

УДК 531:681.5.01:629.5:623.827  
DOI: 10.25559/SITITO.18.202202.270-278

Научная статья

## Управление морским аппаратом в режиме перемещения по линейной координате

М. А. Смирнова, М. Н. Смирнов\*

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Адрес: 199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9

\* mikhail.smirnov@spbu.ru

### Аннотация

Выполнение различных маневров в вертикальной и горизонтальной плоскостях – одна из важнейших задач, возникающих при управлении любым объектом. В статье рассматривается задача реализации движения в режиме перемещения по линейной координате (глубине) для беспилотного подводного аппарата. Представлен алгоритм построения закона управления, удовлетворяющего заданным условиям, например, заданному положению равновесия в вертикальной плоскости, астатизму. Построен закон управления с корректирующим устройством. Этот алгоритм был реализован в MATLAB с помощью подсистемы Simulink. MATLAB – одна из самых мощных систем для компьютерного моделирования и анализа динамических систем, таким образом разработанный алгоритм и его реализация с небольшими изменениями могут быть достаточно легко адаптированы для любого объекта.

**Ключевые слова:** управление, морской аппарат, устойчивость

**Финансирование:** исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-07-00531 «Разработка теоретических основ, практических методов и цифровых технологий для решения задач много-целевого интеллектуального управления подвижными объектами».

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

**Для цитирования:** Смирнова М. А., Смирнов М. Н. Управление морским аппаратом в режиме перемещения по линейной координате // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 2. С. 270-278. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.270-278>

© Смирнова М. А., Смирнов М. Н., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.  
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



## Control of a Marine Vehicle in the Mode of Moving Along a Linear Coordinate

M. A. Smirnova, M. N. Smirnov\*

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russian Federation  
Address: 7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation  
\* mikhail.smirnov@spbu.ru

### Abstract

Performing various maneuvers in the vertical and horizontal planes is one of the most important tasks that arise when controlling any object. It is important to build such automatic control systems that will meet most of the requirements for such systems. These requirements always include the stability of a closed-loop system, the accuracy of processing the control signal in various situations, such as the influence of constant disturbances, the influence of wave disturbances, emergency situations when some kind of problem occurs on board, etc. If all the requirements are met, we get a secure management system that does not depend on a person. It is extremely important to create such systems for unmanned devices, such as autonomous underwater vehicles. The article deals with the problem of implementing motion in the mode of moving along a linear coordinate (depth) for an unmanned underwater vehicle. An algorithm for constructing a control law satisfying given conditions, for example, a given equilibrium position in a vertical plane, astatism, is presented. A control law with a corrective device is constructed. This algorithm was implemented in MATLAB using the Simulink subsystem. MATLAB is one of the most powerful systems for computer modeling and analysis of dynamic systems, so the developed algorithm and its implementation with small changes can be easily adapted for any object.

**Keywords:** control, marine vessel, stability

**Funding:** The study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research within the framework of the scientific project No. 20-07-00531 "Development of Theoretical Foundations, Practical Methods and Digital Technologies for Solving Problems of Multi-Purpose Intelligent Control of Mobile Objects".

*The authors declare no conflict of interest.*

**For citation:** Smirnova M.A., Smirnov M.N. Control of a Marine Vehicle in the Mode of Moving Along a Linear Coordinate. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022; 18(2):270-278. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.270-278>



## Введение

Выполнение различных маневров в вертикальной и горизонтальной плоскостях – одна из важнейших задач, возникающих при управлении любым объектом. Важно построить такие системы автоматического управления, которые будут удовлетворять большей части требований к таким системам. Эти требования всегда включают устойчивость системы с замкнутым контуром, точность отработки управляющего сигнала в различных ситуациях, таких как влияние постоянных помех, влияние волновых возмущений, аварийные ситуации, когда на борту возникает какая-то проблема и т.д. В случае выполнения всех требований мы получаем безопасную систему управления, которая не зависит от человека. Чрезвычайно важно создавать такие системы для беспилотных устройств, таких как автономные подводные аппараты.

Существует множество методов построения систем автоматического управления движением, но почти все они просто улучшают локальные динамические характеристики процесса. На практике нам требуется многоцелевое управление, позволяющее учитывать несколько требований или режимов движения одновременно. Основа такого подхода была предложена Е.И. Веремеем в работах [1]-[9]. Некоторые методы обеспечения астатизма для различных систем описаны в исследованиях [10]-[22].

В статье рассматривается задача реализации движения в режиме перемещения по линейной координате (глубине) для беспилотного подводного аппарата. Представлен алгоритм построения закона управления, удовлетворяющего заданным условиям, например, заданному положению равновесия в вертикальной плоскости, астатизму. Построен закон управления с корректирующим устройством.

