

Компенсация внешних возмущений в задаче визуального позиционирования мобильного робота

Р. А. Севостьянов

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

Адрес: 199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9
sevostyanov.ruslan@gmail.com

Аннотация

В работе рассматривается задача визуального позиционирования полноприводного мобильного омни-колесного робота относительно внешнего визуального маркера в виде квадрата, описываемого координатами четырех угловых точек. На корпусе робота жестко закреплена видеокамера. Управление роботом осуществляется путем задания силы тяги в продольном и нормальном направлениях, а также заданием вращающего момента. Задача заключается в том, чтобы проекция визуального маркера в плоскости изображения оказалась в желаемом положении, при этом задан ряд требований к динамике управляемого движения, в частности при наличии внешнего постоянного или периодического возмущения. Предлагаемое решение состоит в комбинации подходов управления с визуальной обратной связью и использования особого многоцелевого регулятора, который позволяет разбить изначально сложную задачу на более простые, которые могут решаться относительно независимо друг от друга. Приводится описание процесса синтеза такого регулятора для учета требований в различных режимах движения. Полученная обратная связь обеспечивает асимптотическую устойчивость, астатизм замкнутой системы по отношению к постоянному возмущению, а также минимизацию интенсивности реакции управляющего сигнала на полигармонические возмущения с известными частотами. Эффективность описанного подхода демонстрируется на примере экспериментов с компьютерной моделью мобильного робота в режиме собственного движения, при наличии постоянного внешнего возмущения и в случае полигармонического возмущения с тремя гармониками.

Ключевые слова: теория управления, обратная связь, многоцелевой регулятор, фильтрация, внешнее возмущение, компьютерное зрение

Финансирование: исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-07-00531 «Разработка теоретических основ, практических методов и цифровых технологий для решения задач многоцелевого интеллектуального управления подвижными объектами».

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Севостьянов Р. А. Компенсация внешних возмущений в задаче визуального позиционирования мобильного робота // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2022. Т. 18, № 4. С. 790-798. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202204.790-798>

© Севостьянов Р. А., 2022



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



External Disturbance Compensation in the Problem of the Mobile Robot Visual Positioning

R. A. Sevostyanov

Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russian Federation
Address: 7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation
sevostyanov.ruslan@gmail.com

Abstract

The paper considers the problem of visual positioning of an all-wheel drive mobile omni-wheeled robot relative to an external visual marker in the form of a square described by the coordinates of four corner points. A video camera is rigidly fixed to the robot body. The robot is controlled by setting the thrust force in the longitudinal and normal directions, as well as setting the torque. The task is to ensure that the projection of the visual marker in the image plane is in the desired position, while a number of requirements are set for the dynamics of the controlled movement, in particular, in the presence of an external constant or periodic disturbance. The proposed solution consists of a combination of visual servoing control approaches and the use of a special multipurpose controller that allows you to break down an initially complex task into simpler ones that can be solved relatively independently of each other. The synthesis process of such a regulator is described to take into account the requirements in various driving modes. The resulting feedback provides asymptotic stability, astatism of the closed system with respect to a constant perturbation, as well as minimization of the intensity of the response of the control signal to polyharmonic perturbations with known frequencies. The effectiveness of the described approach is demonstrated by the example of experiments with a computer model of a mobile robot in its own motion mode, in the presence of a constant external disturbance and in the case of a polyharmonic disturbance with three harmonics.

Keywords: control theory, feedback, multipurpose regulator, filtering, external disturbance, computer vision

Funding: This work is supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant 20-07-00531 "Development of Theoretical Foundations, Practical Methods and Digital Technologies for Solving Problems of Multi-Purpose Intelligent Control of Mobile Objects".

Conflict of interests: The author declares no conflict of interest.

For citation: Sevostyanov R. A. External Disturbance Compensation in the Problem of the Mobile Robot Visual Positioning. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2022;18(4):790-798. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.18.202204.790-798>



Введение

Мобильные роботы играют чрезвычайно важную роль в логистике современных автоматизированных производств или складов. При этом зачастую такие роботы оснащаются видеокамерами для ориентации в пространстве. Это позволяет отслеживать объекты, положение которых заранее неизвестно, либо изменяется динамически. Отслеживаемые объекты, как правило, помечаются специальными графическими метками для облегчения распознавания. Это могут быть QR-коды, или ArUco-маркеры [1]. Стоит отметить, что распознавание может осуществляться и при помощи известных детекторов для поиска изображения по шаблону, либо при помощи искусственных нейронных сетей.

Существуют различные методы для обеспечения движения к заданному объекту. Одним из них является подход visual servoing [2], который использует визуальную информацию напрямую в контуре обратной связи для обеспечения минимизации невязок между текущим и желаемым положением интересующего объекта в плоскости изображения. Как правило, такой подход формирует желаемую текущую скорость для обеспечения цели управления, не принимая во внимание динамику объекта управления.

Помимо этого, к современным системам управления предъявляются повышенные требования к качеству динамики управляемого движения в различных режимах, в особенности при наличии внешних возмущений. В подобных задачах возможно достаточно эффективное применение т.н. многоцелевой структуры управления [3]. Использование такой структуры позволяет разбить изначально трудоемкую задачу на отдельные более простые подзадачи, которые могут быть решены относительно независимо друг от друга.

