

Моделирование конкуренции языков

А. В. Медведев, О. А. Кузенков*

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, Российская Федерация

Адрес: 603022, Российская Федерация, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23

* kuzenkov_o@mail.ru

Аннотация

В статье рассмотрены различные модели языковой динамики и гипотезы их построения. Рассмотрены результаты наложения уже имеющихся моделей на реальные статистические данные и результаты их описания. Строится новая модель, описывающая поведение языковой динамики с учетом новых гипотез. При построении новой модели учтены гипотезы существующих моделей, а также добавлены новые гипотезы. В частности, добавлена гипотеза о том, что первоначально, в естественных условиях, дети осваивают только один язык, а затем второй, даже если живут в двуязычной среде. Выполнено аналитическое исследование новой модели, определены качественно различные динамические режимы: один язык вытесняет второй, два языка сосуществуют с билингвами. Определены состояния равновесия, которые характеризуются полным отсутствием одного из языков, наличием двух языков с билингвами. Проведена идентификация коэффициентов модели с учетом реальных статистических данных по языковым парам: уэльско-английская, гэльско-английская, франко-голландская, баскско-испанская, каталано-испанская, франко-английская. В процессе численного счета была обнаружена зависимость коэффициентов модели от времени и применен метод моделирования для нескольких временных периодов. Проведено сравнение коэффициентов модели для языковых пар города и периферии, спрогнозирована дальнейшая динамика и определен ее характер. Отмечена устойчивая динамика для искусственно поддерживаемых языковых пар.

Ключевые слова: языковая конкуренция, языковая динамика, отбор, сохранение языка, билингвизм, идентификация параметров, показатель престижности, волатильность, математическая модель, обыкновенные дифференциальные уравнения

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Медведев А. В., Кузенков О. А. Моделирование конкуренции языков // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2023. Т. 19, № 2. С. 381-392. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202302.381-392>

© Медведев А. В., Кузенков О. А., 2023



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.



Modeling Language Competition

A. V. Medvedev, O. A. Kuzenkov*

National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation

Address: 23 Gagarin Ave., Nizhny Novgorod 603022, Russian Federation

* kuzenkov_o@mail.ru

Abstract

The article discusses various models of language dynamics and assumptions about their structure. The results of applying already existing models for collecting statistical data and describing the results are excluded. A new model is constructed that describes the behavior of language dynamics, taking into account new assumptions. When building a new model, the assumptions of existing models are taken into account, and new assumptions are added. In particular, the hypothesis is added that it is assumed that in special conditions, children learn only one language, and then the second, even if they live in a bilingual environment. An analytical study of the new model is carried out, qualitatively different dynamic modes are determined: one language displaces the second, two languages coexist with bilinguals. The equilibrium states are determined, which are characterized by the complete absence of one of the languages, the presence of two languages with bilinguals. The coefficients of the model were identified taking into account real statistical data on language pairs: Welsh-English, Gaelic-English, French-Dutch, Basque-Spanish, Catalan-Spanish, French-English. In the process of numerical calculation, the dependence of the coefficients of the model on time was discovered, and the modeling method was applied for several time periods. The coefficients of the model for the language pairs of the city and the periphery are compared, further dynamics is predicted, and its nature is determined. Stable dynamics is noted for artificially supported language pairs.

Keywords : language competition, language dynamics, selection, language preservation, bilingualism, parameter identification, prestige index, volatility, mathematical model, ordinary differential equations

Conflict of interests: The authors declare no conflict of interests.

For citation: Medvedev A.V., Kuzenkov O.A. Modeling Language Competition. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2023;19(2):381-392. doi: <https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202302.381-392>



Введение

По состоянию на 2022 год на земле насчитывается 7151 различных языков, которые постоянно видоизменяются и участвуют друг с другом в конкурентной борьбе за право быть избранным¹. В процессе конкуренции некоторые языки могут оказаться на грани так называемой языковой смерти и совсем исчезнуть. Тысячи языков исчезают прямо сейчас. Ожидается, что 90 % из них будет утеряно в ближайшее два-три поколения². Изучение языковой динамики очень важно, поскольку текущее состояние языка напрямую влияет на связанную с ним культуру и на носителей данной культуры — народ [1-4].