## Постановка задачи и методы ее решения

Рассмотрим процесс реализации движения в режиме перемещения по линейной координате (ПЛК) для беспилотного подводного аппарата. В этом режиме система управления должна обеспечивать перемещение судна по глубине на заданную величину  $\eta_z$  при постоянном значении дифферента  $\Psi_z$ . Это перемещение должно осуществляться с соответствующей координацией действия кормовых  $\delta_k$  и носовых  $\delta_n$  горизонтальных рулей.

С учетом особенностей динамических процессов, определяющих режим ПЛК движения судна, можно сформулировать следующие требования, выполнение которых должно быть обеспечено с помощью системы автоматического управления:

1. В результате выполнения движения замкнутая система должна прийти в заданное положение равновесия, характеризующееся указанным значением  $\eta_z$  и нулевым значением дифферента.

2. Положение равновесия должно быть локально асимптотически устойчивым.

3. Замкнутая система должна быть астатической по отношению к отклонениям от заданных угловых и линейных координат относительно внешних возмущений  $F_{0y}, M_{0z}$ .

4. В процессе движения (до выполнения определенного условия) угловая координата должна принимать заданное значение  $\Psi_z$ , ускоряющее выход соответствующей линейной координаты на заданный уровень.

Для выполнения приведенных требований используется методика формирования законов автоматического управления движением БПА в режиме ПЛК. Существо этого подхода состоит в такой реализации координированного использования исполнительных органов системы управления, чтобы обеспечить следующую последовательность действий:

1. С помощью кормовых горизонтальных рулей обеспечивается заданное угловое положение судна по дифференту и астатическая стабилизация этого положения по отношению к медленно меняющимся внешним возмущениям.

2. С помощью носовых горизонтальных рулей обеспечивается автоматическая отработка команды на заданное линейное смещение по глубине.

3. По достижению аппаратом некоторой окрестности заданной глубины кормовые рули переключаются на астатическую стабилизацию нулевого дифферента.

4. После этого переключения носовые рули продолжают работу в режиме астатической стабилизации и доводят соответствующее линейное смещение до заданного значения [23]-[25].

Запишем замкнутую систему в следующем виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}\delta, \\ \dot{\delta} = \mathbf{K}_z\mathbf{z} + \mathbf{K}_\delta\delta + \mathbf{K}_x\mathbf{y} + \mathbf{v}\mathbf{y}, \\ \dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{C})\mathbf{z} + \mathbf{b}\delta + \mathbf{g}\mathbf{C}\mathbf{x}. \end{cases}$$

В блочном представлении эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \mathbf{A}_p\xi + \mathbf{B}_p\mathbf{v}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_p\xi, \end{aligned}$$

где

$$\xi = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \delta \\ \mathbf{z} \end{pmatrix} \in E^{10}, \mathbf{A}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_x & \mathbf{K}_\delta & \mathbf{K}_z \\ \mathbf{g}\mathbf{C} & \mathbf{b} & \mathbf{A} - \mathbf{g}\mathbf{C} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{4 \times 2} \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} \end{pmatrix}, \mathbf{C}_p = (\mathbf{C} \quad \mathbf{0}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}_{2 \times 4}), \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}\mathbf{y},$$

$$\mathbf{v} \in E^2.$$

<sup>1</sup> Fossen T. I. Guidance and Control of Ocean Vehicles. John Wiley & Sons, New York, 1994. 494 p.



Перепишем систему в tf-форме от входа  $\mathbf{v}$  к выходу  $\mathbf{y}$ :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(s)\mathbf{v},$$

где  $\mathbf{H}(s) = \mathbf{B}_a(s)/A_a(s)$  - передаточная функция с полиномом  $A_a(s)$  и полиномиальной матрицей  $\mathbf{B}_a(s)$

$$A_a(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A}_p),$$

$$\mathbf{B}_a(s) = A_a(s)\mathbf{C}_p(\mathbf{E}s - \mathbf{A}_p)^{-1}\mathbf{B}_p,$$

$\mathbf{E}$  - единичная матрица размерности 10. Представив замкнутую систему в операторной форме

$$A_a(p)\mathbf{y} = \mathbf{B}_a(p)\mathbf{v},$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_y, p = d/dt,$$

мы определим операторы  $\mathfrak{R}_p$  и  $\mathfrak{R}_c$  в соответствии с [10], [13].