В данной работе предлагается решение задачи позиционирования полноприводного мобильного робота с видеокамерой относительно внешнего статического визуального маркера на плоскости с учетом внешнего полигармонического возмущения при помощи комбинирования подходов visual servoing и применения многоцелевого регулятора. Эффективность представленного подхода демонстрируется на базе экспериментов с компьютерной моделью в среде MATLAB.

Постановка задачи

В качестве объекта управления будем рассматривать мобильный робот на шасси с тремя омни-колесами (рис. 1). Использование таких колес обеспечивает полноприводность системы на плоскости. Управление роботом осуществляется путем задания вектора силы тяги и вращающего момента, которые пересчитываются в напряжения на трех электромоторах, присоединенных к соответствующим колесам. Математическая модель динамики движения робота может быть описана при помощи системы [4-11]

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{v}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t), \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) &= \mathbf{R}(\boldsymbol{\eta}(t))\mathbf{v}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{v} = (v, v_n, \omega)^T$ – вектор скоростей: v – линейная скорость, v_n – линейная скорость по направлению нормали,

ω – угловая скорость; $\mathbf{u} = (u_v, u_{v_n}, u_\omega)^T$ – вектор управляющих воздействий: u_v – сила тяги в продольном направлении, u_{v_n} – сила тяги в направлении нормали, u_ω – вращающий момент; $\boldsymbol{\eta} = (x, y, \varphi)^T$ – положение центра масс и курсовой угол робота; \mathbf{d} – вектор внешних возмущений; \mathbf{A} – отрицательно определенная диагональная матрица коэффициентов трения; \mathbf{B} – положительно определенная диагональная матрица коэффициентов при управляющих воздействиях. Единственная нелинейность системы (1) описывается матрицей поворота

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{R}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Будем считать, что на корпусе робота в геометрическом центре жестко закреплена видеокамера, направленная вдоль продольной оси. Предположим, что в области видимости камеры постоянно находится визуальный маркер, представляющий собой квадрат, плоскость которого перпендикулярна плоскости движения. В пространстве маркер описывается угловыми точками $(X_i, Y_i, Z_i), i = \overline{1,4}$ в системе координат камеры. Проекциями угловых точек в плоскости камеры является набор точек $\mathbf{s} = (x_i, y_i), i = \overline{1,4}$. Целью управления является минимизация невязок между текущим положением проекций \mathbf{s} и желаемым положением \mathbf{s}_d , соответствующим необходимой позиции мобильного робота относительно визуального маркера. Таким образом, необходимо обеспечить выполнение условия $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{s}(t) = \mathbf{s}_d$.

При этом необходимо обеспечить астатизм замкнутой системы, а также для экономии энергии и предотвращения износа моторов минимизировать величину реакции управляющего сигнала на полигармонические возмущения вида

$$d(t) = \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega_i t),$$

где A_i – постоянные коэффициенты, N – количество гармоник.

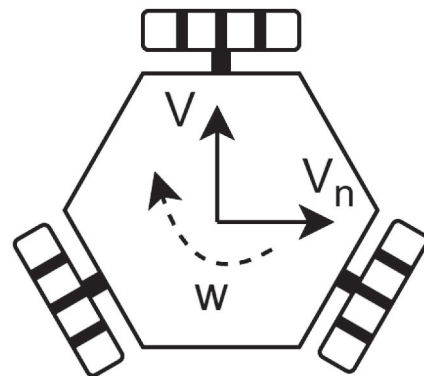


Рис. 1. Модель омни-колесного робота
Fig. 1. Omni-wheel robot model



В дополнение к системе (1) рассмотрим уравнения динамики проекций точек в плоскости изображения, которые можно описать в виде [2]

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L}_s(\mathbf{s}, \mathbf{Z}_c)\mathbf{v} + \mathbf{d}_c(t), \quad (2)$$

где вектор $\mathbf{Z}_c \in E^4$ содержит значения глубины $Z_i, i = \overline{1,4}$ угловых точек маркера, $\mathbf{d}_c(t)$ – вектор внешних возмущений, $\mathbf{L}_s(\mathbf{s}, \mathbf{Z}_c)$ – матрица взаимосвязей. Элементы матрицы \mathbf{L}_s для каждой пары (x_i, y_i) задаются как

$$\mathbf{L}(x_i, y_i, Z_i) = \begin{pmatrix} x_i/Z_i & 1/Z_i & -(1+x_i^2) \\ y_i/Z_i & 0 & -x_i y_i \end{pmatrix}.$$

Далее введем в рассмотрение вектор невязок $\mathbf{e} = \mathbf{s} - \mathbf{s}_d$ между фактическим и желаемым положением проекций угловых точек маркера в плоскости изображения. Исходя из (2), динамика невязок описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{L}_s(\mathbf{e}, \mathbf{Z}_c)\mathbf{v} + \mathbf{d}_c(t).$$

Таким образом, поставленную задачу визуального позиционирования можно формализовать как обеспечение условия

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{e}(t) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Синтез многоцелевого регулятора

Для решения поставленной задачи введем в рассмотрение многоцелевую структуру управления в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_v &= \mathbf{A}z_v + \mathbf{B}u + \mathbf{H}_v(\mathbf{v} - z_v), \\ \dot{\mathbf{z}}_e &= \mathbf{L}_s(\mathbf{e}, \mathbf{Z}_c)z_v + \mathbf{H}_e(\mathbf{e} - z_e), \\ \dot{\mathbf{p}} &= \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \boldsymbol{\beta}_v(\mathbf{v} - z_v) + \boldsymbol{\beta}_e(\mathbf{e} - z_e), \\ \boldsymbol{\zeta} &= \boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \boldsymbol{\mu}_v(\mathbf{v} - z_v) + \boldsymbol{\mu}_e(\mathbf{e} - z_e), \\ \mathbf{u} &= -\mathbf{K}_v z_v - \mathbf{K}_e z_e + \boldsymbol{\zeta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Первые два уравнения системы (4) представляют собой асимптотический наблюдатель, выход которого подается на вход динамического корректора, описываемого следующими двумя уравнениями системы (4). Динамический корректор необходим для компенсации внешних возмущений. Наконец, последнее уравнение системы (4) необходимо для расчета текущего управляющего сигнала.

