

УДК 517.958
DOI: 10.25559/SITITO.18.202202.404-411

Научная статья

Режим авторотации при исследовании математической модели аэродинамического маятника в потоке среды

Д. В. Беляков

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Российская Федерация

Адрес: 125993, Российская Федерация, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4
dimbelster@yandex.ru

Аннотация

Работа посвящена построению и исследованию математической модели автоколебаний аэродинамического маятника в потоке среды. В качестве модели воздействия среды на тело принята модель квазистатического обтекания пластинки средой. Согласно этой гипотезе, аэродинамические силы, действующие на тело, прикладываются в центре давления. В рассматриваемой задаче центр давления является подвижным относительно пластинки. Получены уравнения движения для рассматриваемого тела. Проведен переход к новым безразмерным переменным. Показано нарушение единственности при определении угла атаки. Проведен параметрический анализ областей неоднозначности. Исследуется вопрос о существовании различных стационарных режимов. Найдены все стационарные точки, являющиеся решениями уравнений равновесия. Проведено исследование устойчивости положения равновесия, соответствующего состоянию покоя, в котором реализован критерий Гурвица и изображена область устойчивости. Показано существование нетривиального режима авторотации, при котором тело быстро вращается и его центр давления осуществляет периодические автоколебания. При помощи метода осреднения для этого режима получены оценки средних значений угловой скорости и координаты центра масс. В математическом пакете MATLAB 18 написан комплекс программ, позволяющий проводить численное интегрирование уравнений, описывающих колебания тела, для того, чтобы подтвердить полученные теоретические результаты.

Ключевые слова: автоколебания, флаттер, маятник, авторотация, метод осреднения

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Беляков Д. В. Режим авторотации при исследовании математической модели аэродинамического маятника в потоке среды // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 2. С. 404-411. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.404-411>

© Беляков Д. В., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Geometrical Analysis in the Study of Body Oscillations of Complex Configuration in the Medium Flow

D. V. Belyakov

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

Address: 4 Volokolamskoe shosse, Moscow 125993, Russian Federation

dimbelster@yandex.ru

Abstract

The work is devoted to the construction and study of a mathematical model of self-oscillations of an aerodynamic pendulum in a medium flow. The model of quasi-static flow of the plate by the medium was adopted as a model of the impact of the medium on the body. According to this hypothesis, the aerodynamic forces acting on the body are applied at the center of pressure. In the problem under consideration, the center of pressure is movable relative to the plate. The equations of motion for the body in question are obtained. The transition to new dimensionless variables. The violation of uniqueness in determining the angle of attack is shown. A parametric analysis of ambiguity domains is carried out. All stationary points that are solutions of the equilibrium equations are found. It is shown that in the most characteristic position of equilibrium, corresponding to the state of rest, there are no ambiguity regions. The stability of the equilibrium position corresponding to the state of rest was studied, in which the Hurwitz criterion was implemented, and the stability region was depicted. It is shown that aerodynamic forces for bodies with some forms can contribute to the development of self-oscillations, and for others, attenuation. In the mathematical package MATLAB 18, a set of programs is written, which makes it possible to build areas of stability and to carry out numerical integration of the equations describing body oscillations in order to confirm the adequacy of the constructed model.

Keywords: auto-oscillations, flutter, pendulum, autorotation, averaging method

The author declares no conflict of interest.

For citation: Belyakov D.V. Geometrical Analysis in the Study of Body Oscillations of Complex Configuration in the Medium Flow. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022; 18(2):404-411. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202202.404-411>



Введение

Быстро вращающиеся тела обладают целым рядом важных свойств, которые использовались человеком в очень давние времена. Эти свойства использовались при охоте с помощью бумеранга, при ведении боевых действий, в детских игрушках-волчках. Классические исследования по динамике абсолютно твердого тела Эйлера и Лагранжа дали обоснование некоторых свойств вращающегося твердого тела. Всем известно, что быстро вращающийся волчок обладает свойством сохранения направления своей оси, также, как и ротор гироскопа. Такие же свойства имеет авторотация, т.е. свободное вращение воздушного винта под действием набегающего потока воздуха. Полет вертолета, различные ветродвигатели и многие другие вещи связаны с авторотацией [1]-[4].