Последние уравнения можно свести к однородной системе дифференциальных уравнений относительно выхода

$$[A_a(p)\mathbf{E}_k - \mathbf{B}_a(p)\mathbf{v}]\mathbf{y} = 0,$$

который стабилизируется около нуля, поскольку характеристический полином  $\Delta(s)$  системы является гурвицевым.

Тогда для реализации заданного движения  $\mathbf{y}_d$  можно построить управляющий сигнал  $\mathbf{v}$  для системы в следующей форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathfrak{R}_p^{-1} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + \mathfrak{R}_c \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \mathbf{v} &= \mathbf{H}^{-1}(p) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + \mathbf{v} \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Тогда управляющий сигнал примет вид:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-1}(p) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + \mu \mathbf{z} + \mathbf{v} \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix}.$$

Здесь вектор

$$\begin{pmatrix} u_{sd}(t) \\ u_{nd}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{H}^{-1}(p) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix},$$

задает программную добавку в управляющем сигнале, отсутствие которой приведет к наличию ограниченной ошибки между фактическими значениями дифферента  $\Psi(t)$  и глубины  $\eta(t)$  и требуемыми  $\Psi_d(t)$  и  $\eta_d(t)$ .

Введя обозначения для элементов матрицы

$$\mathbf{H}^{-1}(p) = \begin{pmatrix} h_{11}(p) & h_{12}(p) \\ h_{21}(p) & h_{22}(p) \end{pmatrix},$$

уравнения регулятора для управления дифферентом и глубиной, обеспечивающие выполнение требуемых условий, перепишем в виде

$$\begin{aligned} z_1 &= a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + b_{11}\delta_s + b_{12}\delta_n + g_1(\Psi - z_3), \\ z_2 &= a_{21}z_1 + a_{22}z_2 + a_{23}z_3 + b_{21}\delta_s + b_{22}\delta_n + g_2(\Psi - z_3), \\ z_3 &= z_2 + g_3(\Psi - z_3), \\ z_4 &= a_{41}z_1 + a_{43}z_3 + g_4(\eta - z_4), \\ u_s &= \mu_{11}z_1 + \mu_{12}z_2 + \mu_{13}z_3 + \mu_{14}z_4 + h_{11}(p)\Psi_d + \\ &+ h_{12}(p)\eta_d + v_{11}(\Psi - \Psi_d), \\ u_n &= \mu_{21}z_1 + \mu_{22}z_2 + \mu_{23}z_3 + \mu_{24}z_4 + h_{21}(p)\Psi_d + \\ &+ h_{22}(p)\eta_d + v_{21}(\Psi - \Psi_d) + v_{22}(\eta - \eta_d). \end{aligned}$$

При этом нетрудно видеть, что при таком задании управления, уравнения замкнутой системы можно свести к однородной системе дифференциальных уравнений относительно ошибки  $\mathbf{y} - \mathbf{y}_d$ , а значит, ошибка  $\mathbf{y} - \mathbf{y}_d$  будет стремиться к нулю при  $t \rightarrow \infty$ .

Теперь аналогичные рассуждения можно провести для построения управления, обеспечивающего движение, удовлетворяющее требуемым условиям, при включенном корректирующем устройстве. Включение корректирующего устройства в режиме компенсации будет приводить к тому, что при наличии регулярного волнения, задаваемого полигармоническими функциями с частотами  $s = j\omega_k$ , реакция

векторной переменной  $\mathbf{y} - \mathbf{y}_d$  на возмущение будет стремиться к нулю при  $t \rightarrow \infty$ .

В этом случае система в блочном представлении будет задана следующими векторами и матрицами:

$$\begin{aligned} \xi &= \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \delta \\ \mathbf{z} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \in E^{10+m_1}, \mathbf{B}_p = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{n \times k} \\ \mathbf{E}_k \\ \mathbf{0}_{n \times k} \\ \mathbf{0}_{n_1 \times k} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{A}_p &= \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_x + \varepsilon \mathbf{C} & \mathbf{K}_\delta & \mathbf{K}_z - \varepsilon \mathbf{C} & \gamma \\ \mathbf{gC} & \mathbf{b} & \mathbf{A} - \mathbf{gC} & \mathbf{0} \\ \beta \mathbf{C} & \mathbf{0} & -\beta \mathbf{C} & \alpha \end{pmatrix}, \\ \mathbf{C}_p &= (\mathbf{C} \mid \mathbf{0}_{2 \times 2} \mid \mathbf{0}_{2 \times 4} \mid \mathbf{0}_{2 \times m_1}). \end{aligned}$$

В tf-форме от входа  $\mathbf{v}$  к выходу  $\mathbf{y}$  эта система примет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}^f(s)\mathbf{v}.$$