Настраиваемыми элементами многоцелевой структуры (4) являются матрицы \mathbf{K}_v и \mathbf{K}_e управляющего сигнала, \mathbf{H}_v и

\mathbf{H}_e асимптотического наблюдателя, а также матрицы $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}_v$, $\boldsymbol{\beta}_e$, $\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\mu}_v$ и $\boldsymbol{\mu}_e$ динамического корректора. Матрицы

\mathbf{H}_v и \mathbf{H}_e должны быть положительно определенными, они находятся исходя из требований к максимальному отклонению объекта управления при воздействии постоянного внешнего возмущения. Обратимся к задаче поиска матриц управляющего сигнала.

Рассмотрим динамику собственного движения объекта управления без учета внешнего возмущения, замкнутого базовым законом управления в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{B}u, \\ \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{L}_s(\mathbf{e}, \mathbf{Z}_c)\mathbf{v}, \\ \mathbf{u} &= -\mathbf{K}_v \mathbf{v} - \mathbf{K}_e \mathbf{e}. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем в рассмотрение произвольное положительное целое число $\mu > 0$ и квадратичную форму

$$V = \frac{\mu}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T (\mathbf{B}^{-1})^T \mathbf{v}. \quad (6)$$

Вычислим производную (6) в силу системы (5):

$$\begin{aligned} \dot{V}|_{(5)} &= \mu \mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{v}^T \mathbf{B}^{-1} \dot{\mathbf{v}} = \mu \mathbf{e}^T \mathbf{L}_s^T \mathbf{e} + \mathbf{v}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \mathbf{u} = \\ &= \mathbf{v}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{v}^T (\mu \mathbf{L}_s^T \mathbf{e} + \mathbf{u}). \end{aligned}$$

Будем считать, что \mathbf{K}_v – положительно определенная матрица, тогда, приняв

$$\mathbf{u} = -\mu \mathbf{L}_s^T \mathbf{e} - \mathbf{K}_v \mathbf{v}, \quad (7)$$

и учитывая, что матрица $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}$ – положительно определенная, то получим

$$\dot{V}|_{(5)} = \mathbf{v}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{v} - \mathbf{v}^T \mathbf{K}_v \mathbf{v} \leq 0.$$

Таким образом, по теореме Ляпунова, приняв $\mathbf{K}_e = \mu \mathbf{L}_s^T$, $\mathbf{K}_v > 0$, можно обеспечить асимптотическую устойчивость системы (5).

Теперь обратимся к задаче поиска настраиваемых матриц динамического корректора для компенсации внешнего возмущения [12-25]. Предположим, что робот уже находится в заданном положении, тогда будем считать, что движения системы достаточно малы, чтобы принять матрицу взаимосвязей постоянной со значением \mathbf{L}_0 . Обозначим

$\boldsymbol{\varepsilon}_v = \mathbf{v} - z_v$, $\mathbf{e}_s = \mathbf{e} - z_e$. Уравнения корректора в tf-форме можно представить как

$$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{F}_v(s) \boldsymbol{\varepsilon}_v + \mathbf{F}_e(s) \mathbf{e}_s, \quad s = \frac{d}{dt}.$$

Проводя рассуждения, аналогичные приведенным в статье [3], получим, что для обеспечения астатизма замкнутой системы необходимо, чтобы передаточные матрицы корректора удовлетворяли условиям

$$\mathbf{F}_v(0) = -\mathbf{B}^{-1} \mathbf{H}_v, \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_e(0) = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{B} \mathbf{K}_v \mathbf{T} - \mathbf{A} \mathbf{T} - \mathbf{B} \mathbf{K}_e),$$

где $\mathbf{T} = -(\mathbf{L}_0^T \mathbf{L}_0)^{-1} \mathbf{L}_0^T \mathbf{H}_e$.

Наконец, обратимся к вопросу фильтрации периодического возмущения. С учетом введенных обозначений в этом режиме движения уравнения многоцелевого регулятора можно записать как

$$\dot{\mathbf{z}}_v = \mathbf{A}z_v + \mathbf{B}u + \mathbf{H}_v \boldsymbol{\varepsilon}_v,$$

$$\dot{\mathbf{z}}_e = \mathbf{L}_0 z_v + \mathbf{H}_e \mathbf{e}_s,$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_v z_v - \mathbf{K}_e z_e + \boldsymbol{\zeta}.$$

Избавившись от третьего уравнения, получим

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}}_v \\ \dot{\mathbf{z}}_e \end{pmatrix} = \mathbf{A}_s \begin{pmatrix} z_v \\ z_e \end{pmatrix} + \mathbf{B}_s \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_v \\ \boldsymbol{\zeta} \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{A}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}_v & -\mathbf{B} \mathbf{K}_e \\ \mathbf{L}_0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_v & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_e & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$