С другой стороны существует такая проблема как флаттер. Флаттером называют незатухающие упругие колебания частей летательного аппарата, возникающие в полете при критической скорости. Эти колебания порождаются аэродинамическими воздействиями и относятся к автоколебаниям. То есть для их возникновения не требуется каких-либо периодических внешних воздействий, они появляются внезапно, вследствие случайного начального импульса, иногда даже очень малого. Аэродинамические силы, действующие на тело носят ярко выраженный нелинейный характер и исследование устойчивости усложняется.

Рассмотрим задачу, в которой с одной стороны есть режим авторотации, с другой стороны, для исследования обычных стационарных точек, можно использовать методы теории устойчивости по первому приближению.

I. Постановка задачи

Тело состоит из пластинки АВ и прикрепленной к ней массивной державки ВД. Центр масс тела Д может двигаться только по прямой ГЕ, державка может поворачиваться вокруг точки Д (см. рисунок 1). Введем неподвижную систему координат. Будем считать, что силы деформации элементов крепления зависят от отклонений линейным образом и сводятся к восстанавливающей силе и возвращающему моменту, и что в положении покоя маятник ориентирован по потоку. Аэродинамические силы, приложенные к телу, приняты в соответствии с эмпирической теорией стационарного обтекания плоской пластины¹[5]-[16].

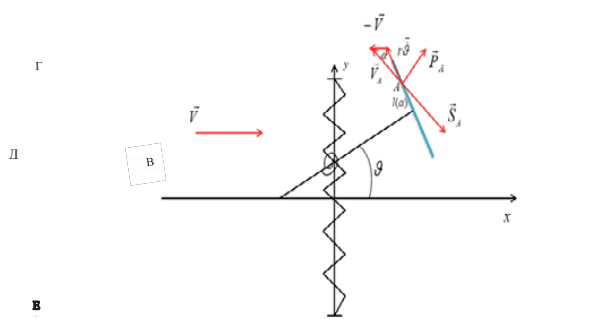
Аэродинамические силы, действующие на пластинку, разложим на две составляющие: сила сопротивления \vec{S}_A , направленная против воздушной скорости \vec{V}_A точки А относительно потока среды, и подъемная сила \vec{P}_A , направленные ей ортогонально. При этом величины аэродинамических сил равны:

$$|\vec{S}_A| = s(\alpha)V_A^2 = 0.5\rho\sigma c_x(\alpha)V_A^2$$

$$|\vec{P}_A| = p(\alpha)V_A^2 = 0.5\rho\sigma c_y(\alpha)V_A^2$$

где α – угол атаки между вектором \vec{V}_A и пластинкой

p, s – аэродинамические функции углов атаки, \tilde{n}_x, \tilde{n}_y – безразмерные аэродинамические функции, ρ – плотность воздуха, σ – площадь одной пластинки.



Р и с. 1. Рассматриваемое тело

Fig. 1 The body in question

В рассматриваемой модели предполагается, что центр давления пластинки точку А можно считать подвижной относительно пластинки. Сдвиг центра давления описывается функцией $l(\alpha)$, которая описывает расстояние между центром давления А и геометрическим центром пластинки В. Зависимость определена из продувок прямоугольных пластинок с заданным удлинением в аэродинамической трубе². Аналогичная задача, только с неподвижным центром давления рассматривалась в работе [1].

Составим уравнения движения рассматриваемого тела. В качестве обобщенных координат, определяющих положение тела, введем координату y центра масс Д, совпадающего с серединой пластинки и угол ϑ отклонения стержня от горизонтали. Тогда теорема о движении центра масс в проекции на ось ОУ и теорема об изменении кинетического момента будут иметь вид:

$$m\ddot{y} = s(\alpha)V_A(l(\alpha)\dot{\vartheta}\sin\vartheta - r\dot{\vartheta}\cos\vartheta - \dot{y}) - p(\alpha)V_A(r\dot{\vartheta}\sin\vartheta + l(\alpha)\dot{\vartheta}\cos\vartheta + V) - ky \quad (1)$$

$$J\ddot{\vartheta} = rV_A^2\tau(\alpha) - l(\alpha)V_A^2n(\alpha) - c\vartheta$$