Первопроходцами в математическом моделировании языковой динамики являются Абрамс и Строгатти. Ими была представлена простая модель языковой конкуренции, которая позволяет объяснить исторические данные об упадках валлийского, шотландского, гэльского, кечуа и других исчезающих языков³. Модель Абрамса-Строгатти (AS) рассматривает языки не меняющимися и конкурирующими с другими [5]. Она предполагает однородность населения и моноязычность всех говорящих. Для построения модели ими были введены понятия престижности языка, т. е. его привлекательности для тех, кто им не обладает, и волатильности языка — параметр, используемый для большего соответствия статистическим данным. В этой модели рассматривается сообщество двух конкурирующих языков, в котором привлекательность языка увеличивается с количеством его носителей и зависит от его престижности. Количество членов сообщества постоянно. Гипотеза о переходе из одной языковой группы в другую обобщает известную гипотезу эффективных встреч, которая была использована в модели Вольтерра [6]. Предполагается, что все индивиды говорят лишь на одном из двух языков. Такой подход к модели можно объяснить тем, что даже знающий два языка индивид в жизни отдает предпочтение лишь одному, и можно говорить не о владении языком, а об его актуализации в данный момент времени. Принцип взаимодействия носителей языков в сообществе схож с взаимодействием хищников и жертв в модели [6]. Носители языков являются одновременно и жертвами, и хищниками друг для друга. В целом их модель показала, что стабильного существования двуязычия в обществе быть не может и один язык всегда вытесняется другим с течением времени. Она подтвердила статистику по исследуемым ими языкам, но в реальности существуют и другие случаи,

например случаи устойчивого сосуществования нескольких языков в сообществе. Примерами того могут быть франкофоны и англофоны в Канаде или Швейцария, которая считается идеалом национальной и лингвистической сплоченности.

Позже появились другие модели, например модель Каstellо [7]. В модели Каstellо языки отличаются престижностью, введена новая группа двуязычных индивидов — билингвов и показана возможность устойчивого сосуществования двух языков в сообществе. Количество членов сообщества также считается постоянным.

Затем была предложена модель Мира и Передес [8]. В этой модели был учтен такой параметр, как языковое сходство (похожесть языков). Данная модель показывает, что если языки очень похожи, то они могут сосуществовать вместе продолжительное время. Данная модель подтвердила статистические данные кастильского, испанского и гэльского языков.

Бэггс и Фридман представили математическую модель динамики взаимодействия между одноязычным и двуязычным населением [9, 10]. Их модель охватывает языковую конкуренцию, в которой присутствуют три различных языковых элемента: доминирующие одноязычные, двуязычные и недостаточно представленные одноязычные. Они смоделировали ситуации, при которых сохраняются все три элемента, один преобладающий одноязычный элемент вымирает, двуязычный элемент вымирает.

Уайберн и Хейворд модифицировали модель Бэггса — Фридмана [9, 10] и применили ее для языковой конкуренции Уэльса, Шотландии, Ирландии и Бретани [11]. В своих работах они продемонстрировали важность стабильной двуязычной группы для сосуществования двух языков.

Диас и Швидке исследовали иммиграции языковых элементов и взаимодействие между ними. Ими было введено такое понятие, как статус языка, который характеризовал его жизнеспособность [12].

В работах⁴ [13-20] были отмечены психологические эффекты освоения языков людьми разного возраста. В работе⁵ выдвинута гипотеза о том, что дети билингвов первоначально осваивают преимущественно лишь один язык. На основе гипотезы, описанной в этой работе, была получена модель [21], описывающая ситуации, при которых существует устойчивое двуязычие или сохраняется лишь один из двух языков.

В работе [22] была описана общая методика моделирования процессов передачи неврожденной информации, а также моде-

¹ Paolillo J.C., Das A. Evaluating Language Statistics: The Ethnologue and Beyond. Report prepared for the UNESCO Institute for Statistics. Montreal, Quebec, Canada, 2006 [Электронный ресурс]. URL: https://uis.unesco.org/sites/default/files/documents/evaluating-language-statistics-the-ethnologue-and-beyond-en_0.pdf (дата обращения: 11.01.2023).

² What is the most spoken language? [Электронный ресурс] // Ethnologue: Languages of the World ; ed. by D M. Eberhard, G. F. Simons, C. D. Fennig. 27th edition. Dallas, Texas : SIL International, 2024. URL: <https://www.ethnologue.com> (дата обращения: 11.01.2023); Last words: The world's dying and disappearing languages [Электронный ресурс] // iTranslate, 2023. URL: <https://itranslate.com/blog/last-words-the-worlds-dying-and-disappearing-languages> (дата обращения: 11.01.2023).