или, в tf-форме:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_v \\ \mathbf{z}_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11}(s) & \mathbf{P}_{12}(s) & \mathbf{P}_{13}(s) \\ \mathbf{P}_{21}(s) & \mathbf{P}_{22}(s) & \mathbf{P}_{23}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_v \\ \mathbf{e}_s \\ \zeta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Подставим (9) в уравнение управляющего сигнала, тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -(\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{11} + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{21}) \boldsymbol{\varepsilon}_v - (\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{12} + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{22}) \mathbf{e}_s - (\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{13} + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{23} - \mathbf{E}) \zeta = \\ &= -(\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{11} + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{21} + \mathbf{F} \mathbf{F}_v) \boldsymbol{\varepsilon}_v - (\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{12} + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{22} + \mathbf{F} \mathbf{F}_e) \mathbf{e}_s, \end{aligned}$$

где $\mathbf{F}(s) = \mathbf{K}_v \mathbf{P}_{13}(s) + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{23}(s) - \mathbf{E}$.

Для фильтрации внешнего полигармонического возмущения с частотами $\omega_i, i = \overline{1, N}$ необходимо обеспечить выполнение условий

$$\mathbf{F}_v(j\omega_i) = \mathbf{F}^{-1}(j\omega_i)[\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{11}(j\omega_i) + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{21}(j\omega_i)], \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_e(j\omega_i) = \mathbf{F}^{-1}(j\omega_i)[\mathbf{K}_v \mathbf{P}_{12}(j\omega_i) + \mathbf{K}_e \mathbf{P}_{22}(j\omega_i)],$$

которые, в свою очередь, обеспечивают равенство нулю множителей при $\boldsymbol{\varepsilon}_v$ и \mathbf{e}_s в уравнении (10). Эти условия можно обеспечить, синтезировав динамический корректор следующим образом. Рассмотрим процедуру синтеза на примере передаточной матрицы $\mathbf{F}_v = (\mathbf{F}_{v1} \quad \mathbf{F}_{v2} \quad \mathbf{F}_{v3})^T$, для матрицы \mathbf{F}_e рассуждения полностью аналогичны. Обозначим постоянные матрицы

$$\mathbf{F}_v(0) = \mathbf{F}_v^0 = (\mathbf{F}_{v1}^0 \quad \mathbf{F}_{v2}^0 \quad \mathbf{F}_{v3}^0)^T,$$

$\mathbf{F}_v(j\omega_i) = \mathbf{F}_{vi}^* = (\mathbf{F}_{vi1}^* \quad \mathbf{F}_{vi2}^* \quad \mathbf{F}_{vi3}^*)^T, \quad i = \overline{1, N}$. Каждая компонента передаточной матрицы \mathbf{F}_v представляется уравнением

$$\mathbf{F}_{vk}(s) = \gamma_{vk} (\mathbf{E}_{n_p} s - \boldsymbol{\alpha}_{vk})^{-1} \boldsymbol{\beta}_{vk} + \boldsymbol{\mu}_{vk}, \quad k = \overline{1, 3}.$$

Тогда условия (8) и (10) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} -\gamma_{vk} \boldsymbol{\alpha}_{vk}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{vk} + \boldsymbol{\mu}_{vk} &= \mathbf{F}_{vk}^0, \\ \gamma_{vk} (\mathbf{E}_{2N} j\omega_i - \boldsymbol{\alpha}_{vk})^{-1} \boldsymbol{\beta}_{vk} + \boldsymbol{\mu}_{vk} &= \mathbf{R}_{vik} + \mathbf{I}_{vik} j, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\mathbf{R}_{vik} = \text{Re} \mathbf{F}_{vik}^*, \mathbf{I}_{vik} = \text{Im} \mathbf{F}_{vik}^*$. Выберем произвольные гурвицевы матрицы $\boldsymbol{\alpha}_{vk}$ и произвольные векторы γ_{vk} . Вычтем первое уравнение системы (11) из второго, тогда

$$\gamma_{vk} (\boldsymbol{\alpha}_{vik}^R + \boldsymbol{\alpha}_{vk}^{-1}) \boldsymbol{\beta}_{vk} = \mathbf{R}_{vik} - \mathbf{F}_{vk}^0,$$

$$\gamma_{vk} \boldsymbol{\alpha}_{vik}^I \boldsymbol{\beta}_{vk} = \mathbf{I}_{vik},$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{vik}^R = \text{Re}(\mathbf{E}_{2N} j\omega_i - \boldsymbol{\alpha}_{vk})^{-1},$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{vik}^I = \text{Im}(\mathbf{E}_{2N} j\omega_i - \boldsymbol{\alpha}_{vk})^{-1}.$$

В итоге получаем линейные системы

$$\begin{pmatrix} \gamma_{vk} (\boldsymbol{\alpha}_{v1k}^R + \boldsymbol{\alpha}_{vk}^{-1}) \\ \gamma_{vk} \boldsymbol{\alpha}_{v1k}^I \\ \dots \\ \gamma_{vk} (\boldsymbol{\alpha}_{vNk}^R + \boldsymbol{\alpha}_{vk}^{-1}) \\ \gamma_{vk} \boldsymbol{\alpha}_{vNk}^I \end{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_{vk} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{v1k} - \mathbf{F}_{vk}^0 \\ \mathbf{I}_{v1k} \\ \dots \\ \mathbf{R}_{vNk} - \mathbf{F}_{vk}^0 \\ \mathbf{I}_{vNk} \end{pmatrix}, \quad k = \overline{1, 3},$$