Где

$$\tau(\alpha) = p(\alpha)\sin\alpha - s(\alpha)\cos\alpha$$

$$n(\alpha) = p(\alpha)\cos\alpha + s(\alpha)\sin\alpha$$

– это аэродинамические функции нормальной и тангенциальной сил. Кинематические соотношения, связывающие V_A, α с $y, \dot{y}, \vartheta, \dot{\vartheta}$, имеют вид:

$$V_A \sin\alpha = l(\alpha)\dot{\vartheta} - \dot{y}\sin\vartheta + V \cos\vartheta \quad (2)$$

$$V_A \cos\alpha = r\dot{\vartheta} + \dot{y}\cos\vartheta + V \sin\vartheta$$

Построенные уравнения содержат параметры:

$$m, J, s(\alpha), p(\alpha), l(\alpha), V_A, V, k, c, r$$

¹ Локшин Б. Я., Привалов В. А., Самсонов В. А. Введение в задачу о движении точки и тела в сопротивляющейся среде. М.: Изд-во МГУ, 1992. 75 с.; Паршин Д. Е., Самсонов В. А. Качественный анализ в задаче о движении аэродинамического маятника. Отчет № 4194 НИИ механики МГУ. М., 1992.

² Табачников В. Г. Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // Труды ЦАГИ. 1974. № 1621. С. 79-93.



Введем новые безразмерные переменные:

$$Y = \frac{y}{b} \text{ безразмерная координата центра масс,}$$

$$\tau = \frac{V}{b} t \text{ безразмерное время,}$$

$$\Omega = \frac{b\dot{\vartheta}}{V} \text{ безразмерная угловая скорость,}$$

$$U = \frac{V_A}{V} \text{ безразмерная скорость центра давления,}$$

При переходе к новым безразмерным переменным уравнения (1) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} M\ddot{Y} &= c_x(\alpha)U(R\Omega \cos \vartheta + \varepsilon(\alpha)\Omega \sin \vartheta - \dot{Y}) + \\ &+ c_y(\alpha)U(R\Omega \sin \vartheta + \varepsilon(\alpha)\Omega \cos \vartheta + 1) - KY \\ I\ddot{\vartheta} &= U^2(Rc_r(\alpha) - \varepsilon(\alpha)c_n(\alpha)) - C\vartheta \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $M, K, I, \varepsilon(\alpha), R$ это безразмерные коэффициенты:

$$\begin{aligned} M &= \frac{m}{0.5\rho\sigma}, K = \frac{kb}{0.5\rho\sigma V^2}, C = \frac{bc}{0.5\rho\sigma V^2}, \\ I &= \frac{J}{0.5\rho\sigma b}, \varepsilon(\alpha) = \frac{l(\alpha)}{b}, R = \frac{r}{b} \end{aligned}$$

После простых преобразований кинематические соотношения (2) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} U \sin \alpha &= \varepsilon(\alpha)\Omega - \dot{Y} \sin \vartheta + \cos \vartheta \\ U \cos \alpha &= R\Omega + \dot{Y} \cos \vartheta + \sin \vartheta \end{aligned} \quad (4)$$

Построенные уравнения содержат параметры:

$$M, I, c_x(\alpha), c_y(\alpha), \varepsilon(\alpha), U, K, C$$

Таким образом, построена математическая модель колебаний пластинки, которая представляется системой безразмерных уравнений (3)-(4), которая имеет меньшее число параметров. Можно исследовать эту систему и потом вернуться к старым переменным.