³ Раренко М. Б. Языковая ситуация в современной Шотландии (научно-аналитический обзор) // Языковая ситуация в Европе начала XXI века : Сборник обзоров / отв. ред. Трошина Н. Н. М. : ИНИОН РАН, 2015. С. 84-101. EDN: WXWMBJ

⁴ Tucker G. R. A Global Perspective on Bilingualism and Bilingual Education [Электронный ресурс] // CAL Online Resources: Digests, 1999. 5 p. URL: <https://www.cal.org/wp-content/uploads/2022/05/AGlobalPerspectiveonBilingualism.pdf> (дата обращения: 11.01.2023); Guadalupe V. Multilingualism [Электронный ресурс] // Linguistic Society of America, 2012 URL: <https://www.linguisticsociety.org/resource/multilingualism> (дата обращения: 11.01.2023); Korhonen M. Foreign Languages in Finland's Educational System [Электронный ресурс] // The New Federalist, 2006. URL: <https://www.thenewfederalist.eu/foreign-languages-in-finland-s-educational-system?lang=fr> (дата обращения: 11.01.2023); Hakuta K. Language and Cognition in Bilingual Children // Bilingual Education: Issues and Strategies ; ed. by A. M. Padilla, H. H. Fairchild, C. M. Valadez. SAGE Publications, 1990. p. 47-59. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED329635.pdf?page=46> (дата обращения: 11.01.2023).

⁵ Александрова Н. Ш. Исчезновение языков, естественный билингвизм и нелинейная динамика // Восьмая международная конференция по когнитивной науке : Тезисы докладов / отв. ред. А.К. Крылов, В.Д. Соловьев. Светлогорск : Институт психологии РАН, 2018. С. 35-37. EDN: YSLQWL



лирования конкуренции между разными видами информации. Эта методика может быть применена для описания динамики языков и определения результатов конкуренции между ними. Учет новых предположений при моделировании языковой динамики может привести к обнаружению новых особенностей и эффектов модели, которые не были выявлены предыдущими моделями.

Цель данной работы — построение и исследование новой модели, в которой используются гипотезы Абрамса — Стругатти, Кастелло, Мира и Передес. При исследовании модели использовалась общая методика моделирования конкуренции между разными видами информации и эффект первоначального освоения лишь одного языка, но с учетом волатильности⁶ [6], [7], [8], [21], [22].

Материалы и методы

1.1. Модель двуязычного сообщества

Примем следующие гипотезы для построения модели:

- численность сообщества постоянна во времени (число рождений равно числу смертей);
- владение тем или иным языком не влияет на рождаемость/смертность, коэффициент r характеризует рождаемость в популяции (скорость смены поколений);
- члены сообщества могут владеть одним из двух языков, условно называемых «первый» и «второй», или обоими сразу; z_1 — доля членов сообщества, владеющих только первым языком, z_2 — доля членов сообщества, владеющих только вторым языком, z_{12} — доля членов сообщества, владеющих обоими языками (билингвы); $z_1 + z_2 + z_{12} = 1$;
- доля индивидов, не владеющих ни одним языком, пренебрежимо мала;
- вероятность одновременного (самопроизвольного) освоения двух языков индивидом пренебрежимо мала;
- дети билингвов первоначально осваивают первый или второй язык с вероятностями c_1 и c_2 соответственно; предполагается, что $c_1 > c_2$ [21];
- скорость процесса появления билингвизма пропорциональна произведению количеств носителей языка и индивидов, не владеющих им; коэффициент пропорциональности b не зависит от вида языка;
- считается, что приобретение языка соответствует гипотезам AS. В соответствии с этими гипотезами α — волатильность;
- для взрослых людей престижность языков одинаковая с коэффициентом b , а для детей составляет c_1 и c_2 .

На основе этих гипотез строится следующая модель:

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dt} = c_1 r z_{12} - b z_1 (z_2 + z_{12})^\alpha, \\ \frac{dz_2}{dt} = c_2 r z_{12} - b z_2 (z_1 + z_{12})^\alpha, \\ \frac{dz_{12}}{dt} = b z_1 (z_2 + z_{12})^\alpha + b z_2 (z_1 + z_{12})^\alpha - r z_{12}, \\ z_1 + z_2 + z_{12} = 1. \end{cases} \quad (1)$$

1.2. Аналитическое исследование модели

Выразив z_{12} через z_1 и z_2 модель (1), можно привести к системе на плоскости:

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dt} = c_1 r (1 - z_1 - z_2) - b z_1 (1 - z_1)^\alpha, \\ \frac{dz_2}{dt} = c_2 r (1 - z_1 - z_2) - b z_2 (1 - z_2)^\alpha. \end{cases} \quad (2)$$