решая которые, находим векторы $\boldsymbol{\beta}_{vk}$ и

$\boldsymbol{\mu}_{vk} = \mathbf{F}_{vk}^0 + \gamma_{vk} \boldsymbol{\alpha}_{vk}^{-1} \boldsymbol{\beta}_{vk}$. Таким образом, динамический корректор, заданный полученными матрицами $\boldsymbol{\alpha}_{vk}, \boldsymbol{\beta}_{vk},$

$\gamma_{vk}, \boldsymbol{\mu}_{vk}, k = \overline{1, 3}$ обеспечивает астатизм системы и фильтрацию на частотах $\omega_i, i = \overline{1, N}$.

Результаты экспериментов

Для проверки работоспособности представленного регулятора была реализована компьютерная модель динамики робота в среде MATLAB. Для начала рассмотрим режим движения без воздействия внешнего возмущения, при этом динамический корректор не используется. Примем следующие численные значения параметров системы (1) и многоцелевого регулятора (4):

$$\mathbf{A} = \text{diag}([-0.2587 \quad -0.2654 \quad -0.7333]),$$

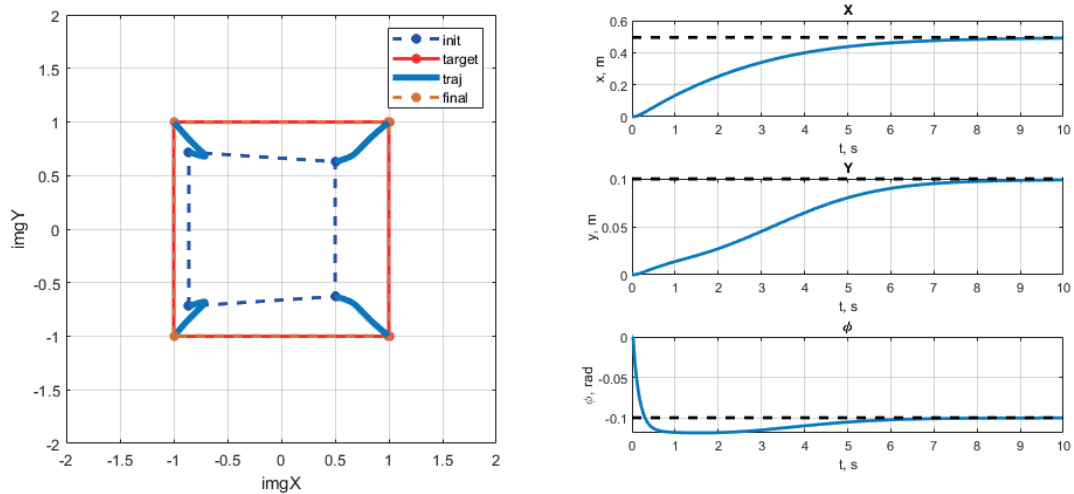
$$\mathbf{B} = \text{diag}([0.5140 \quad 0.5140 \quad 66.7]),$$

$$\mathbf{H}_v = 10\mathbf{E}_{3 \times 3}, \mathbf{H}_e = 10\mathbf{E}_{8 \times 8}, \mu = 4,$$

$$\mathbf{K}_v = \text{diag}([62.7442 \quad 2.6878 \quad 0.9891]).$$

Будем считать, что в начальный момент времени робот находится в начале координат, центр визуального маркера находится в точке (1.49 0.1997), а сам маркер повернут на угол -0.1 рад. Целью управления является такое положение, при котором расстояние до маркера составляет 1 м, а плоскость маркера параллельна плоскости камеры. Этому соответствует положению (0.495 0.0998). Динамика системы для этого случая представлена на рис. 2. На левом графике синим пунктиром обозначено начальное положение маркера в плоскости изображения, сплошной красной линией – желаемое положение, жирная голубая линия – траектория угловых точек маркера, желтый пунктир – фактическое финальное положение маркера. На правом графике изображена динамика положения робота. Видно, что робот действительно достигает желаемого положения, обозначенного пунктирной линией.