II. Неоднозначность определения угла атаки

При численном интегрировании уравнений движения (3), нужно сначала определить угол атаки из соотношений (4). Разделим первое уравнение (4) на второе и, избавляясь от U , получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon(\alpha)\Omega - \dot{Y} \sin \vartheta + \cos \vartheta}{R\Omega + \dot{Y} \cos \vartheta + \sin \vartheta} \quad (5)$$

Умножим правую и левую части уравнения (5) на знаменатель $R\Omega + \dot{Y} \cos \vartheta + \sin \vartheta \neq 0$

Если знаменатель все-таки обращается в нуль, то тогда может быть потеряно решение $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Получим нелинейное уравнение (6), равносильное соотношению (5):

$$\begin{aligned} (R\Omega + \dot{Y} \cos \vartheta + \sin \vartheta) \operatorname{tg} \alpha - \\ - \dot{Y} \cos \vartheta - \sin \vartheta = \varepsilon(\alpha)\Omega \end{aligned} \quad (6)$$

Мы можем решить уравнение (6) и найти угол атаки α при различных значениях фазовых переменных $\dot{Y}, \Omega, \vartheta$. Поверхность $\alpha = \alpha(\dot{Y}, \Omega, \vartheta)$ можно изобразить только в четырехмерном пространстве. Мы будем изображать поверхность $\alpha = \alpha(\Omega, \dot{Y})$ только при фиксированных значениях угла ϑ или $\alpha = \alpha(\vartheta, \dot{Y})$ при фиксированном \dot{Y} . Параметрический анализ и графическая интерпретация этих поверхностей проведена в [1, 2]. Показано существование областей неоднозначности при определении углов атаки и построен алгоритм выбора правильного угла атаки при численном интегрировании. Таким образом, математическая модель колебаний пластинки, (3)-(4) стала действительно замкнутой и определенной. Приступим к нахождению положений равновесий аэродинамического маятника и исследованию их устойчивости.

III. Исследование устойчивости произвольных стационарных точек

В работах [1, 2] указаны уравнения равновесия при поступательном движении для системы (3)-(4). Приводятся программы для нахождения различных стационарных точек. Для найденных стационарных точек выведены уравнения первого приближения и с помощью критерия Гурвица построены области устойчивости.

IV. Режим авторотации

Определим режим движения маятника при высокой угловой скорости. Пусть $C = 0$. Будем считать, что $r\omega \gg V$. При $\alpha \rightarrow 0$ $\beta \rightarrow 0$ линеаризуем кинематические соотношения:

$$U \alpha = \varepsilon_m \Omega + \cos \vartheta$$

$$U = R\Omega + \sin \vartheta$$

Аэродинамические функции $\tau(\alpha)$ и $n(\alpha)$ линеаризуем при $\alpha \rightarrow 0$:

$$c_x(\alpha) = (c_{x0} + c'_{x0}\alpha), c_y(\alpha) = (c_{y0} + c'_{y0}\alpha)$$

$$c_r(\alpha) = (c_{r0} + c'_{r0}\alpha), c_n(\alpha) = (c_{n0} + c'_{n0}\alpha)$$

В уравнении движения и уравнении движения центра масс сделаем переход от переменных V_A, α к переменным, ϑ, Ω, Y , после чего проведем их осреднение по быстрой переменной ϑ . Полученная система будет иметь следующее стационарное решение:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{\tilde{n}_{\tau_0}}{2(\tilde{n}'_{n_0}\varepsilon_m^2 - R^2\tilde{n}_{\tau_0})}}, Y_0 = \frac{\Omega_0\varepsilon_m(3\tilde{y}'_{y_0} - x_0)}{2K}$$

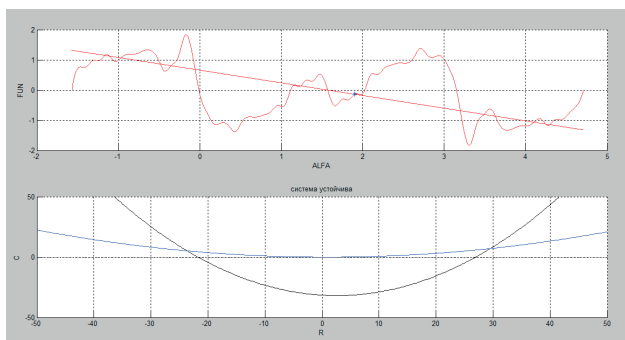
Это установившееся движение носит название режима авторотации. Угловая скорость в этом режиме может быть велика.

Перейдем к следующему этапу данной работы – построению программы, которая реализует численное интегрирование системы уравнений движения [17]-[20].



