

Исследование алгоритмов траекторного управления роботом манипулятором

И. В. Василенко*, А. О. Ведякова

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Адрес: 199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9

* vasilira13@yandex.ru

Аннотация

Промышленные роботы-манипуляторы широко используются в производстве и область их применения постоянно расширяется. Одним из наиболее распространенных режимов работы роботов-манипуляторов является движение вдоль заданной траектории. В статье проводится сравнительный анализ четырех схем траекторного управления, три из которых представляют собой ПД (пропорционально-дифференцирующие) регуляторы, а последняя основана на скользящем режиме. На основе модели трехзвенного робота-манипулятора разработан имитационный моделирующий комплекс с использованием интегрированной среды MATLAB Simulink, который позволяет проводить вычислительные эксперименты с замкнутой системой управления манипулятора. С использованием комплекса исследована работа рассматриваемых схем управления. Изучалось влияние параметрических возмущений в модели объекта управления и сигнальных возмущений типа белый шум, высокочастотный гармонический сигнал, случайные единичные помехи. Сформулированы методические рекомендации по использованию и настройке регуляторов. Рассмотренные схемы управления применимы к различным роботам последовательной кинематики

Ключевые слова: траекторное управление, трехзвенный робот-манипулятор, управление в скользящем режиме, ПД-регулятор, сравнительный анализ

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-07-00531 «Разработка теоретических основ, практических методов и цифровых технологий для решения задач многоцелевого интеллектуального управления подвижными объектами».

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Василенко И. В., Ведякова А. О. Исследование алгоритмов траекторного управления роботом манипулятором // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 1. С. 62-71. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202201.62-71>

© Василенко И. В., Ведякова А. О., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Research of Trajectory Control Algorithms for a Robotic Manipulator

I. V. Vasilenko*, A. O. VEDIKOVA

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russian Federation
Address: 7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation
* vasilira13@yandex.ru

Abstract

Industrial robots are widely used in manufacturing and their application field is constantly expanding. The movement along a given trajectory is one of the most common modes of robotic manipulators' operation. The paper presents a comparative analysis of four trajectory control schemes, three are PD (proportional-derivative) controllers, and the last one is based on a sliding mode. Using the three-link robot-manipulator model, a simulation modeling complex was developed using the MATLAB Simulink, which allows conducting computational experiments with the closed-loop control system of the manipulator. With that complex, the performance of the considered control schemes was investigated. The effect of parametric perturbations in the manipulator model and signal disturbances, such as a white noise, high frequency harmonic signal, random single interference were studied. Methodical recommendations were formulated for the controller's application and tuning. The considered control schemes are applicable to various robots of series kinematics.

Keywords: trajectory control, three-link robot-manipulator, sliding mode control, PD control, comparative analysis

Funding: The study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research within the framework of the scientific project No. 20-07-00531 "Development of Theoretical Foundations, Practical Methods and Digital Technologies for Solving Problems of Multi-Purpose Intelligent Control of Mobile Objects".

The authors declare no conflict of interest.

For citation: Vasilenko I.V., VEDIKOVA A.O. Research of Trajectory Control Algorithms for a Robotic Manipulator. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022; 18(1):62-71. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202201.62-71>



Введение

В настоящее время в России, как и во всем мире, широкое распространение получили промышленные роботы-манипуляторы. С каждым годом возрастают требования к качеству выпускаемой на производстве продукции, необходимо повышение быстродействия, а также точности движений.

Манипуляционные роботы с высокой точностью позиционирования (статической точностью) зачастую не обладают достаточной динамической точностью. При этом задача повышения динамической точности остается актуальной.

За последние годы научные разработки и технологии повышения энергоэффективности, усовершенствования вычислительной техники, датчиков и других измерительных устройств оказали большое влияние на развитие мобильной робототехники. Одним из наиболее распространенных режимов работы автономных систем является движение вдоль заданной траектории.

Во множестве публикаций, таких как [1-9], описано большое количество различных алгоритмов траекторного управления¹ и возникает вопрос: какой из алгоритмов применять в различных условиях?

В данной работе рассматриваются пропорционально дифференциальные (ПД) регуляторы и алгоритмы управления на основе скользящего режима, принципы работы которых описаны в статьях [10-19] и книгах² [20]. Основные понятия и вопросы моделирования систем и синтеза управлений для роботов-манипуляторов освещены в книге [21], где также описаны различные типы устройства роботов и их области применения. Методы формирования уравнений динамики роботов-манипуляторов описаны в работах [22-25], в том числе эффективных в вычислительном плане уравнений динамики³. Аспекты программной реализации изучаемых вопросов в широко распространенной среде MATLAB-Simulink детально освещены в книге Е. Веремея⁴.

Основная цель работы состоит в выработке методических рекомендаций по настройке параметров регуляторов и выбору наиболее подходящего в данных условиях алгоритма управления.

Работа имеет следующую структуру. В первом разделе описывается модель объекта управления и выбранные для рассмотрения схемы траекторного управления. Во втором разделе представлена схема компьютерной модели, особое внимание уделяется исследованию влияния на систему разных типов возмущений, которые присущи подавляющему большинству процессов производства, и неточностей физических характеристик объекта управления. Проведен сравнительный анализ и приведены методические рекомендации по настройке параметров регуляторов.