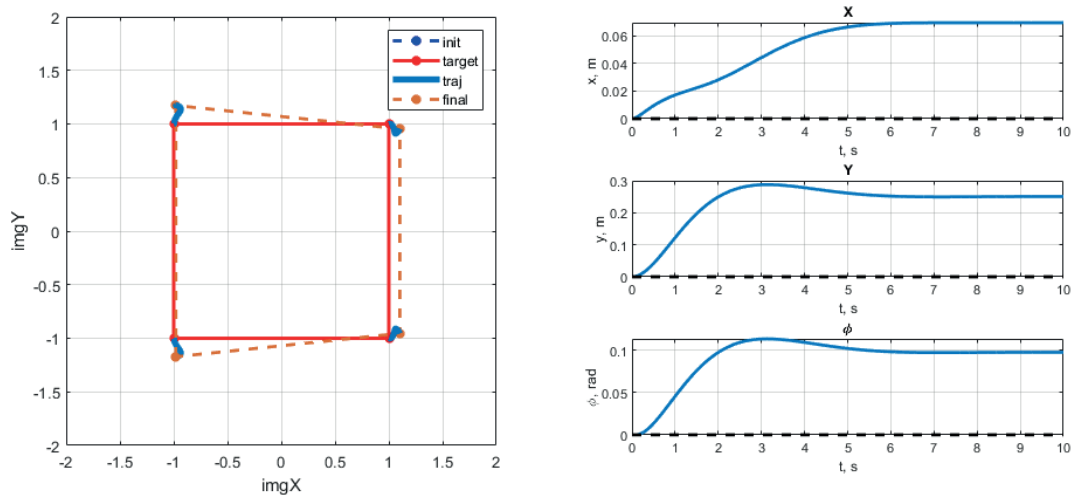


Р и с. 2. Динамика робота без внешнего возмущения

F i g. 2. Robot dynamics without external disturbance

Теперь рассмотрим ситуацию, когда робот уже находится в желаемом положении, но на него действует постоянное внешнее возмущение $\mathbf{d} = [0.2 \ 0.4 \ -0.1]^T$. Динамический коррек-

тор все еще выключен. Как видно из рис. 3, в этом случае робот смещается относительно желаемого положения и не может вернуться обратно, поскольку замкнутая система без динамического корректора не обеспечивает астатизм.



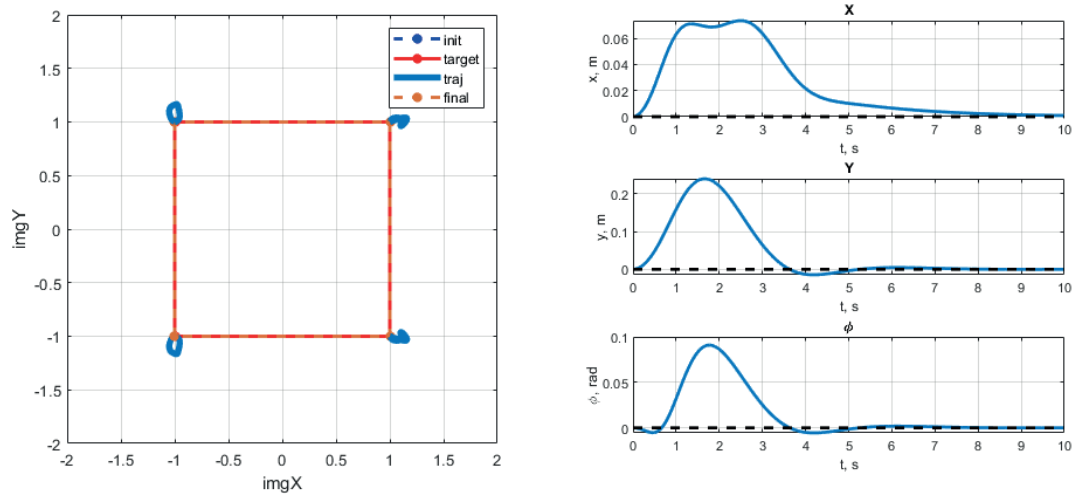
Р и с. 3. Динамика робота при воздействии постоянного внешнего возмущения без динамического корректора

F i g. 3. Robot dynamics under the influence of a constant external disturbance without a dynamic corrector

Теперь синтезируем динамический корректор для компенсации внешнего возмущения и для фильтрации полигармонического возмущения с частотами $\omega_1 = 31.4159$, $\omega_2 = 37.6991$ и $\omega_3 = 43.9823$. Матрицы α_{vk} были выбраны как матрицы Фробениуса с собственными числами $\lambda = -6$ кратности 6, $\gamma_{vk} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Соответствующая динамика с включен-

ном корректором для случая постоянного возмущения представлена на рис. 4. Можно отметить, что в этом случае робот успешно возвращается обратно в заданное положение.





Р и с. 4. Динамика робота при воздействии постоянного внешнего возмущения с динамическим корректором

F i g. 4. Robot dynamics under the influence of a constant external disturbance with a dynamic corrector

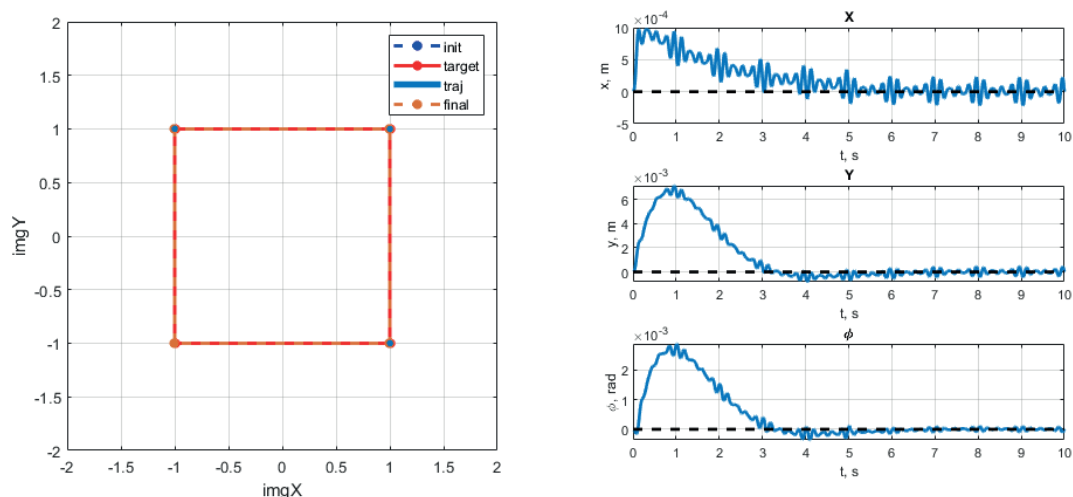
Наконец, рассмотрим тот режим, но при наличии полигармонического возмущения

$$w(t) = \sin(\omega_1) + \sin(\omega_2) + \sin(\omega_3),$$

$$\mathbf{d}(t) = (0.4w(t) \quad 0.2w(t) \quad 0.1w(t))^T$$

Рис. 5 и рис. 6 демонстрируют динамику системы и управляющего сигнала для этого случая. При этом для наглядности