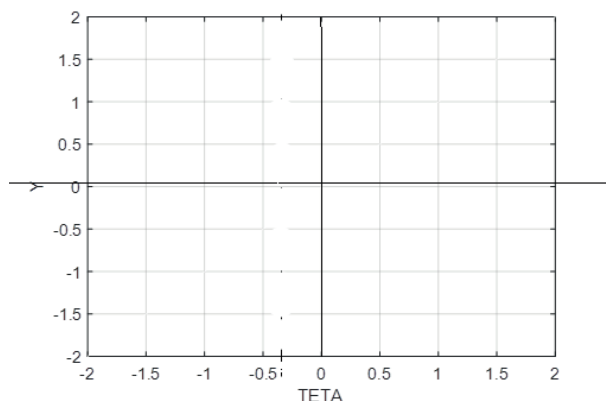
V. Численное решение уравнений движения

В математическом пакете MATLAB 18 написана программа, реализующая численное интегрирование уравнений (3)-(4), описывающих колебания пластинки. При поиске численного решения используется процедура ode45, реализующая методы Рунге-Кутты четвертого и пятого порядка с переменным шагом. При поиске численного решения аэродинамические функции интерполируются кубическим сплайном [21]-[25]. Программа для решения задачи о колебании пластинки имеет следующий интерфейс. На графиках уравнений равновесия выбираем произвольную стационарную точку и она находится численно. Потом на картинке внизу изображается область устойчивости для этой точки. Значения R и C вводятся путем выбора точки на графике области устойчивости. Начальные условия также выбираются графически. Полученные путем интегрирования точки $Y=Y(\theta)$, изображаются как траектории в конфигурационном пространстве системы. Для моделирования колебаний пластинки возьмем удлинение, равное пяти. Зададим значения



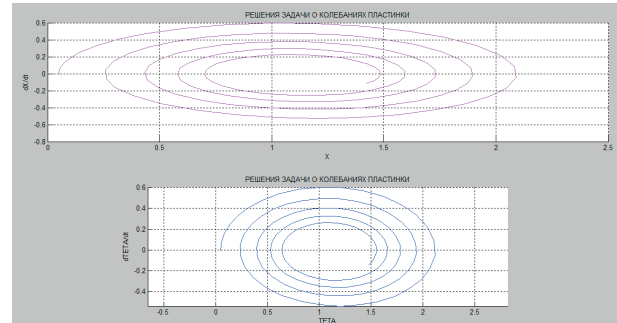
Р и с. 2. Графический ввод R, C
F i g. 2. Graphic input R, C

начальные условия введем графически в окрестности состояния покоя.



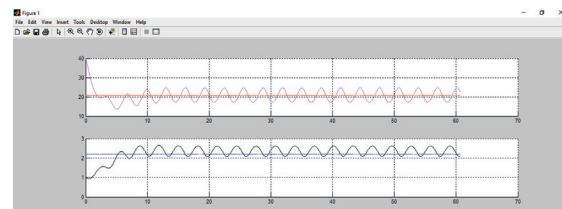
Р и с. 3. Ввод начальных условий
F i g. 3 Initial Conditions Input

Видно, что изображающая точка стремится к окрестности начала координат, что иллюстрирует устойчивость основного равновесия и мы имеем затухающие колебания.



Р и с. 4. Устойчивость основного равновесия
F i g. 4. Basic equilibrium stability

На рисунке 5 изображен выход тела на режим авторотации.



Р и с. 5. Режим авторотации
F i g. 5. Autorotation mode

VI. Заключение

Таким образом, в работе:

1. Создана математическая модель колебаний аэродинамического маятника.
2. Проведены численные исследования устойчивости, в которых реализован критерий Гурвица и изображены области устойчивости при различных значениях параметров \tilde{N} , R . Аналогичные задачи по математическому моделированию проводились также в работах [4]-[7].
3. Найден режим авторотации
4. Предложен комплекс программ, позволяющий строить области устойчивости и проводить численное интегрирование уравнений движения для исследуемой модели.