Для системы (2) уравнение изоклины вертикального наклона имеет вид:

$$z_2 = 1 - z_1 \left[1 + \frac{b}{c_1 r} (1 - z_1)^\alpha \right]. \quad (3)$$

Уравнение изоклины горизонтального наклона имеет вид:

$$z_1 = 1 - z_2 \left[1 + \frac{b}{c_2 r} (1 - z_2)^\alpha \right]. \quad (4)$$

Изоклины представляют собой две кривые, которые проходят через точки (1,0) и (0,1). При небольшом значении волатильности α они проходят ближе к центру координат, а при большем значении дальше от него и пересекают друг друга столько раз, сколько корней имеет уравнение первой координаты особых точек:

$$1 - \left(1 - z_1 \left[1 + \frac{b}{c_1 r} (1 - z_1)^\alpha \right] \right) \left(1 + \frac{b}{c_2 r} \left(1 - \left[1 - z_1 \left[1 + \frac{b}{c_1 r} (1 - z_1)^\alpha \right] \right]^\alpha \right) \right) = 0. \quad (5)$$

Старший член уравнения (5) имеет степень $3\alpha + 2$, количество точек равновесия определяется параметром волатильности α . Всегда имеются две особые точки (0,1) и (1,0). Различные варианты фазовых траекторий и особых точек приведены в приложении. Исследование системы (1) показывает четыре качественно различных возможных варианта динамики:

1. Существование двух языков и билингвов. При низком коэффициенте появления билингвизма $b < r$ доминирует численность носителей первого языка, так как $c_1 > c_2$. При высоком (больше скорости смены поколений) $b > r$ доминирует группа билингвов. Результат конкуренции системы зависит от значений коэффициентов модели (1) (рис. 17, 18).
2. Исчезновение второго языка. В этом случае имеет место конкуренция с однозначным исходом (рис. 19).
3. Исчезновение либо первого, либо второго языка. Результат конкуренции системы зависит от начальных условий (рис. 20).
4. Исчезновение либо первого, либо второго языка, либо существование двух языков и билингвов. Результат конкуренции системы зависит от начальных условий (рис. 21).

1.3. Применение модели к статистическим данным

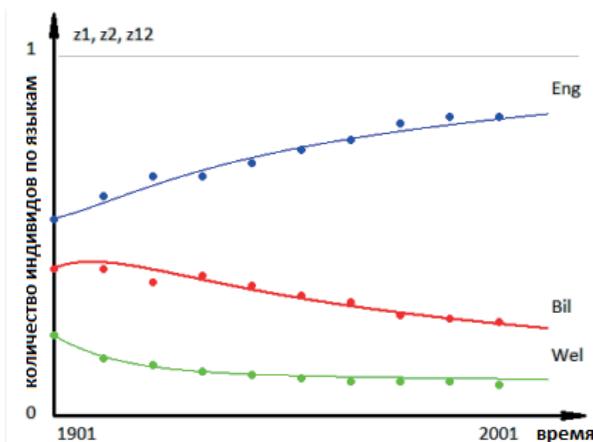
Рассматриваются статистические данные для уэльского и английского языков Великобритании за 1901–2001 годы. Статистика взята из источников [23, 24]. Данные по этим языкам были одними из тех, которые Абрамс и Стругатти использовали в своей статье.

В результате идентификации коэффициентов модели (1), с учетом реальных статистических данных, были получены значения,

⁶ Там же; Раренко М. Б. Языковая ситуация в современной Шотландии (научно-аналитический обзор) // Языковая ситуация в Европе начала XXI века : Сборник обзоров / отв. ред. Трошина Н. Н. М. : ИНИОН РАН, 2015. С. 84–101. EDN: WXWMBJ



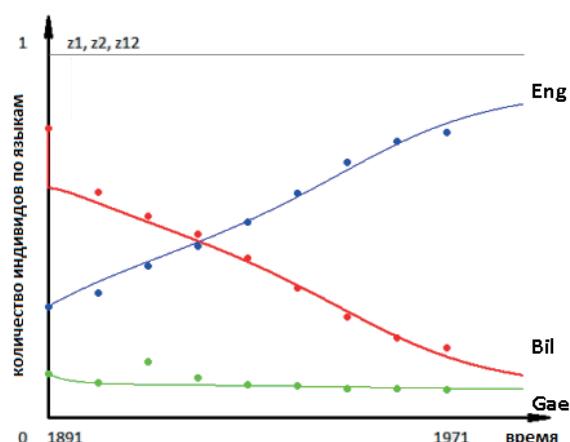
при которых среднеквадратичное расхождение между аналитическими и численными данными составляет $dev=0.009$. В этом случае имеет место второй вариант качественного поведения. Английский язык (престижность $c_1=0.1$) оказался престижнее уэльского (престижность $c_2=0.9$). Коэффициенты r и b принимают значения $1,9$ и $2,2$ соответственно, при этом очевидно выполняется неравенство $b>r$. Этот факт в совокупности с низкой волатильностью $\alpha=1,2$ способствует росту численности билингов. Результат численного моделирования приведен на графике (рис. 1). Точками отмечены значения статистических данных за 1901–2001 годы, а кривыми — динамика языков при численном моделировании. Синий цвет соответствует количеству индивидов, владеющих лишь английским языком, зеленый — уэльским, красный — числу билингов. Фазовые траектории уэльского и английского языков представлены на графике (рис. 2). Стрелки указывают направление фазовых траекторий, тонкие линии — сепаратрисы, красная линия соответствует динамике численности данных языков по статистическим данным.