Теперь для реализации заданного движения  $\mathbf{y}_d$  управляющий сигнал  $\mathbf{v}$  для системы необходимо представить в виде



$$v = \mathfrak{R}_p^{-1} \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + \mathfrak{R}_c \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow v = \mathbf{H}^{f^{-1}}(p) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix}.$$

Откуда получаем управление

$$u = \mathbf{H}^{f^{-1}}(p) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \eta_d \end{pmatrix} + \mu \dot{z} + v \begin{pmatrix} \Psi - \Psi_d \\ \eta - \eta_d \end{pmatrix}.$$

Введя обозначение

$$\mathbf{H}^{f^{-1}}(p) = \begin{pmatrix} h_{11}^f(p) & h_{12}^f(p) \\ h_{21}^f(p) & h_{22}^f(p) \end{pmatrix},$$

уравнения регулятора для управления дифферентом и глубиной, обеспечивающие выполнение заданных условий с введенным в обратную связь корректирующим устройством, принимают вид

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + b_{11}\delta_s + b_{12}\delta_n + \\ + g_1(\Psi - z_3),$$

$$\dot{z}_2 = a_{21}z_1 + a_{22}z_2 + a_{23}z_3 + b_{21}\delta_s + b_{22}\delta_n + \\ + g_2(\Psi - z_3),$$

$$\dot{z}_3 = z_2 + g_3(\Psi - z_3),$$

$$\dot{z}_4 = a_{41}z_1 + a_{43}z_3 + g_4(\eta - z_4),$$

$$u_s = \mu_{11}\dot{z}_1 + \mu_{12}\dot{z}_2 + \mu_{13}\dot{z}_3 + \mu_{14}\dot{z}_4 + h_{11}^f(p)\Psi_d + \\ + h_{12}^f(p)\eta_d + v_{11}(\Psi - \Psi_d) + \chi_1,$$

$$u_n = \mu_{21}\dot{z}_1 + \mu_{22}\dot{z}_2 + \mu_{23}\dot{z}_3 + \mu_{24}\dot{z}_4 + h_{21}^f(p)\Psi_d + \\ + h_{22}^f(p)\eta_d + v_{21}(\Psi - \Psi_d) + v_{22}(\eta - \eta_d) + \chi_2.$$

Если корректирующее устройство вводится в режиме работы фильтра, то при попытке обеспечить соотношения

$$\Psi(t) \rightarrow \Psi_d(t), \quad \eta(t) \rightarrow \eta_d(t) \quad \text{при } t \rightarrow \infty$$

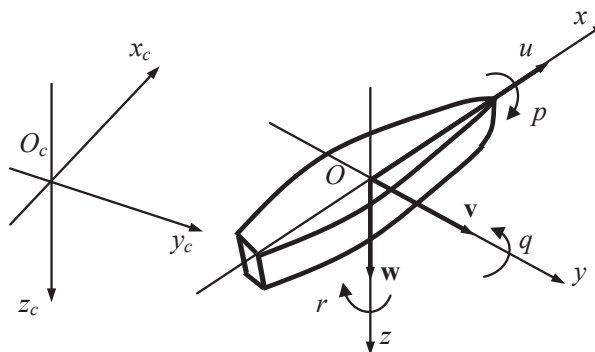
реакция переменных  $\delta_s$  и  $\delta_n$  на возмущение будет стремиться к нулю при  $t \rightarrow \infty$ . Если же корректирующее устройство выбирается в «точном» режиме, то при воздействии возмущения от регулярного волнения корректирующее устройство будет ориентировано на то, чтобы уменьшить реакцию контролируемых переменных – дифферента и глубины на воздействие от возмущений, то есть увеличивать точность выполнения соотношений  $\Psi(t) \rightarrow \Psi_d(t)$ ,  $\eta(t) \rightarrow \eta_d(t)$  при  $t \rightarrow \infty$ .

### Пример

В качестве базовой математической модели аппарата, как и для других типов морских подвижных объектов, принимается система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений 12-го порядка, которая описывает движение

объекта, как управляемого твердого тела, частично погруженного в жидкость.

Для задания уравнений динамики AUV, как объектов управления, в обозначениях Общества морских конструкторов и инженеров (SNAME) используются следующие системы координат [1] (рис. 1.1.1).



Р и с. 1. Базовая и связанная системы координат SNAME  
Fig. 1. Basic and associated SNAME coordinate systems

Ориентация связанной системы по отношению к земной системе определяется следующими углами Эйлера: крен  $\Phi$  (поворот вокруг оси  $Ox$ ), дифферент  $\theta$  (поворот вокруг оси  $Oy$ ), курс  $\Psi$  (поворот вокруг оси  $Oz$ ). Для обозначения угловых скоростей поворотов вокруг указанных осей используются обозначения  $p$ ,  $q$  и  $r$  соответственно. Проекции линейных скоростей центра масс на оси связанной системы обозначаются как  $u$ ,  $v$  и  $w$ .