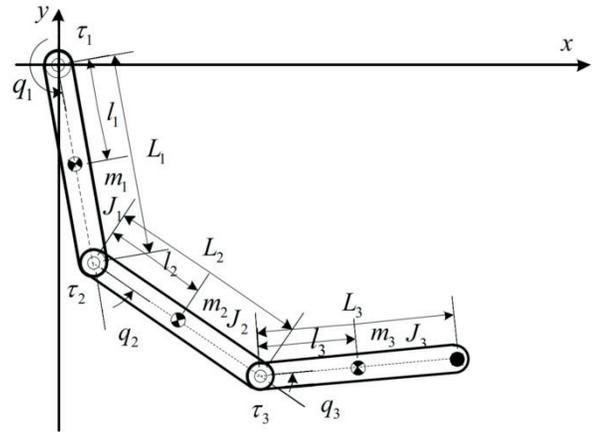
1. Содержательная постановка задачи

Рассматривается задача траекторного управления плоским роботом-манипулятором, состоящим из трех последовательно соединенных вращательными шарнирами звеньев. Необходимо минимизировать отклонение траектории движения звеньев от желаемой траектории. Также исследуется поведение системы под влиянием различных помех и формулируются рекомендации по выбору алгоритма управления и настройке его параметров.

В данном разделе представлено устройство трехзвенного робота-манипулятора, рассматриваемого в качестве нелинейного управляемого динамического объекта. Также приведены уравнения схем управления, изложенные в работах [1; 2].

1.1. Описание объекта

Рассматриваемый объект представляет собой горизонтальную маятниковую систему, состоящую из трех активных звеньев, которые приводятся в движение с помощью электродвигателей.



Р и с. 1. Общая схема устройства трехзвенного робота-манипулятора

Fig. 1. General scheme of a three-link robot-manipulator

Для описания состояния системы введем в рассмотрение неподвижную горизонтальную прямоугольную систему координат O_{xy} (рис. 1). Ее начало совмещено с неподвижной точкой O , вокруг которой совершает вращательные движения первое звено. Положение робота в любой момент времени однозначно определяется тремя углами: q_1 – угол отклонения первого звена от вертикальной оси O_y , q_2 – угол отклонения второго звена от направления первого и q_3 – угол отклонения третьего звена от направления второго. В качестве положительного направления отсчета углов принимается направление вращения против часовой стрелки.

¹ Капитанюк Ю. А. Траекторное управление многоканальными динамическими объектами: дис. канд. ... техн. наук. СПб., 2014. 110 с.

² Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью. СПб: Лань, 2013. 448 с.

³ Белоусов И. Р. Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2002. № 45. URL: https://keldysh.ru/papers/2002/prep45/prep2002_45.html (дата обращения: 07.02.2022).

⁴ Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью. СПб: Лань, 2013. 448 с.



Управление представляет собой вектор, состоящий из приложенных к звеньям крутящих моментов $u = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^T$. В состав физических параметров робота входят: массы звеньев m_i , их длины L_i , расстояние для каждого звена от его начала до его центра масс l_i и моменты инерции звеньев относительно их центров масс J_i , где $i = 1, 2, 3$. Все числовые значения представляются в системе СИ. Будем считать, что на звеньях робота установлены измерительные датчики (сенсоры), которые в каждый момент времени регистрируют угловое положение робота в системе координат, то есть фиксируют текущие значения углов q_1, q_2, q_3 .

1.2. Математическая модель объекта управления

Все указанные ранее физические параметры робота сгруппируем в новый набор параметров, определяемый следующими выражениями:

$$\begin{aligned} a_1 &= J_1 + m_1 l_1^2 + (m_2 + m_3) L_1^2, \\ a_2 &= J_2 + m_2 l_2^2 + m_3 L_2^2, a_3 = (m_2 l_2 + m_3 L_2) L_1, \\ a_4 &= J_3 + m_3 l_3^2, \\ a_5 &= m_3 l_3 L_1, \\ a_6 &= m_3 l_3 L_2. \end{aligned}$$

С учетом указанных величин модель динамики манипулятора, как объекта управления, описывается системой уравнений Лагранжа второго рода:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = u, \quad (1)$$

где $u = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^T$ – вектор управляющих крутящих моментов, приложенных к звеньям, $q = (q_1, q_2, q_3)^T$ – вектор угловых координат системы, матрица $M(q)$ – положительно определенная симметричная матрица инерции, $C(q, \dot{q})$ – матрица кориолисовых и центробежных сил. Элементы матриц $M(q) = \{M_{ij}\}_{i,j=\overline{1,3}}$, $C(q, \dot{q}) = \{C_{ij}\}_{i,j=\overline{1,3}}$ находятся из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} M_{11} &= a_1 + a_2 + a_4 + 2a_3 \cos q_2 + 2a_5 \cos(q_2 + q_3) + 2a_6 \cos q_3, \\ M_{12} &= a_2 + a_3 \cos q_2 + a_5 \cos(q_2 + q_3) + 2a_6 \cos q_3, \\ M_{21} &= M_{12}, \\ M_{13} &= a_4 + a_5 \cos(q_2 + q_3) + a_6 \cos q_3, \\ M_{31} &= M_{13}, \\ M_{22} &= a_2 + a_4 + 2a_6 \cos q_3, \\ M_{23} &= a_4 + a_6 \cos q_3, \\ M_{32} &= M_{23}, \\ M_{33} &= a_4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= -a_5(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin(q_2 + q_3) - a_3\dot{q}_2\sin q_2 - a_6\dot{q}_3\sin q_3, \\ C_{12} &= -a_5(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin(q_2 + q_3) - a_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_2 - a_6\dot{q}_3\sin q_3, \\ C_{13} &= -a_5(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin(q_2 + q_3) - a_6(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin q_3, \\ C_{21} &= a_5\dot{q}_1\sin(q_2 + q_3) + a_3\dot{q}_1\sin q_2 - a_6\dot{q}_3\sin q_3, \\ C_{22} &= -a_6\dot{q}_3\sin q_3, \\ C_{23} &= -a_6(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\sin q_3, \\ C_{31} &= a_5\dot{q}_1\sin(q_2 + q_3) + a_6(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_3, \\ C_{32} &= a_6(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_3, \\ C_{33} &= 0. \end{aligned}$$

Рассматривается горизонтальная система, следовательно в уравнениях динамики (1) отсутствуют гравитационные силы.