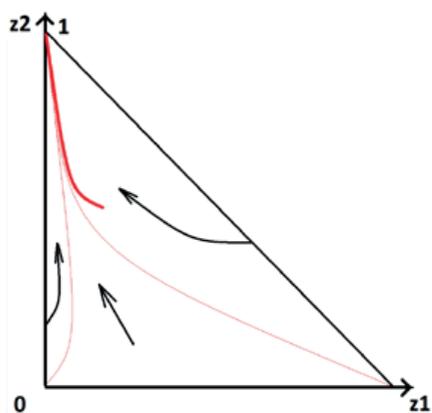
Р и с. 1. Динамика численности
F i g. 1. Population dynamics

Источник: здесь и далее в статье все рисунки и таблица составлены авторами.
Source: Hereinafter in the article, all figures and table are compiled by the authors.

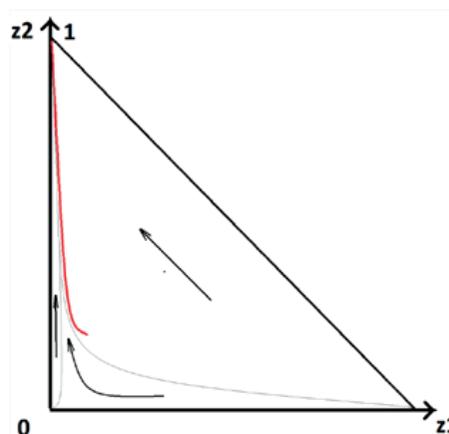
Далее рассматриваются статистические данные гэльского и английского языков Великобритании за 1891-1971 годы. Статистика взята из источников [23, 24]. Идентификация коэффициентов модели (1) с учетом реальных статистических данных показала значения, при которых среднеквадратичное расхождение аналитических и численных данных составляет $dev=0,014$. В этом случае имеет место третий вариант качественного поведения. Престижность английского языка $c_1=0,1$ превышает престижность гэльского $c_2=0,9$. Коэффициенты r и b принимают значения $1,4$ и $5,4$ соответственно, при этом очевидно, что $b>r$. Это способствует росту численности билингов, а высокая волатильность $\alpha=2,5$, напротив, тому препятствует. Результат численного моделирования представлен на графике (рис. 3). Точками отмечены значения статистических данных за 1891-1971 годы, а кривыми — динамика языков при численном моделировании. Синий цвет соответствует количеству носителей английского языка, зеленый — гэльскому, красный — билингам. Фазовые траектории численности гэльского и английского языков представлены на графике (рис. 4).



Р и с. 3. Динамика численности
F i g. 3. Population dynamics



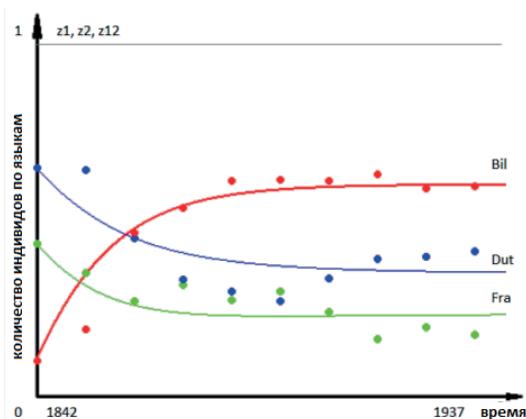
Р и с. 2. Фазовый портрет модели, $c_1=0,1$, $c_2=0,9$, $r=1,7$, $b=2,1$, $\alpha=1,2$
F i g. 2. Phase portrait of the model, $c_1=0,1$, $c_2=0,9$, $r=1,7$, $b=2,1$, $\alpha=1,2$