В силу конструктивных особенностей аппарата будем считать, что его управление в вертикальной плоскости осуществляется парой носовых горизонтальных рулей, которые работают синхронно, отклоняясь на угол  $\delta_n$ , а также суммарным отклонением  $\delta_s = \delta_{sp} + \delta_{ss}$  левого ( $\delta_{sp}$ ) и правого ( $\delta_{ss}$ ) перьев кормовых горизонтальных рулей.

Управление боковым движением AUV осуществляется парой кормовых вертикальных рулей, которые работают синхронно, отклоняясь на угол  $\delta_r$ . Кроме того, для управления креном используется разностное отклонение  $\delta_x = \delta_{sp} - \delta_{ss}$  левого и правого перьев кормовых горизонтальных рулей.

Теперь рассмотрим вопрос о связи математической модели, построенной в стандарте SNAME, с математической моделью, принятой в российских научно-технических изданиях. Соотношения, определяющие связь между переменными математических моделей, имеют вид:

$$V_x = u, \quad V_y = -w, \quad V_z = v;$$

$$\omega_x = p, \quad \omega_y = -r, \quad \omega_z = q,$$

$$\xi = x_c, \quad \eta = -z, \quad \zeta = y,$$

$$\theta = \Phi, \quad \varphi = -\Psi, \quad \psi = \tilde{\theta}.$$



Модель движения в вертикальной плоскости в линейном приближении имеет следующий вид:

$$\frac{dV_y}{dt} = -0.27V_y + 0.3315\omega_z - 0.015\psi + 0.92135\delta_s + 0.0327\delta_n,$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = -0.25V_y - 1.49\omega_z - 0.11\psi - 0.2135\delta_s + 0.032025\delta_n,$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_z,$$

$$\frac{d\eta}{dt} = V_y + V\psi.$$

Представим математическую модель закона управления горизонтальными рулями в режиме ПЛК с включенным фильтром, который обеспечивает заданную величину  $\psi_z$  дифферента в процессе перехода к заданной величине  $\eta_z$  смещения по глубине:

$$\dot{z}_1 = a_{11}z_1 + a_{12}z_2 + a_{13}z_3 + b_{11}\delta_s + b_{12}\delta_n + g_1(\psi - z_3),$$

$$\dot{z}_2 = a_{21}z_1 + a_{22}z_2 + a_{23}z_3 + b_{21}\delta_s + b_{22}\delta_n + g_2(\psi - z_3),$$

$$\dot{z}_3 = z_2 + g_3(\psi - z_3),$$

$$\dot{z}_4 = a_{41}z_1 + a_{43}z_3 + g_4(\eta - z_4),$$

$$u_s = \begin{cases} \mu_{11}z_1 + \mu_{12}z_2 + \mu_{13}z_3 + v_{11}(\psi - \psi_z) + \chi_1, & \text{if } |\eta - \eta_z| \geq 0.05|\eta_z|; \\ \mu_{11}z_1 + \mu_{12}z_2 + \mu_{13}z_3 + v_{11}\psi + \chi_1, & \text{if } |\eta - \eta_z| < 0.05|\eta_z|, \end{cases}$$

$$u_n = \mu_{21}z_1 + \mu_{22}z_2 + \mu_{23}z_3 + \mu_{24}z_4 + v_{21}\psi + v_{22}(\eta - \eta_z) + \chi_2.$$

Система уравнений, задающая фильтр, имеет вид:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1 = \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \beta_{11}(\psi - z_3) + \beta_{12}(\eta - z_4), \\ \mathbf{p}_2 = \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \beta_{21}(\psi - z_3) + \beta_{22}(\eta - z_4), \\ \chi_1 = p_{12}, \\ \chi_2 = p_{22}, \end{cases}$$

где  $\mathbf{p}_1 = (p_{11} \ p_{12} \ p_{13})^T$ ,

$$\mathbf{p}_2 = (p_{21} \ p_{22} \ p_{23})^T, \mathbf{p} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \end{pmatrix}.$$

Для скорости хода  $V = 1.5 \text{ м/с}$  здесь приняты следующие значения постоянных коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -1.3135, & a_{12} &= -1.4558, & a_{13} &= -2.58e-6, \\ b_{11} &= 3.69e-4, & b_{12} &= 0.212, & a_{21} &= -77.4989, \\ a_{22} &= -294.404, & a_{23} &= -3.31e-4, \\ b_{21} &= -2.0884e+3, & b_{22} &= 0.0269. \end{aligned}$$