1.3. Схемы управления

Было рассмотрено много различных алгоритмов управления, предложенных в научных работах [1-9], и по предварительным оценкам для дальнейшего анализа были выбраны четыре из них.

Для начала определим величину ошибки и ее производную: $e = r - q$, $\dot{e} = \dot{r} - \dot{q}$,

где $r = (r_1, r_2, r_3)^T$ – желаемая траектория вектора q .

Первая схема управления, представленная в работе [1], описывается следующим соотношением:

$$u = M\ddot{r} + C\dot{r} + K_v\dot{e} + K_p F(e), \quad (2)$$

где K_v, K_p – положительно определенные диагональные матрицы, F – диагональная матрица вида

$$F(x) = \text{diag}(f(x_1), f(x_2), f(x_3)), \quad (3)$$

$$f(x_i) = \frac{(2\alpha_i + |x_i|)}{(\alpha_i + |x_i|)^2} > 0,$$

где α_i – положительные коэффициенты, $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ – векторный аргумент функции.

Регулятор (2) представляет собой нелинейную схему траекторного управления на основе ПД-регулятора. Первые два слагаемых соотношения (2) связаны с желаемой траекторией движения робота-манипулятора, последние два слагаемых соответствуют ПД-регулированию. Пропорциональная составляющая $K_p F(e)e$ синтезирует выходной сигнал, противодействующий отклонению управляемой величины от заданной траектории. Дифференциальная составляющая $K_v \dot{e}$ корректирует изменения входных сигналов и исчезает в установившемся режиме, она пропорциональна скорости изменения отклонения регулируемой величины \dot{e} .

Первая схема управления может быть расширена до **второй схемы** [1; 2]:

$$u = M\ddot{r} + C\dot{r} + K_v F(\dot{e})\mu + K_p F(e)e, \quad (4)$$

$$\dot{\mu} = -K_b \mu + K_a K_v F(\dot{e})\dot{e}, \quad (5)$$

где K_a, K_b, K_v, K_p – положительно определенные диагональные матрицы, $F(\cdot)$ – положительно определенная диагональная матрица (3), μ – вспомогательная переменная.

Отличие второй схемы управления от первой заключается в введении низкочастотной фильтрации при помощи слагаемого $K_v F(\dot{e})\mu$ для улучшения переходных процессов.

Третья схема управления, изложенная в работе [4], описывается в следующем виде:

$$u = M\dot{z} + Cz + K_p \dot{e} + K_p K_s e, \quad (6)$$

$$z = \dot{r} + K_s e, \quad (7)$$

где K_s, K_p – положительно определенные диагональные матрицы, z – вспомогательная переменная.

Регулятор (6)–(7) также представляет собой нелинейную схему траекторного управления, содержащую слагаемые, связанные с желаемой динамикой и с ПД-регулированием. Однако, в отличие от предыдущих схем, не содержит функции $F(\cdot)$.

Четвертая схема управления представляет собой модификацию предыдущего закона управления с введением скользящего режима [2]:

$$u = M \left(K_s \dot{e} + \ddot{r} + \frac{\varepsilon s}{|s| + \delta} + K_p s \right) + C \dot{q}, \quad (8)$$

где δ – малое положительное число, K_s, K_p, ε – положительно определенные диагональные матрицы, s – поверхность переключения:

$$s = \dot{e} + K_s e, \quad (9)$$



В работах [1; 2] для доказательства асимптотической сходимости ошибки слежения к нулю при замыкании системы (1) третьей (6) или четвертой (8) схемой рассматривается квадратичная функция Ляпунова. Аналогичные доказательства асимптотической сходимости для первого и второго алгоритмов управления [1] могут быть получены при рассмотрении соответствующих функций Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \dot{e}^T M \dot{e} + \sum_{i=1}^3 k_{pi} \frac{e_i^2}{(\alpha_i + |e_i|)},$$

$$V = \frac{1}{2} \dot{e}^T M \dot{e} + \frac{1}{2} \mu^T K_a^{-1} \mu + \sum_{i=1}^3 k_{pi} \frac{e_i^2}{(\alpha_i + |e_i|)},$$

где k_{pi} – это i -й диагональный элемент матрицы K_p

2. Результаты математического моделирования для трехзвенного робота

В данном разделе приводятся результаты применения описанных в подразделе 1.3 схем управления для трехзвенного робота с конкретными наборами числовых параметров. Проведение всех необходимых вычислений и имитационного моделирования осуществляется в среде MATLAB с привлечением прикладного пакета Simulink.

