape of Life and Repair Time Distributions. *2014 Ninth International Conference on Availability, Reliability and Security.* IEEE Press, Fribourg, Switzerland; 2014. p. 430-437. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/ARES.2014.65

[7] Rykov V.V., Kozyrev D.V. Analysis of Renewable Reliability Systems by Markovization Method. In: Ed. by V. Rykov, N. Singpurwalla, A. Zubkov. *Analytical and Computational Methods in Probability Theory. ACMPT 2017. Lecture Notes in Computer Science.* 2017; 10684:210-220. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-71504-9_19

[8] Rykov V., Kozyrev D. On Sensitivity of Steady-State Probabilities of a Cold Redundant System to the Shapes of Life and Repair Time Distributions of Its Elements. In: Ed. by J. Pilz, D. Rasch, V. Melas, K. Moder. *Statistics and Simulation. IWS 2015. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics.* 2018; 231:391-402. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-76035-3_28

[9] Parshutina S.A., Bogatyrev V.A. Models to support design of highly reliable distributed computer systems with redundant processes of data transmission and handling. *2017 International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS).* IEEE Press, St. Petersburg, Russia; 2017. p. 96-99. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/ITMQIS.2017.8085772

[10] Teh J., Lai C.-M., Cheng Y.-H. Impact of the Real-Time Thermal Loading on the Bulk Electric System Reliability. *IEEE Transactions on Reliability*. 2017; 66(4):1110-1119. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/TR.2017.2740158

[11] Lisnianski A., Laredo D., BenHaim H. Multi-state Markov Model for Reliability Analysis of a Combined Cycle Gas Turbine Power Plant. *2016 Second International Symposium on Stochastic Models in Reliability Engineering, Life Science and Operations Management (SMRLO).* IEEE Press, Beer Sheva, Israel; 2016. p. 131-135. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/SMRLO.2016.31

[12] Perkin S., et al. Framework for Threat Based Failure Rates in Transmission System Operation. *2016 Second International Symposium on Stochastic Models in Reliability Engineering, Life Science and Operations Management (SMRLO).* IEEE Press, Beer Sheva, Israel; 2016. p. 150-158. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/SMRLO.2016.34

[13] Singh C. Assigning transition rates to unit models with incomplete data for power system reliability analysis. *2015 Annual IEEE India Conference (INDICON).* New Delhi, India; 2015. p. 1-5. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/INDICON.2015.7443163

[14] Tourgoutian B., Yanushkevich A., Marshall R. Reliability and availability model of offshore and onshore VSC-HVDC transmission systems. *11th IET International Conference on AC and DC Power Transmission.* IEEE Press, Birmingham; 2015. p. 1-8. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1049/cp.2015.0101

[15] Li X., Ao N., Wu L. The refining reliability modeling method for the satellite system. *2014 10th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS).* IEEE Press, Guangzhou, China; 2014. p. 484-488. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/ICRMS.2014.7107244

[16] Xu M., Zeng S., Guo J. Reliability modeling of a jet pipe electrohydraulic servo valve. *2014 Reliability and Main-*

tainability Symposium. IEEE Press, Colorado Springs, CO, USA; 2014. p. 1-6. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/RAMS.2014.6798480

[17] Cao J., Wang Q., Shen Y. Research on modeling method of complex system mission reliability simulation. *2012 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering.* Chengdu, China; 2012. p. 307-311. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/ICQR2MSE.2012.6246242

[18] Gu Z., Zhu C., Shang L., Dick R.P. Application-Specific MPSoC Reliability Optimization. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems.* 2008; 16(5):603-608. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/TVLSI.2008.917574

[19] Huang W., Loman J., Song T. Reliability modeling of A warm standby redundancy configuration with active → standby → active units. *2014 Reliability and Maintainability Symposium.* IEEE Press, Colorado Springs, CO, USA; 2014. p. 1-5. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/RAMS.2014.6798473

[20] Kendall D.G. Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain. *The Annals of Mathematical Statistics.* 1953; 24(3):338-354. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1214/aoms/1177728975

[21] Sevast'yanov B.A. An Ergodic Theorem for Markov Processes and Its Application to Telephone Systems with Refusals. *Teoriya Veroyatnostei i ee Primeneniya* = Theory of Probability & Its Applications. 1957; 2(1):104-112. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1137/1102005

[22] Houankpo H.G.K., Kozyrev D.V., Nibasumba E., Mouale M.N.B., Sergeeva I.A. A Simulation Approach to Reliability Assessment of a Redundant System with Arbitrary Input Distributions. In: Ed. by V. M. Vishnevskiy, K. E. Samouylov, D. V. Kozyrev. Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2020. *Lecture Notes in Computer Science.* 2020; 12563:380-392. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-66471-8_29

[23] Houankpo H.G.K., Kozyrev D.V., Nibasumba E., Mouale M.N.B. Reliability Analysis of a Homogeneous Hot Standby Data Transmission System. In: Ed. by P. Baraldi, F. Di Maio, E. Zio. *Proceedings of the 30th European Safety and Reliability Conference and 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference (ESREL2020 PSAM15).* Research Publishing, Singapore; 2020. p. 1-8. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.3850/978-981-14-8593-0 5755-cd

[24] Houankpo H.G.K., Kozyrev D.V., Nibasumba E., Mouale M.N.B. Mathematical Model for Reliability Analysis of a Heterogeneous Redundant Data Transmission System. *2020 12th International Congress on Ultra-Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT).* Brno, Czech Republic; 2020. p. 189-194. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1109/ICUMT51630.2020.9222431

[25] Houankpo H.G.K., Kozyrev D. Reliability Model of a Homogeneous Warm-Standby Data Transmission System with General Repair Time Distribution. In: Ed. by V. Vishnevskiy, K. Samouylov, D. Kozyrev. *Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2019. Lecture Notes in Computer Science.* 2019; 11965:443-454. Springer, Cham. (In Eng.) DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-36614-8_34

Поступила 10.08.2021; одобрена после рецензирования 17.09.2021; принята к публикации 20.09.2021.
Submitted 10.08.2021; approved after reviewing 17.09.2021; accepted for publication 20.09.2021.

Об авторе:

Уанкпо Гектор Жибсон Кинманон, аспирант кафедры прикладной информатики и теории вероятностей, факультет физико-математических и естественных наук, ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (117198, Российская Федерация, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6), **ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1399-3817,** gibsonhouankpo@yahoo.fr

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the author:

Hector G. K. Houankpo, Postgraduate Student of the Department of Applied Probability and Informatics, Faculty of Science, Peoples' Friendship University of Russia (6 Miklukho-Maklaya St., Moscow 117198, Russian Federation), **ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1399-3817,** gibsonhouankpo@yahoo.fr

The author has read and approved the final manuscript.