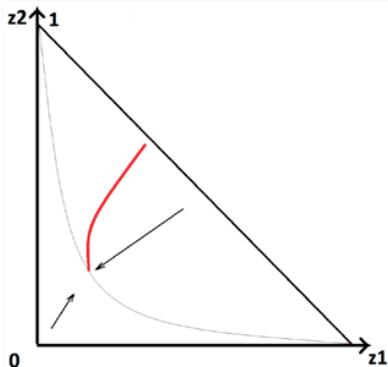
Р и с. 4. Фазовый портрет модели, $c_1=0,1$, $c_2=0,9$, $r=1,4$, $b=5,4$, $\alpha=2,5$
F i g. 4. Phase portrait of the model, $c_1=0,1$, $c_2=0,9$, $r=1,4$, $b=5,4$, $\alpha=2,5$



Кроме этого, были рассмотрены статистические данные долей французского и голландского языков по Брюсселю (Бельгия) за 1842–1947 годы. Статистика взята из источников^[23]. Полученные коэффициенты показали, что голландский язык (престижность $c_2=0,6$) престижнее французского (престижность $c_1=0,4$). Коэффициенты g и b равны 1 и 1,7 соответственно, при этом выполняется неравенство $b>g$. Волатильность $\alpha=1,1$. Результаты численного моделирования представлены на графике (рис. 5). Точками отмечены значения статистических данных за 1842–1947 годы, а кривыми — динамика языков, полученная в результате численного моделирования. Синий цвет — носители голландского языка, зеленый — французского, красный — билингвы. Фазовые траектории численности французского и голландского языков представлены на графике (рис. 6).



Р и с. 5. Динамика численности
F i g. 5. Population dynamics

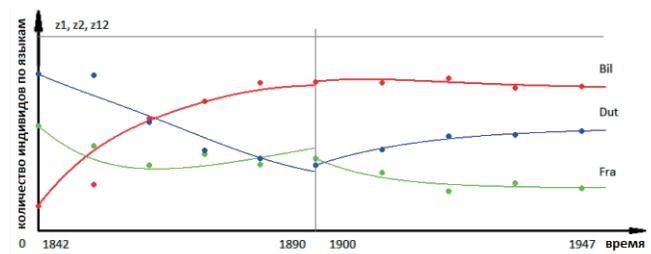


Р и с. 6. Фазовый портрет модели, $c_1=0,4$, $c_2=0,6$, $g=1$, $b=1,7$, $\alpha=1,1$
F i g. 6. Phase portrait of the model, $c_1=0,4$, $c_2=0,6$, $g=1$, $b=1,7$, $\alpha=1,1$

При данных параметрах системы динамика развивается таким образом, что все три языка сосуществуют. Несмотря на то, что более престижным является язык голландский $c_2>c_1$, численность французского языка превосходит голландский. Это превосходство определяется начальными условиями. Значение коэффициента g меньше коэффициента b , в совокупности с

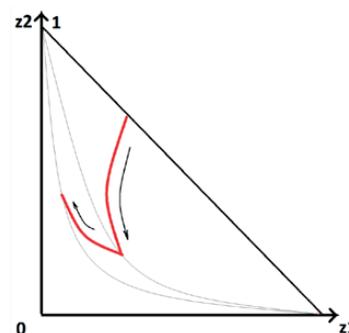
низкой волатильностью α способствует численному доминированию билингвов. Однако среднеквадратическая разница между аналитическими и численными данными оказалась достаточно высокой $dev=0,112$, и это заставляет рассмотреть статистические данные более внимательно.

На рисунке 5 видно необоснованное поведение статистических данных в период 1866–1900 годов. В этот временной период доминировать начинает голландский язык. Кривые роста этих языков меняют направление. Это говорит о том, что коэффициенты модели на самом деле являются не константами, а функциями от времени. Проведем численное исследование этих периодов по отдельности (рис. 7, 8).



Р и с. 7. Динамика численности в два периода
F i g. 7. Population dynamics in two periods

Идентификация коэффициентов модели в два периода (1842–1890 и 1900–1947) показала более точные результаты для параметров модели (рис. 7). В этом случае имеет место сначала первый, а затем третий вариант качественного поведения. Среднеквадратическое расхождение между аналитическими и численными данными уменьшилось до $dev=0,003$. Данные результаты показывают, что в период 1866–1900 годов произошло какое-то событие, в результате которого изменились значимости языков для населения (голландский стал предпочтительным), увеличилась волатильность (усилилась взаимопомощь индивидов друг другу), а также увеличилась смертность по отношению к рождаемости. Численность билингвов фактически не изменила свою динамику. Фазовые траектории численности французского и голландского языков, рассчитанные за два временных периода, представлены на графике (рис. 8).