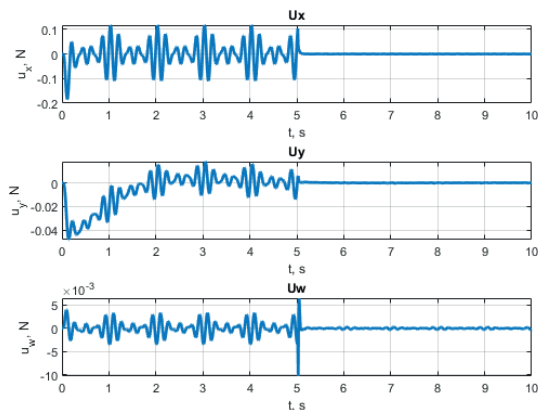
динамический корректор включается только после 5 секунд. Видно, что включение корректора практически никак не влияет на динамику точек изображения или положения робота. Однако, если обратить внимание на динамику управления, то можно заметить, что после включения корректора интенсивность снижается практически до нулевого значения. Таким образом, синтезированный корректор действительно эффективно фильтрует заданное периодическое возмущение.



Р и с. 5. Динамика робота при воздействии полигармонического возмущения

F i g. 5. Robot dynamics under the influence of polyharmonic disturbance





Р и с. 6. Динамика управляющего сигнала при воздействии полигармонического возмущения

Fig. 6. Dynamics of the control signal under the influence of a polyharmonic disturbance

Заключение

В статье представлена комбинация подходов visual servoing и многоцелевой структуры управления для решения задачи визуального позиционирования мобильного робота относительно внешнего маркера с учетом внешних постоянных и полигармонических возмущений. Описана процедура синтеза составных частей регулятора. На примере экспериментов с компьютерной моделью показано, что предлагаемый подход действительно эффективно работает во всех рассматриваемых режимах движения. В качестве дальнейшего направления исследований можно выделить учет запаздывания управляющего сигнала, которое неизбежно возникает в реальных киберфизических системах и которое в общем случае негативно влияет на качество динамики управляемого движения.

References

- [1] Garrido-Jurado S, Muñoz-Salinas R, Madrid-Cuevas F.K., Marín-Jiménez M.J. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion. *Pattern Recognition*. 2014;47(6):2280-2292. doi: <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2014.01.005>
- [2] Chaumette F, Hutchinson S. Visual servo control. I. Basic approaches. *IEEE Robotics & Automation Magazine*. 2006;13(4):82-90. doi: <https://doi.org/10.1109/MRA.2006.250573>
- [3] Veremey E.I. Dynamical Correction of Positioning Control Laws. *IFAC Proceedings Volumes*. 2013;46(33):31-36. doi: <https://doi.org/10.3182/20130918-4-JP-3022.00019>
- [4] Oliviera H.P, Sousa A.J, Moreira A.P, Costa P.J. Dynamical Models for Omni-directional Robots with 3 and 4 Wheels. In: *Proceedings of the Fifth International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. Vol. 2: ICINCO. Funchal, Madeira, Portugal: INSTICC Press; 2008. p. 189-196. doi: <https://doi.org/10.5220/0001489201890196>
- [5] Carona R, Aguiar A.P, Gaspar J. Control of Unicycle Type Robots: Tracking, Path Following and Point Stabilization. In: *Proceedings of JETC 2008 – IV Jornadas de Engenharia Electronica e Telecomunicacoes e de Computadores*. Lisbon, Portugal. Lisbon: ISEL; 2008. p. 180-185. Available at: <https://welcome.isr.tecnico.ulisboa.pt/publications/control-of-unicycle-type-robots-tracking-path-following-and-point-stabilization> (accessed 14.10.2022).
- [6] Ye C., Zhang J., Yu S., Ding G. Movement Performance Analysis of Mecanum Wheeled Omnidirectional Mobile Robot. In: *2019 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*. Tianjin, China: IEEE Computer Society; 2019. p. 1453-1458. doi: <https://doi.org/10.1109/ICMA.2019.8816397>
- [7] Leow Y.P, Low K.H., Loh W.K. Kinematic modelling and analysis of mobile robots with omni-directional wheels. In: *7th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, 2002. ICARCV 2002*. Vol. 2. Singapore: IEEE Computer Society; 2002. p. 820-825. doi: <https://doi.org/10.1109/ICARCV.2002.1238528>
- [8] Loh W.K., Low K.H., Leow Y.P. Mechatronics design and kinematic modelling of a singularityless omni-directional wheeled mobile robot. In: *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*. vol. 3. Taipei, Taiwan: IEEE Computer Society; 2003. p. 3237-3242. doi: <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1242089>
- [9] Chu B., Sung Y.W. Mechanical and electrical design about a mecanum wheeled omni-directional mobile robot. In: *2013 10th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*. Jeju, Korea (South): IEEE Computer Society; 2013. p. 667-668. doi: <https://doi.org/10.1109/URAI.2013.6677426>
- [10] Tătar M.O., Popovici C., Măndru D., Ardelean I., Pleșa A. Design and development of an autonomous omni-directional mobile robot with Mecanum wheels. In: *2014 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics*. Cluj-Napoca, Romania: IEEE Computer Society; 2014. p. 1-6. doi: <https://doi.org/10.1109/AQTR.2014.6857869>
- [11] Han Y., Zhu Q. Robust Optimal Control of Omni-directional Mobile Robot using Model Predictive Control Method. In: *2019 Chinese Control Conference (CCC)*. Guangzhou, China: IEEE Computer Society; 2019. p. 4679-4684. doi: <https://doi.org/10.23919/ChiCC.2019.8865344>
- [12] Shang W., Zhu H., Pan Y., Li X., Zhang D. A Distributed Model Predictive Control for Multiple Mobile Robots with the Model Uncertainty. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2021;2021:9923496. doi: <https://doi.org/10.1155/2021/9923496>