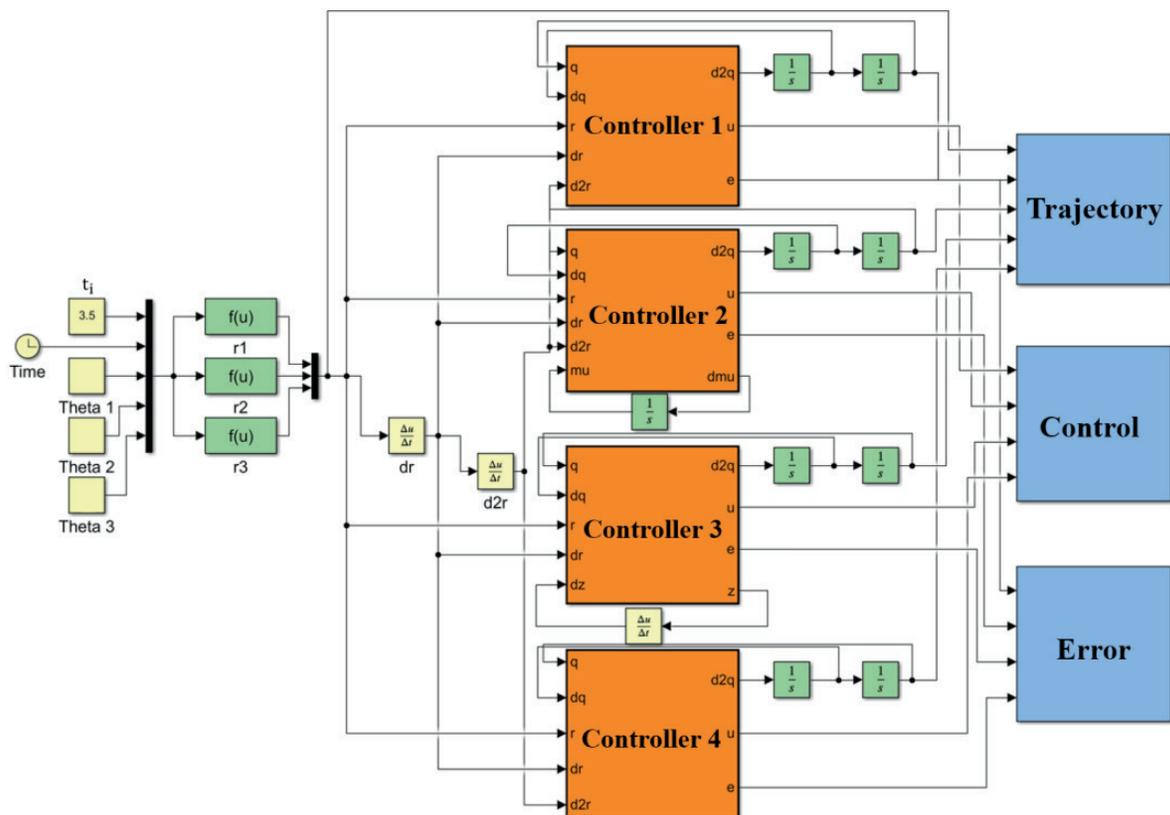
2.1. Компьютерная модель системы

Рассмотрим трехзвенный робот-манипулятор, который был взят для проведения симуляций в статье [2], с конкретными значениями физических параметров, сведенных в таблицу 1.

Таблица 1. Физические параметры робота-манипулятора
Table 1. Physical parameters of the robot-manipulator

	m_i , кг	l_i , м	L_i , м	J_i , кг · м ²
Первое звено	1	0,5	1	0,0833
Второе звено	1	0,5	1	0,8333
Третье звено	1	0,5	1	0,8333

Компьютерная модель динамики робота в соответствии с уравнением (1), реализованная с применением прикладного пакета Simulink, представлена на рис. 2.



Р и с. 2. Simulink-модель

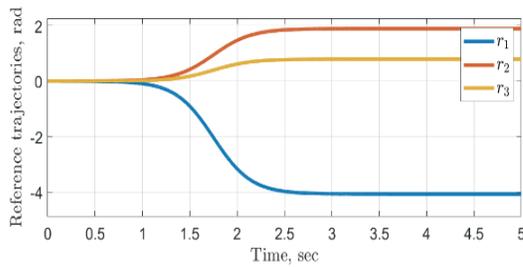
F i g. 2. Simulink model



Желаемые траектории движения представлены на рис.3 и описываются уравнениями вида

$$r_i = \theta_i \left(1 + e^{-5\left(t - \frac{t_i}{2}\right)} \right), \quad (10)$$

где предполагается, что начальные условия системы $q_0 = (0,0,0)^T$ известны, а желаемое время переходного процесса заранее задано и составляет 3,5 с по каждой компоненте.



Р и с. 3. Желаемые траектории движения
F i g. 3. Desired trajectories of movement

2.2. Результаты компьютерного моделирования

Влияние коэффициентов регуляторов на качество управления зависит во многом от того, какая поставлена цель управления, какие выбраны желаемые траектории и оказывают ли помехи влияние на систему. В данном разделе описывается настройка параметров алгоритмов с учетом выбора желаемой траектории (10) при наличии помех измерений и направленная на минимизацию времени переходного процесса и перерегулирования.

Исходя из данных, предложенных в статьях [1; 2], на основании тестов и варьирования значений параметров с целью оптимизации динамических показателей были приняты коэффициенты, значения которых сведены в таблицу 2.