Коэффициенты наблюдателя, обеспечивающие биномиальное распределение корней его характеристического полинома с параметром  $\rho_0 = 3$ , принимают значения

$$g_1 = 4.1925, \ g_2 = 8.4540, \ g_3 = -2.8671, \ g_4 = 3.$$

Приведем также значения коэффициентов скоростных законов управления:

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= -0.0342, & \mu_{12} &= 0.0035, & \mu_{13} &= 1.0099, \\ v_{11} &= 0.1999, & \mu_{21} &= -315.53, & \mu_{22} &= 2.8193, \\ \mu_{23} &= 370.65, & \mu_{24} &= -197.33, & v_{21} &= 290.36, \\ v_{22} &= -1. \end{aligned}$$

Коэффициенты фильтра, обеспечивающего фильтрацию заданной частоты  $\omega_0 = 0.5$ , принимают следующие значения:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.006 & -0.11 & -0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5040 & -1.91 & -2.4 \end{pmatrix},$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.0687 & 0 \\ 0.0387 & -1e-16 \\ 0 & 0 \\ -31.4206 & 207.7911 \\ -51.5021 & 486.8295 \end{pmatrix}.$$

Указанные коэффициенты скоростных законов получены путем решения соответствующих задач LQR-оптимизации. Их решения в виде позиционных регуляторов для кормовых и носовых рулей соответственно имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u_k &= -0.2305V_y + 0.0130\omega_z + 0.1999\psi - 6.7861\delta_k, \\ u_n &= -1.3536V_y - 0.0121\omega_z - 5.6337\psi - \eta - \\ &\quad - 7.4479\delta_k - 0.0406\delta_n \end{aligned}$$

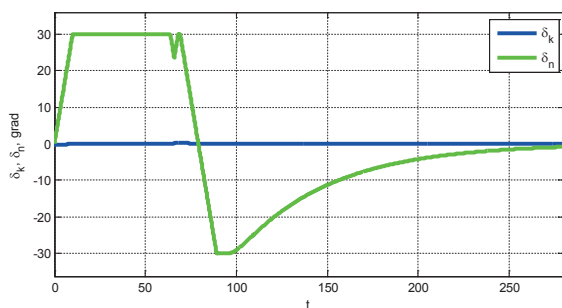
На рис. 2 - 4 представлены графики функций, представляющих изменения динамических переменных в процессе стабилизации аппарата при его движении в режиме ПЛК для скорости хода  $V = 1.5 \text{ м/с}$ . Этот процесс обеспечивается приведенными выше законами управления с помощью горизонтальных рулей.



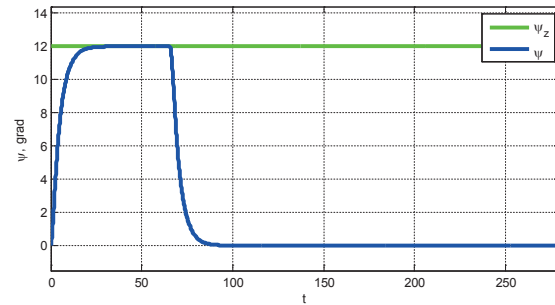


На первом из рисунков проиллюстрированы переключения кормовых  $\delta_k(t)$  и носовых  $\delta_n(t)$  горизонтальных рулей. Второй рисунок показывает графики изменения дифферента  $\psi(t)$ , третий – глубины  $\eta(t)$  с их выходом на заданные уровни.

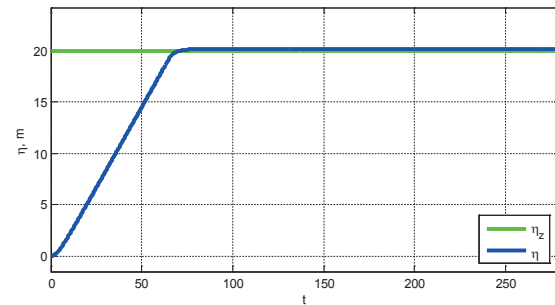
Из приведенных графиков видно, что на 70-й секунде угловая координата выходит на заданное значение  $\psi_z = 12^\circ$  и находится в этом положении до достижения линейной координатой значения, составляющего 90% от заданной величины  $\eta_z = 20$  м. Далее управляющие воздействия стабилизируют угловую координату с нулевым значением и линейную координату со значением  $\eta_z$ .