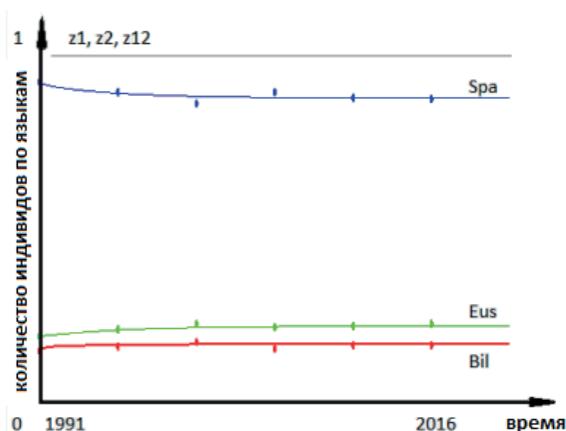


Р и с. 8. Фазовый портрет модели
F i g. 8. Population dynamics

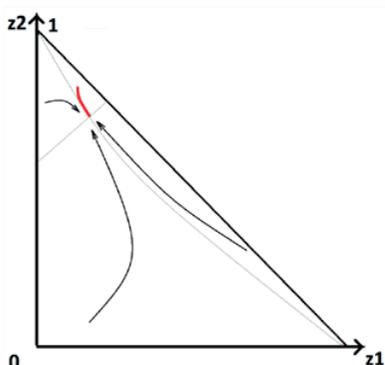
⁷ Leuvensteijn J., Tooren M., Pijnenburg W., Horst M. Sociolinguistic Maps Reports (Mapa Sociolingüístico), Amsterdam, 1997. [Электронный ресурс]. URL: http://www.euskara.euskadi.eus/r59-738/es/contenidos/informacion/argitalpenak/es_6092/mapas_sociolingüísticos.html (дата обращения: 11.01.2023).



Объяснение этих эффектов можно получить из исторического анализа. Бельгия находится между Францией и Германией и по соседству с Голландией. В 1873 году в Берлине был заключен Союз трех императоров (нем. *Drei-Kaiser-Bündnis*) между монархами трех империй: Германской, Австро-Венгерской и Российской. Затем, в 1875 году полуофициальная немецкая газета *Die Post* опубликовала статью под заголовком «Уж не предполагается ли война?» (нем. *Ist der Krieg in Sicht Krise?*). Она отражала мнение Бисмарка, желавшего поставить Францию на место в связи с начавшимся там увеличением военного финансирования. Чуть позже началась Первая мировая война. Возможно, эти события и оказали такое влияние на предпочтение голландскому языку взамен французского.



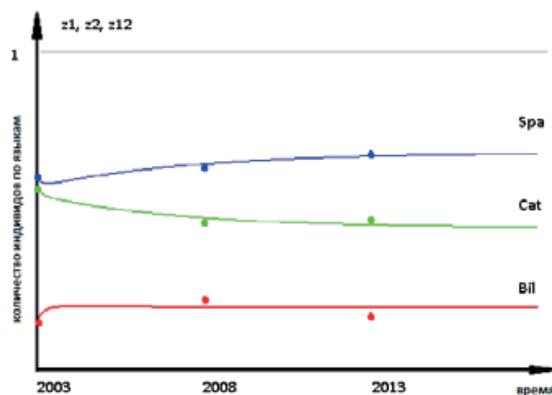
Р и с. 9. Динамика численности
F i g. 9. Population dynamics



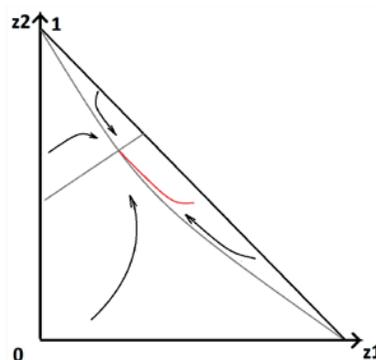
Р и с. 10. Фазовый портрет модели: $c_1=0,25, c_2=0,75, r=9, b=1,4, \alpha=0,5$
F i g. 10. Phase portrait of the model, $c_1=0,25, c_2=0,75, r=9, b=1,4, \alpha=0,5$

Следующими рассматриваются статистические данные долей баскского и испанского языков в Северной Испании за 1991–2016 годы. Статистика взята из источников⁸ [23]. В этом случае имеет место первый вариант качественного поведения. Были получены коэффициенты для модели, при которых среднеквадратичное расхождение между аналитическими и численными данными составляет $dev=0,001$. Испанский язык (престижность $c_2=0,75$) престижнее баскского (престижность

$c_1=0,25$). Высокая скорость смены поколений $r=9, b=1,4$ и низкая волатильность $\alpha=0,5$ подавляют билингвизм. При данных параметрах два языка и билингвы сосуществуют. Результат численного моделирования представлен на графике (рис. 9). Точками отмечены значения статистических данных за 1991–2016 годы, а кривыми — динамика языков, полученная в результате численного моделирования. Численность носителей баскского языка — синий цвет, испанского языка — зеленый, билингвов — красный. Фазовые траектории баскского и испанского языков представлены на диаграмме (рис. 10).