Т а б л и ц а 2. Коэффициенты регуляторов
T a b l e 2. Regulator coefficients

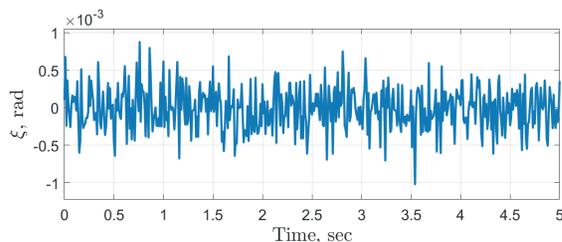
Коэффициенты для схемы управления 1			
$K_v = \text{diag}(400; 400; 550)$	$K_p = \text{diag}(400; 400; 550)$	$\alpha_1 = 0,05$	$\alpha_2 = 0,05$
$\alpha_3 = 0,05$			
Коэффициенты для схемы управления 2			
$K_v = \text{diag}(1,2; 1; 1)$	$K_p = \text{diag}(400; 400; 400)$	$K_a = \text{diag}(70; 30; 80)$	$K_b = \text{diag}(30; 20; 80)$
$\alpha_1 = 0,05$ для $F(e)$	$\alpha_2 = 0,05$ для $F(e)$	$\alpha_3 = 0,05$ для $F(e)$	
$\alpha_1 = 0,1$ для $F(\dot{e})$	$\alpha_2 = 0,1$ для $F(\dot{e})$	$\alpha_3 = 0,1$ для $F(\dot{e})$	
Коэффициенты для схемы управления 3			
$K_s = \text{diag}(400; 400; 400)$	$K_p = \text{diag}(200; 200; 1000)$		
Коэффициенты для схемы управления 4			
$K_s = \text{diag}(105; 105; 105)$	$K_p = \text{diag}(10; 10; 10)$	$\delta = 0,1$	$\varepsilon = \text{diag}(5; 5; 5)$

Рассмотрим результаты моделирования движений робота с различными видами помех измерений $\xi(t)$ угловых координат с целью сравнения схем управления. Функционирование замкнутой системы управления рассматривалось под воздействием трех видов помех:

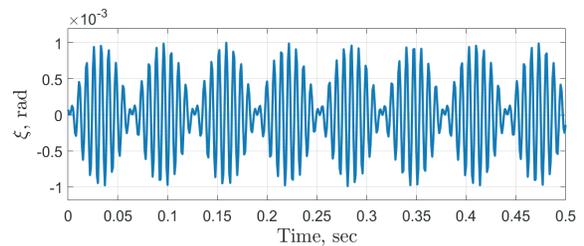
1. Белый шум в диапазоне $[-0,001; 0,001]$.
2. Высокочастотный гармонический сигнал, заданный суммой трех синусоид:

$$\xi(t) = 0,0005 \sin(800t) + 0,0005 \sin(900t + 3).$$

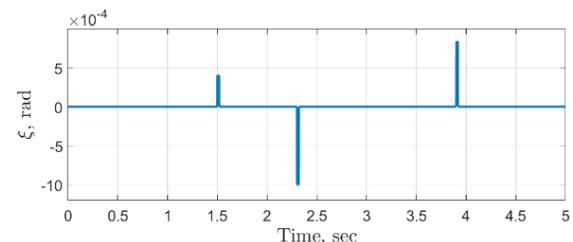
3. Случайные всплески со случайным выбором моментов времени скачков и амплитудой, не превышающей значения 0,001.



Р и с. 4. Белый шум
F i g. 4. White noise



Р и с. 5. Фрагмент высокочастотного гармонического сигнала
F i g. 5. Fragment of a high-frequency harmonic signal

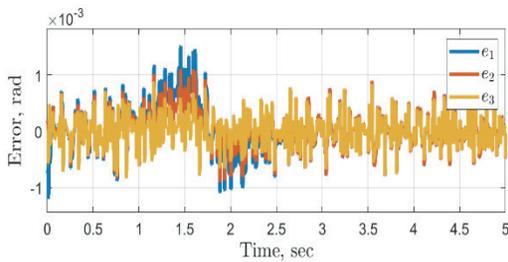


Р и с. 6. Случайные всплески
F i g. 6. Random bursts

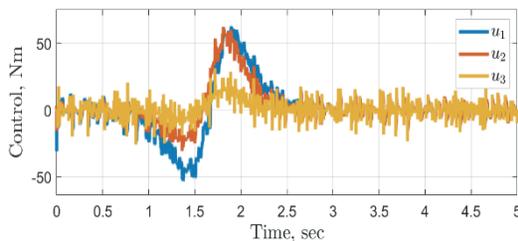


При этом белый шум генерировался Simulink-блоком Band-Limited White Noise, выходной сигнал которого представляет собой последовательность нормально распределенных случайных чисел. Графики шумов представлены на рис. 4–6. Для сравнения рассматриваемых алгоритмов управления были введены характеристики качества движения объекта управления: L – время переходного процесса (момент времени, когда наблюдается стабилизация значения сигнала ошибки), N – максимальные отклонения значений модуля сигнала управления u и P – перерегулирование (максимальное отклонение модуля сигнала ошибки от нулевого значения).

Было проведено математическое моделирование для сравнения эффективности работы описанных в работе четырех схем управления по выбранным критериям качества. На объект управления (1) подавались управляющие сигналы, соответствующие законам управления (2), (4)–(5), (6)–(7) и (8), при одинаковых начальных состояниях системы, желаемых траекториях движения и внешних воздействиях. На рисунках 7–16 представлены графики сигналов ошибки e и управляющих сигналов u для схем управления с наилучшими динамическими показателями при наличии различных типов возмущающих воздействий $\xi(t)$.