Список использованных источников

- [1] Самсонов В. А. Беляков Д. В. Геометрический анализ при исследовании колебаний тела сложной конфигурации в потоке среды // *International Journal of Open Information Technologies*. 2019. Т. 7, № 9. С. 31-38. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39529511> (дата обращения: 23.04.2022).
- [2] Беляков Д. В. Задача об исследовании автоколебаний аэродинамического маятника в потоке среды // *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2020. Т. 16, № 2. С. 449-459. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.16.202002.449-459>
- [3] Беляков Д. В., Самсонов В. А., Филиппов В. В. Исследование движений несимметричного тела в сопротивляющейся среде // *Вестник Московского энергетического института*. 2006. № 4. С. 5-10. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9455853> (дата обращения: 23.04.2022).
- [4] Беляков Д. В. Разработка и исследование математической модели движения несимметричного авторотирующего тела в квазистатической среде // *Мехатроника, Автоматизация, Управление*. 2007. № 11. С. 20-24. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9609383> (дата обращения: 23.04.2022).
- [5] Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D. Methods of Qualitative Analysis in the Problem of Rigid Body Motion in Medium // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2011. Vol. 21, no. 10. P. 2955-2961. doi: <https://doi.org/10.1142/S021812741103026X>
- [6] Strickland J. H., Webster B. T., Nguyen T. A Vortex Model of the Darrieus Turbine: An Analytical and Experimental Study // *Journal of Fluids Engineering*. 1979. Vol. 101, issue 4. P. 500-505. doi: <http://doi.org/10.1115/1.3449018>
- [7] Paraschivoiu I., Delclaux F. Double multiple streamtube model with recent improvements (for predicting aerodynamic loads and performance of Darrieus vertical axis wind turbines) // *Journal of Energy*. 1983. Vol. 7, no. 3. P. 250. doi: <http://doi.org/10.2514/3.48077>
- [8] Климина Л. А. Ротационные режимы движения аэродинамического маятника с вертикальной осью вращения // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2009. № 5. С. 71-74. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=13003165> (дата обращения: 23.04.2022).
- [9] Голуб А. П., Селюцкий Ю. Д. О влиянии упругого крепления на колебания двухзвенного аэродинамического маятника // *ТРУДЫ МФТИ. Труды Московского физико-технического института (национального исследовательского университета)*. 2017. Т. 9, № 3(35). С. 8-13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32736027> (дата обращения: 23.04.2022).
- [10] Москатов Г. К., Чепелев А. А. Надежность и безопасность систем автоматического управления летательными аппаратами // *Научный вестник оборонно-промышленного комплекса России*. 2013. № 2. С. 41-63. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=24276464> (дата обращения: 23.04.2022).
- [11] Alqurashi F., Mohamed M. H. Aerodynamic Forces Affecting the H-Rotor Darrieus Wind Turbine // *Modelling and Simulation in Engineering*. 2020. Vol. 2020. Article number: 1368369. doi: <http://doi.org/10.1155/2020/1368369>
- [12] Parashivoiu I. Aerodynamic loads and rotor performance for the Darrieus wind turbines // *Journal of Energy*. 1982. Vol. 6. P. 406-412. doi: <http://doi.org/10.2514/6.1981-2582>
- [13] Досаев М. З., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. О динамике малой ветроэлектростанции // *Доклады Академии наук*. 2007. Т. 416, № 1. С. 50-53. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9533786> (дата обращения: 23.04.2022).
- [14] Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. Сопоставление различных форм записи уравнений движения тела в потоке среды // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2008. № 1. С. 171-178. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=10293701> (дата обращения: 23.04.2022).
- [15] Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. О колебаниях пластины в потоке сопротивляющейся среды // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2004. № 4. С. 24. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17636289> (дата обращения: 23.04.2022).
- [16] Привалов В. А., Самсонов В. А. Об устойчивости движения тела, авторотирующего в потоке среды // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1990. № 2. С. 32-38.
- [17] Applications and Developments of Aeroelasticity of Flexible Structure in Flow Controls / J. Z. Zhang [и др.] // *Advances in Mechanics*. 2018. Vol. 48, issue 1. P. 299-319. doi: <http://doi.org/10.6052/1000-0992-16-034>
- [18] Климина Л. А., Локшин Б. Я. Об одном конструктивном методе поиска ротационных и автоколебательных режимов в автономных динамических системах // *Нелинейная динамика*. 2017. Т. 13, № 1. С. 25-40. doi: <http://doi.org/10.20537/nd1701003>
- [19] Климина Л. А. Метод формирования асинхронных автоколебаний в механической системе с двумя степенями свободы // *Прикладная математика и механика*. 2021. Т. 85, № 2. С. 152-171. doi: <http://doi.org/10.31857/S0032823521020065>
- [20] Лозовский И. В. Анализ математической модели авторотирующего несущего винта // *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*. 2021. № 6. С. 25-27. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46201456> (дата обращения: 23.04.2022).
- [21] Yao J., Yeo K. S. Free hovering of hummingbird hawkmoth and effects of wing mass and wing elevation // *Computers & Fluids*. 2019. Vol. 186. P. 99-127. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.04.007>
- [22] Hesamian G., Akbari M. G. A fuzzy additive regression model with exact predictors and fuzzy responses // *Applied Soft Computing*. 2020. Vol. 95. Article number: 106507. doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106507>