- [13] Kim N., Oh D., Oh J.-Y., Lee W. Disturbance-Observer-Based Dual-Position Feedback Controller for Precision Control of an Industrial Robot Arm. *Actuators*. 2022;11(12):375. doi: <https://doi.org/10.3390/act11120375>
- [14] Chen Y., Dong F. Robot machining: recent development and future research issues. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013;66(9-12):1489-1497. doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-012-4433-4>
- [15] Lee H. Trajectory Control of Robotic Manipulators: A Comparison Study. In: Proceedings of the ASME 2020 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Vol. 7A: Dynamics, Vibration, and Control. Virtual, Online. V07AT07A017. ASME; 2020. doi: <https://doi.org/10.1115/IMECE2020-23964>
- [16] Zeng K., et al. Trajectory tracking for a 3-DOF robot manipulator based on PSO and adaptive neuro-fuzzy inference system. In: 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). Chengdu, China: IEEE Computer Society; 2016. p. 973-977. doi: <https://doi.org/10.1109/ChiCC.2016.7553213>
- [17] Sotnikova M.V., Veremey E.I. Algorithms for Motion Optimization on a Given Trajectory Taking into Account Weather Forecast and Constraints. *IFAC-PapersOnLine*. 2018;51(32):389-394. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.11.415>
- [18] Kumar J., Gupta D., Goyal V. Nonlinear PID Controller for Three-Link Robotic Manipulator System: A Comprehensive Approach. In: Proceedings of International Conference on Communication and Artificial Intelligence. Singapore: Springer; 2022. p. 137-152. doi: https://doi.org/10.1007/978-981-19-0976-4_12
- [19] Jangid M.K., Kumar S., Singh J. Trajectory tracking optimization and control of a three link robotic manipulator for application in casting. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*. 2021;8(83):1255. doi: <https://doi.org/10.19101/IJATEE.2021.874468>
- [20] Hu W.F., et al. Intelligent robust control for three-link robot manipulator via sliding mode technology. In: 2007 IEEE 22nd International Symposium on Intelligent Control. Singapore: IEEE Computer Society; 2007. p. 499-504. doi: <https://doi.org/10.1109/ISIC.2007.4450936>
- [21] Mustafa M.M., Hamarash I., Crane C.D. Adaptive-Sliding Mode Trajectory Control of Robot Manipulators with Uncertainties. *Zanco Journal of Pure and Applied Sciences*. 2020;32(4):22-29. doi: <https://doi.org/10.21271/ZJPAS.32.4.3>
- [22] Cho H. On Robust Adaptive PD Control of Robot Manipulators. *Journal of Applied and Computational Mechanics*. 2020;6:1450-1466. doi: <https://doi.org/10.22055/JACM.2020.35658.2707>
- [23] Fan L., Joo E.M. Linear and nonlinear PD-type control of robotic manipulators for trajectory tracking. In: 2009 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Xi'an: IEEE Computer Society; 2009. p. 3442-3447. doi: <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2009.5138846>
- [24] Corradini M.L., et al. Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation. *Control Engineering Practice*. 2012;20(8):816-822. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2012.04.005>
- [25] Schlanbusch R., et al. PD+ based output feedback attitude control of rigid bodies. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2012; 57(8):2146-2152. (In Eng.) doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.2012.2183189>

Поступила 14.10.2022; одобрена после рецензирования 23.11.2022; принята к публикации 04.12.2022.

Submitted 14.10.2022; approved after reviewing 23.11.2022; accepted for publication 04.12.2022.

Об авторе:

Севостьянов Руслан Андреевич, ассистент кафедры компьютерных технологий и систем факультета прикладной математики – процессов управления, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет» (199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7/9), **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-5783-6931>, sevostyanov.ruslan@gmail.com

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the author:

Ruslan A. Sevostyanov, Assistant of the Chair of Computer Applications and Systems, Faculty of Applied Mathematics and Control Processes, Saint-Petersburg State University (7/9 Universitetskaya Emb., St Petersburg 199034, Russian Federation), **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-5783-6931>, sevostyanov.ruslan@gmail.com

The author has read and approved the final manuscript.