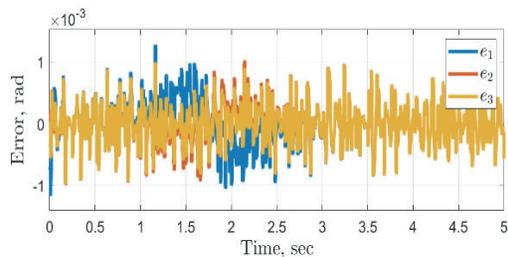


Р и с. 7. График ошибки схемы 1 при помехах в виде белого шума
F i g. 7. Error Plot of Circuit 1 with White Noise Interference

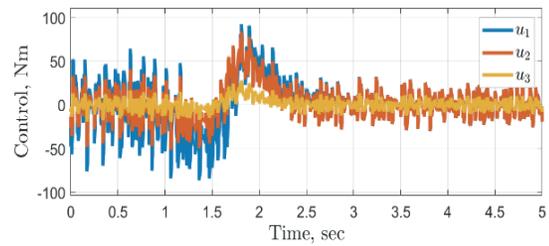


Р и с. 8. График управляющего сигнала схемы 1 при помехах в виде белого шума

F i g. 8. Control Signal Plot of Circuit 1 with White Noise Interference

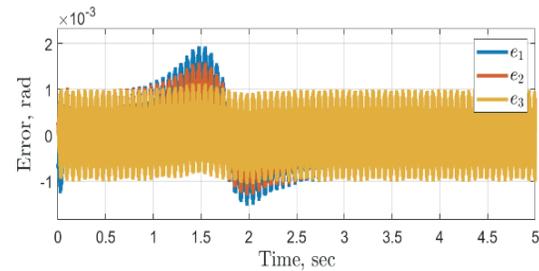


Р и с. 9. График ошибки схемы 4 при помехах в виде белого шума
F i g. 9. Error Plot of Circuit 4 with White Noise Interference

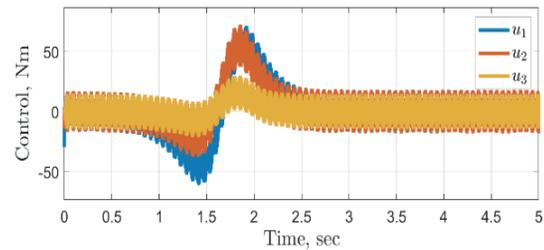


Р и с. 10. График управляющего сигнала схемы 4 при помехах в виде белого шума

F i g. 10. Control Signal Plot of Circuit 4 with White Noise Interference

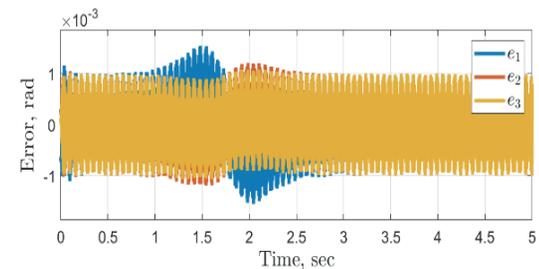


Р и с. 11. График ошибки схемы 1 при помехах в виде высокочастотного гармонического сигнала
F i g. 11. Error Plot of Circuit 1 with interference in the form of a high-frequency harmonic signal



Р и с. 12. График управляющего сигнала схемы 1 при помехах в виде высокочастотного гармонического сигнала

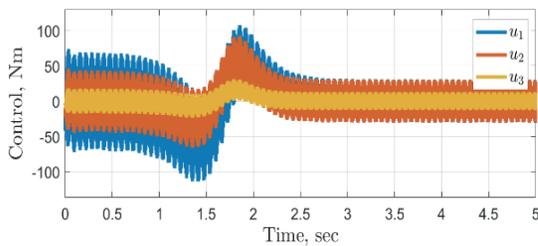
F i g. 12. Control Signal Plot of Circuit 1 with interference in the form of a high-frequency harmonic signal



Р и с. 13. График ошибки схемы 4 при помехах в виде высокочастотного гармонического сигнала

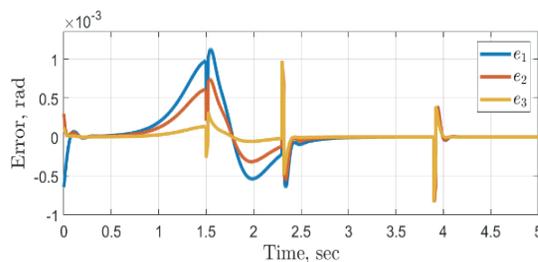
F i g. 13. Error Plot of Circuit 4 with interference in the form of a high-frequency harmonic signal





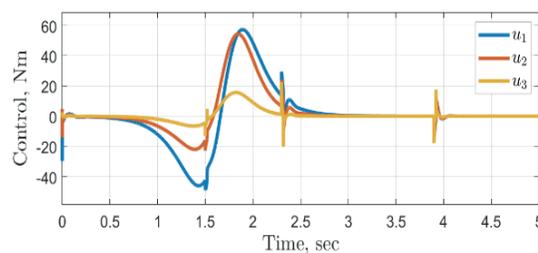
Р и с. 14. График управляющего сигнала схемы 4 при помехах в виде высокочастотного гармонического сигнала

F i g. 14. Control Signal Plot of Circuit 4 with interference in the form of a high-frequency harmonic signal



Р и с. 15. График ошибки схемы 1 при помехах в виде случайных всплесков

F i g. 15. Error Plot of Circuit 1 with interference in the form of random bursts