Р и с. 2. Отклонения кормовых и носовых горизонтальных рулей  
Fig. 2. Deviations of stern and bow horizontal rudders



Р и с. 3. Изменение дифферента  
Fig. 3. Trim Change



Р и с. 4. Изменение глубины  
Fig. 4. Depth Change

## Заключение

В статье рассмотрена задача реализации движения в режиме перемещения по линейной координате для беспилотного подводного аппарата. Представлен алгоритм построения закона управления, удовлетворяющего заданным условиям, а именно, заданному положению равновесия в вертикальной плоско-

сти, астатизму. Построен закон управления с корректирующим устройством, работающим в режиме фильтра. Разработанный алгоритм реализован в MATLAB с помощью подсистемы Simulink. Проведено компьютерное моделирование и проиллюстрирована работоспособность разработанного алгоритма.

## References

- [1] von Ellenrieder K.D. Linear State Space Control Methods. *Control of Marine Vehicles. Springer Series on Naval Architecture, Marine Engineering, Shipbuilding and Shipping*. Vol. 9. Springer, Cham; 2021. p. 211-262. (In Eng.) doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-75021-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-75021-3_6)
- [2] Veremey E.I. Synthesis of multi-objective control laws for ship motion. *Gyroscope and Navigation*. 2010; 1(2):119-125. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1134/S2075108710020069>
- [3] Veremey E.I. Dynamical Correction of Positioning Control Laws. *Proceedings of the 9th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems (CAMS 2013)*. Osaka, Japan; 2013. p. 31-36. (In Eng.)
- [4] Smirnov N.V., Smirnova T.Ye., Smirnova M.A., Smirnov M.N. Multiprogram Digital Control. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2014)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2014. p. 268-271. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014\\_pp268-271.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014_pp268-271.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [5] Smirnova T.Ye., Smirnova M.A., Smirnov M.N. Astaticism in the Motion Control Systems of Marine Vessels. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2014)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2014. p. 258-261. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014\\_pp258-261.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014_pp258-261.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [6] Smirnov N.V., Smirnova M.A., Smirnov M.N. The method of accounting of bounded external disturbances for the synthesis of feedbacks with multi-purpose structure. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2014)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2014. p. 301-304. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014\\_pp301-304.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2014/IMECS2014_pp301-304.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)