- [23] Radionov A. A., Gasiyarov V. R. Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021) // Lecture Notes in Mechanical Engineering. Vol. II. Springer Cham, 2022. 849 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-85230-6>
- [24] Li Q., Hou P. Three-dimensional quasi-static general solution for isotropic thermoelastic medium with applications // Case Studies in Thermal Engineering. 2021. Vol. 25. Article number: 100897. doi: <https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.100897>
- [25] Liu X., Xu J., Liu Y. Trajectory tracking and point stability of three-axis aero-dynamic pendulum with MPC strategy in disturbance environment // Assembly Automation. 2021. Vol. 41, no. 3. P. 358-368. doi: <https://doi.org/10.1108/AA-11-2020-0181>

Поступила 23.04.2022; одобрена после рецензирования 10.06.2022; принята к публикации 05.07.2022.

Об авторе:

Беляков Дмитрий Валерьевич, доцент кафедры компьютерной математики, Институт № 8 «Информационные технологии и прикладная математика», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (125993, Российская Федерация, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4), кандидат технических наук, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5093-2963>**, dimbelster@yandex.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

References

- [1] Samsonov V.A., Belyakov D.V. Geometrical analysis in the study of body oscillations of complex configuration in the medium flow. *International Journal of Open Information Technologies*. 2019; 7(9):31-38. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39529511> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [2] Belyakov D.V. The Problem of Studying the Self-Oscillations of an Aerodynamic Pendulum in the Flow of a Medium. *Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie = Modern Information Technologies and IT-Education*. 2020; 16(2):449-459. (In Russ., abstract in Eng.) doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.16.202002.449-459>
- [3] Belyakov D.V., Samsonov V.A., Filippov V.V. Motion Investigation of Asymmetric Solid in Resistant Environment. *Vestnik Moskovskogo jenergeticheskogo instituta = Vestnik MEI. Bulletin of Moscow Power Engineering Institute*. 2006; (4):5-10. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9455853> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [4] Belyakov D.V. Development and Features of Mathematical Model of Movement Asymmetrical Autorotating Bodies in Quasi-static to Environment. *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie = Mechatronics, Automation, Control*. 2007; (11):20-24. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=9609383> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [5] Samsonov V.A., Dosaev M.Z., Selyutskiy Yu.D. Methods of Qualitative Analysis in the Problem of Rigid Body Motion in Medium. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2011; 21(10):2955-2961. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1142/S021812741103026X>
- [6] Strickland J.H., Webster B.T., Nguyen T. A Vortex Model of the Darrieus Turbine: An Analytical and Experimental Study. *Journal of Fluids Engineering*. 1979; 101(4):500-505. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.1115/1.3449018>
- [7] Paraschivoiu I., Delclaux F. Double multiple streamtube model with recent improvements (for predicting aerodynamic loads and performance of Darrieus vertical axis wind turbines). *Journal of Energy*. 1983; 7(3):250. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.2514/3.48077>
- [8] Klimina L.A. Rotational modes of motion for an aerodynamic pendulum with a vertical rotation axis. *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2009; 64(5):126. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.3103/S0027133009050069>
- [9] Holub A.P., Selyutskiy Yu.D. On Influence of Elastic Mounting on Oscillations of a Double Aerodynamic Pendulum. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2017; 9(3):8-13. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32736027> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [10] Moskatov G.K., Chepelev A.A. Reliability and safety of feedback flight control systems. *Scientific Bulletin of the military-industrial complex of Russia*. 2013; (2):41-63. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=24276464> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [11] Alqurashi F., Mohamed M.H. Aerodynamic Forces Affecting the H-Rotor Darrieus Wind Turbine. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2020; 2020:1368369. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.1155/2020/1368369>
- [12] Parashivoiu I. Aerodynamic loads and rotor performance for the Darrieus wind turbines. *Journal of Energy*. 1982; 6:406-412. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.2514/6.1981-2582>
- [13] Dosaev M.Z., Samsonov V.A., Seliutskii Yu.D. On the Dynamics of a Small-Scale Wind Power Generator. *Doklady Physics*. 2007; 52(9):493-495. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.1134/S1028335807090091>
- [14] Samsonov V.A., Selyutskii Yu.D. Comparison of Different Notation for Equations of Motion of a Body in a Medium Flow. *Mechanics of Solids*. 2008; 43(1):146-152. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.1007/s11964-008-1015-x>
- [15] Samsonov V.A., Selyutskii Yu.D. About Vibrations of a Plate in a Flow of a Resisting Medium. *Mechanics of Solids*. 2004; (4):24. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17636289> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [16] Privalov V.A., Samsonov V.A. *Ob ustojchivosti dvizhenija tela, avtorotirujushhego v potoke srede* [On the Stability of Motion of a Body Autorotating in the Flow of a Medium]. *Izv. USSR Acad. Sci. MTT*. 1990; (2):32-38. (In Russ.)