Р и с. 16. График управляющего сигнала схемы 1 при помехах в виде случайных всплесков

F i g. 16. Control Signal Plot of Circuit 1 with interference in the form of random bursts

Проанализировав полученные данные, можно сделать следующие выводы:

1. Значение перерегулирования при наличии помех в виде высокочастотного гармонического сигнала и белого шума для первой и четвертой схем управления соизмеримы и меньше по значению, чем для второй и третьей схем. Однако, интенсивность управления N для первой схемы значительно меньше, чем для четвертой схемы управления. Таким образом, лучшие показатели функционирования замкнутой системы при помехах первого и второго типа достигаются при применении первой схемы управления (2).
2. С третьим типом шума справляются первая и четвертая схемы управления. При этом значение перерегулирования одинаково мало для обоих регуляторов, а максимальное отклонение модуля сигнала ошибки меньше для первой схемы, которую и рекомендуется использовать в данных условиях.

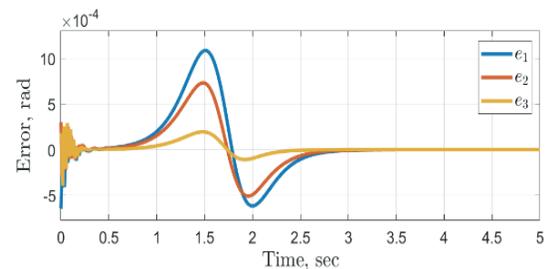
3. Время переходных процессов L при применении первой и четвертой схем управления для всех видов помех измерений меньше, чем показывают другие алгоритмы, и почти равны между собой. Следовательно, приведенные выше выводы не противоречат значениям этой характеристики.

4. Третья схема управления не применима при наличии помех измерений, потому что управляющий сигнал при всех видах помех достигает значений больше $3000 \text{ Н} \cdot \text{м}$, что является нереализуемым для почти любого двигателя. При попытке ограничить сигнал управления, что ожидаемо, увеличиваются значения сигнала ошибки.

Далее рассмотрим случаи параметрической неопределенности модели: $\pm 5\%$ по отдельности для физических параметров робота m_i, L_i, I_i, J_i , где $i = 1, 2, 3$. Оценим результаты с использованием ранее введенных характеристик, сравнивая полученные значения с аналогичными, полученными в отсутствие "неточностей" у модели.

По найденным значениям характеристик, можно сделать следующие выводы:

1. Все четыре алгоритма устойчивы к параметрической неопределенности модели управляемого объекта.
2. Независимо от того, какая физическая характеристика приводится неточно, наименьшие значения сигналов ошибки достигаются при применении третьего (6) и четвертого (8) алгоритмов. Из этих двух регуляторов наилучшие значения характеристик функционирования достигаются для третьего регулятора: перерегулирование $P < 0,00043$, время переходного процесса $L < 2,28 \text{ с}$, максимальное значение отклонения модуля управляющего сигнала $N < 57,8$.
3. Не рекомендуется использовать вторую схему управления (4), так как появляются нежелательные колебания, проиллюстрированные на рис. 17.



Р и с. 17. График управляющего сигнала схемы 2 при параметрической неопределенности

F i g. 17. Control Signal Plot of Circuit 2 with parametric uncertainty

Закключение

В данной статье представлен краткий обзор современных методов управления, применимых к роботам-манипуляторам [1; 2].

На основе указанных выше рассуждений при наличии помех измерений рекомендуется использовать первый (2) и четвертый (8) алгоритмы управления, так как они превосходят два других алгоритма по всем рассмотренным численным харак-



теристикам. При помехах в виде случайных всплесков рекомендуется использовать первую схему управления, которая показывает наилучшие значения характеристик при этом виде шума, в том числе наименьшие по модулю значения управляющего сигнала. При отсутствии каких-либо помех, четвертая схема управления показывает лучшие среди рассмотренных схем результаты.

При наличии параметрической неопределенности рекомендуется применение третьей схемы управления (6) в силу наименьших значений перерегулирования, времени переходного процесса и модуля управляющего сигнала. Однако, при отсутствии сведений о наличии помех измерений или параметрической неопределенности наилучшие динамическую и статическую точность обеспечивает четвертый регулятор (8).