- [7] Smirnova M.A., Smirnov M.N. Synthesis of Astatic Control Laws of Marine Vessel Motion. *2013 18th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR)*. IEEE Computer Society, Miedzyzdroje, Poland; 2013. p. 678-681. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/MMAR.2013.6669992>
- [8] Smirnov M.N., Smirnova M.A. Dynamical Compensation of Bounded External Impacts for Yaw Stabilisation System. *2013 XXIV International Conference on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT)*. IEEE Computer Society, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; 2013. p. 1-3. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ICAT.2013.6684040>
- [9] Smirnova M.A., Smirnov M.N. Modal Synthesis of Astatic Controllers for Yaw Stabilization System. *2013 XXIV International Conference on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT)*. IEEE Computer Society, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; 2013. p. 1-5. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/ICAT.2013.6684041>
- [10] Fedorova M.A. Computer Modeling of the Astatic Stabilization System of Sea-going Ship Course. *Proceedings of the 13th International Conference on Humans and Computers (HC '10)*. ACM, University of Aizu Press, Fukushima-ken, JPN; 2010. p. 117-120. Available at: <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.5555/1994486.1994515> (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [11] Smirnov M.N. Suppression of Bounded Exogenous Disturbances Act on a Sea-going Ship. *Proceedings of the 13th International Conference on Humans and Computers (HC '10)*. ACM, University of Aizu Press, Fukushima-ken, JPN; 2010. p. 114-116. Available at: <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.5555/1994486.1994514> (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [12] Veremey E.I., Smirnova M.A., Smirnov M.N. Synthesis of Stabilizing Control Laws with Uncertain Disturbances for Marine Vessels. *2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP)*. IEEE Computer Society, St. Petersburg, Russia; 2015. p. 1-3. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/SCP.2015.7342219>
- [13] Smirnov N.V., Smirnova M.A., Smirnova T.E., Smirnov M.N. Modernization of the approach for bounded external disturbances compensation. *2015 International Automatic Control Conference (CACSC)*. IEEE Computer Society, Yilan, Taiwan; 2015. p. 418-421. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/CACSC.2015.7465994>
- [14] Smirnova M.A., Smirnov M.N. Multipurpose Control Laws in Trajectory Tracking Problem. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016; 11(22):11104-11109. Available at: [https://www.ripublication.com/ijaer16/ijaerv11n22\\_53.pdf](https://www.ripublication.com/ijaer16/ijaerv11n22_53.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [15] Smirnova M.A., Smirnov N.V., Smirnova T.E., Smirnov M.N. Astaticism in tracking control systems. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2016)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2016. p. 200-204. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2016/IMECS2016\\_pp200-204.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2016/IMECS2016_pp200-204.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [16] Smirnov M.N., Smirnova M.A., Smirnova T.E., Smirnov N.V. Multi-purpose Control Laws in Motion Control Systems. *Information*. 2017; 20(4):2265-2272. (In Eng.)
- [17] Smirnova M.A., Smirnov M.N., Smirnova T.E., Smirnov N.V. The Issues of Multipurpose Control Laws Construction. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2017)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2017. p. 194-196. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2017/IMECS2017\\_pp194-196.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2017/IMECS2017_pp194-196.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [18] Smirnov M.N., Smirnova M.A., Smirnova T.E., Smirnov N.V. The Problem of Synthesis the Control Laws with Uncertainties in External Disturbances. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science: Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2017)*. Vol. I. IAENG, Hong Kong; 2017. p. 276-279. Available at: [http://www.iaeng.org/publication/IMECS2017/IMECS2017\\_pp276-279.pdf](http://www.iaeng.org/publication/IMECS2017/IMECS2017_pp276-279.pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [19] Smirnova M.A., Smirnov M.N. Dynamic Modeling and Hybrid Control Design with Image Tracking for a Quadrotor UAV. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2017; 12(15):5073-5077. Available at: [https://www.ripublication.com/ijaer17/ijaerv12n15\\_%20\(49\).pdf](https://www.ripublication.com/ijaer17/ijaerv12n15_%20(49).pdf) (accessed 16.03.2022). (In Eng.)
- [20] Smirnov N.V., Smirnov A.N., Smirnov M.N., Smirnova M.A. Combined control synthesis algorithm. *2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V.F. Demyanov) (CNSA)*. IEEE Computer Society, St. Petersburg, Russia; 2017. p. 194-196. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/CNSA.2017.7974014>
- [21] Smirnov M.N., Smirnova M.A. Questions of Stabilization and Control of Unmanned Aerial Vehicles. *Proceedings of the Bulgarian Academy of Sciences*. 2018; 71(1):87-91. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.7546/CRABS.2018.01.12>
- [22] Smirnov M.N., Smirnova M.A. Control Synthesis for Marine Vessels in Case of Limited Disturbances. *TELKOMNIKA Telecommunication, Computing, Electronics and Control*. 2018; 16(2):648-653. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.12928/telkomnika.v16i2.7180>
- [23] Sotnikova M. Ship Dynamics Control using Predictive Models. *IFAC Proceedings Volumes*. 2012; 45(27):250-255. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.3182/20120919-3-IT-2046.00043>
- [24] Raković S.V., Levine W.S. (eds.) Handbook of Model Predictive Control. *Control Engineering*. Birkhäuser, Cham; 2019. 692 p. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-77489-3>
- [25] Camacho E.F., Bordons C. Model Predictive Control. *Advanced Textbooks in Control and Signal Processing*. 2nd ed. London: Springer-Verlag; 2007. 405 p. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5>

Поступила 16.04.2022; одобрена после рецензирования 11.05.2022; принята к публикации 29.05.2022.  
Submitted 16.04.2022; approved after reviewing 11.05.2022; accepted for publication 29.05.2022.





**Об авторах:**

**Смирнова Мария Александровна**, старший преподаватель кафедры компьютерных технологий и систем, факультет прикладной математики – процессов управления, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9), кандидат физико-математических наук, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0799-4357>**, [mariya.smirnova@spbu.ru](mailto:mariya.smirnova@spbu.ru)

**Смирнов Михаил Николаевич**, доцент кафедры компьютерных технологий и систем, факультет прикладной математики – процессов управления, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9), кандидат физико-математических наук, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6481-667X>**, [mikhail.smirnov@spbu.ru](mailto:mikhail.smirnov@spbu.ru)

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

**About the authors:**

**Maria A. Smirnova**, Senior Lecturer of the Chair of Computer Applications and Systems, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation), Cand.Sci. (Phys.-Math.), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0799-4357>**, [mariya.smirnova@spbu.ru](mailto:mariya.smirnova@spbu.ru)

**Mikhail N. Smirnov**, Associate Professor of the Chair of Computer Applications and Systems, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation), Cand.Sci. (Phys.-Math.), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6481-667X>**, [mikhail.smirnov@spbu.ru](mailto:mikhail.smirnov@spbu.ru)

*All authors have read and approved the final manuscript.*