- [17] Zhang J.Z., Liu Y., Sun X., Chen J.H., Wang L. Applications and Developments of Aeroelasticity of Flexible Structure in Flow Controls. *Advances in Mechanics*. 2018; 48(1):299-319. (In Eng.) doi: <http://doi.org/10.6052/1000-0992-16-034>
- [18] Klimina L.A., Lokshin B.Ya. On a constructive method of search for rotary and oscillatory modes in autonomous dynamical systems. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2017; 13(1):25-40. (In Russ., abstract in Eng.) doi: <http://doi.org/10.20537/nd1701003>
- [19] Klimina L.A. Method for Generating Asynchronous Self-Sustained Oscillations of a Mechanical System with Two Degrees of Freedom. *Mechanics of Solids*. 2021; 56(7):1167-1180. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.3103/S0025654421070141>
- [20] Lozovsky I.V. Analysis of a mathematical model of an autorotation main rotor. *Polyot = Flight*. 2021; (6):25-27. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46201456> (accessed 23.04.2022). (In Russ., abstract in Eng.)
- [21] Yao J., Yeo K.S. Free hovering of hummingbird hawkmoth and effects of wing mass and wing elevation. *Computers & Fluids*. 2019; 186; 99-127. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.04.007>
- [22] Hesamian G., Akbari M.G. A fuzzy additive regression model with exact predictors and fuzzy responses. *Applied Soft Computing*. 2020; 95:106507. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106507>
- [23] Radionov A.A., Gasiyarov V.R. Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Vol. II. Springer Cham; 2022. 849 p. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-85230-6>
- [24] Li Q., Hou P. Three-dimensional quasi-static general solution for isotropic thermoelastic medium with applications. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2021; 25:100897. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.100897>
- [25] Liu X., Xu J., Liu Y. Trajectory tracking and point stability of three-axis aero-dynamic pendulum with MPC strategy in disturbance environment. *Assembly Automation*. 2021; 41(3):358-368. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1108/AA-11-2020-0181>

Submitted 23.04.2022; approved after reviewing 10.06.2022; accepted for publication 05.07.2022.

About the author:

Dmitry V. Belyakov, Associate Professor of the Chair of Computational Mathematics, Institute of Computer Mathematics and Information Technologies, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4 Volokolamskoe shosse, Moscow 125993, Russian Federation), Cand.Sci. (Eng.), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5093-2963>, dimbelster@yandex.ru

The author has read and approved the final manuscript.