References

- [1] Lee H. Trajectory Control of Robotic Manipulators: A Comparison Study. *Proceedings of the ASME 2020 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. Vol. 7A: Dynamics, Vibration, and Control. Virtual, Online. V07AT07A017. ASME; 2020. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1115/IMECE2020-23964>
- [2] Zeng K., et al. Trajectory tracking for a 3-DOF robot manipulator based on PSO and adaptive neuro-fuzzy inference system. *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE Press, 2016. p. 973-977. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ChiCC.2016.7553213>
- [3] Sotnikova M.V., Veremey E.I. Algorithms for Motion Optimization on a Given Trajectory Taking into Account Weather Forecast and Constraints. *IFAC-PapersOnLine*. 2018; 51(32):389-394. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.11.415>
- [4] Slotine J.J.E., Li W. On the adaptive control of robot manipulators. *The international journal of robotics research*. 1987; 6(3):49-59. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1177/027836498700600303>
- [5] Kumar J., Gupta D., Goyal V. Nonlinear PID Controller for Three-Link Robotic Manipulator System: A Comprehensive Approach. *Proceedings of International Conference on Communication and Artificial Intelligence*. Springer, Singapore; 2022. p. 137-152. (In Eng.) doi: https://doi.org/10.1007/978-981-19-0976-4_12
- [6] Jangid M.K., Kumar S., Singh J. Trajectory tracking optimization and control of a three link robotic manipulator for application in casting. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2021; 8(83):1255. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.19101/IJATEE.2021.874468>
- [7] Hu W.F., et al. Intelligent robust control for three-link robot manipulator via sliding mode technology. *2007 IEEE 22nd International Symposium on Intelligent Control*. IEEE Press; 2007. p. 499-504. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ISIC.2007.4450936>
- [8] Ozaki T., et al. Trajectory control of robotic manipulators using neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 1991; 38(3):195-202. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/41.87587>
- [9] Mustafa M.M., Hamarash I., Crane C.D. Adaptive-Sliding Mode Trajectory Control of Robot Manipulators with Uncertainties. *Zanco Journal of Pure and Applied Sciences*. 2020; 32(4):22-29. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.21271/ZJPAS.32.4.3>
- [10] Cho H. On Robust Adaptive PD Control of Robot Manipulators. *Journal of Applied and Computational Mechanics*. 2020; 6:1450-1466. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.22055/JACM.2020.35658.2707>
- [11] Fan L., Joo E.M. Linear and nonlinear PD-type control of robotic manipulators for trajectory tracking. *2009 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*. IEEE Press; 2009. p. 3442-3447. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2009.5138846>
- [12] Schlanbusch R., et al. PD+ based output feedback attitude control of rigid bodies. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012; 57(8):2146-2152. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2183189>
- [13] Santibañez V., Kelly R. PD control with feedforward compensation for robot manipulators: analysis and experimentation. *Robotica*. 2001; 19(1):11-19. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1017/S0263574700002848>
- [14] Piltan F., Sulaiman N.B. Review of sliding mode control of robotic manipulator. *World Applied Sciences Journal*. 2012; 18(12):1855-1869. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.5829/idosi.wasj.2012.18.12.208>
- [15] Islam S., Liu X.P. Robust sliding mode control for robot manipulators. *IEEE Transactions on industrial electronics*. 2010; 58(6):2444-2453. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/TIE.2010.2062472>
- [16] Mahayana D., Anwari S. Robust adaptive control for robotic manipulator based on chattering free variable structure system. *2009 International Conference on Electrical Engineering and Informatics*. Vol. 1. IEEE Press; 2009. p. 247-252. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ICEEI.2009.5254779>
- [17] Neila M.B.R., Tarak D. Adaptive terminal sliding mode control for rigid robotic manipulators. *International Journal of Automation and Computing*. 2011; 8(2):215-220. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1007/s11633-011-0576-2>
- [18] Corradini M.L., et al. Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation. *Control Engineering Practice*. 2012; 20(8):816-822. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2012.04.005>
- [19] Sotnikova M.V., Veremey E.I., Korovkin M.V. Transoceanic routes optimization using dynamic properties of ship and weather conditions. *2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V.F. Demyanov) (CNSA)*. IEEE Press, St. Petersburg, Russia; 2017. p. 1-4. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/CNSA.2017.7974017>
- [20] Khalil H.K. Nonlinear systems third edition. Patience-Hall, Inc.; 2002. 3rd ed. 768 p. (In Eng.)
- [21] Siciliano B., et al. Robotics: Modelling, Planning and Control. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*. Springer Science & Business Media, London; 2009. 632 p. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1007/978-1-84628-642-1>
- [22] Bräunl T. Robot Manipulators. In: *Embedded Robotics*. Springer, Singapore; 2022. p. 253-269. (In Eng.) doi: https://doi.org/10.1007/978-981-16-0804-9_13



- [23] Arteaga M.A., Gutiérrez-Giles A., Pliego-Jiménez J. Dynamics of Rigid Robot Manipulators. *Local Stability and Ultimate Boundedness in the Control of Robot Manipulators*. Springer, Cham; 2022. p. 71-102. (In Eng.) doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-85980-0_3
- [24] Arteaga M.A., Gutiérrez-Giles A., Pliego-Jiménez J. A General Overview of Robot Manipulators. *Local Stability and Ultimate Boundedness in the Control of Robot Manipulators. Lecture Notes in Electrical Engineering*. Vol. 798. Springer, Cham; 2022. (In Eng.) doi: https://doi-org.libproxy.viko.lt/10.1007/978-3-030-85980-0_1
- [25] Jain A., Rodriguez G. Computational robot dynamics using spatial operators. *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065)*. Vol. 1. IEEE Press; 2000. p. 843-849. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2000.844155>

*Поступила 07.02.2022; одобрена после рецензирования 05.03.2022; принята к публикации 10.03.2022.
Submitted 07.02.2022; approved after reviewing 05.03.2022; accepted for publication 10.03.2022.*

Об авторах:

Василенко Ирина Владимировна, студент факультета прикладной математики – процессов управления, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0309-9785>**, vasilira13@yandex.ru

Ведякова Анастасия Олеговна, ассистент кафедры компьютерных технологий и систем, факультет прикладной математики – процессов управления, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9), кандидат физико-математических наук, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0865-3578>**, vediakova@gmail.com

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the authors:

Irina V. Vasilenko, Student at the Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0309-9785>**, vasilira13@yandex.ru

Anastasiia O. VEDIKOVA, Assistant Professor of the Chair of Computer Applications and Systems, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation), Cand.Sci. (Phys.-Math.), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0865-3578>**, vediakova@gmail.com

All authors have read and approved the final manuscript.