Р и с. 11. Динамика численности
F i g. 11. Population dynamics



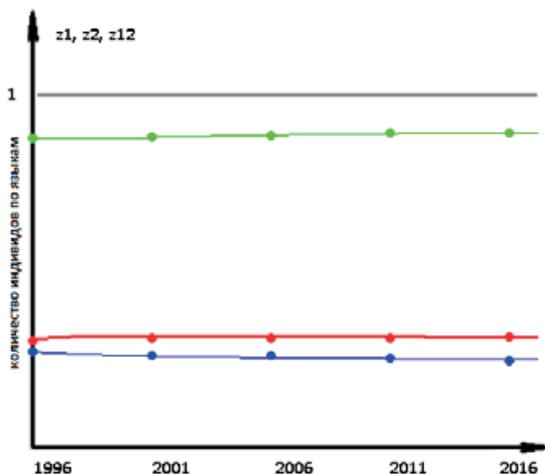
Р и с. 12. Фазовый портрет модели: $c_1=0,45, c_2=0,55, r=8,8, b=1,5, \alpha=0,75$
F i g. 12. Phase portrait of the model, $c_1=0,45, c_2=0,55, r=8,8, b=1,5, \alpha=0,75$

Далее рассматриваются статистические данные каталонского и испанского языков в Северной Испании за 2003–2013 годы. В этом случае также имеет место первый вариант качественного поведения. Статистика взята из источников [23]. На основании статистических данных были получены коэффициенты для модели, при которых среднеквадратичная разница между аналитическими и численными данными составляет $dev=0,002$. Испанский язык (престижность $c_2=0,55$) оказался престижнее каталонского (престижность $c_1=0,45$). Высокая скорость смены поколений $r=8,8, b=1,5$ и низкая волатильность $\alpha=0,75$ подавляют билингвизм. При данных параметрах оба языка и билингвы сосуществуют. Результат численного

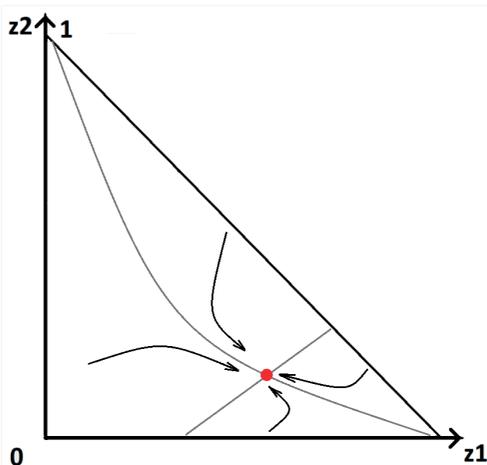
⁸ Statistics Canada : официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <https://www.statcan.gc.ca> (дата обращения: 11.01.2023).



моделирования представлен на графике (рис. 11). Точками отмечены значения статистических данных за 2003–2013 годы, а кривыми — динамика языков, полученная в результате численного моделирования. Синий цвет соответствует численности носителей каталонского языка, зеленый — испанского, красный — билингвам. Фазовые траектории каталонского и испанского языков представлены на диаграмме (рис. 12).



Р и с. 13. Динамика численности
F i g. 13. Population dynamics

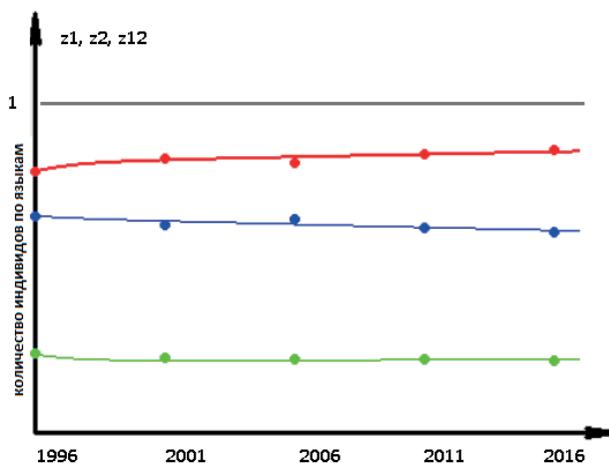


Р и с. 14. Фазовый портрет модели: $c_1=0,75$, $c_2=0,25$, $r=2,8$, $b=1,1$, $\alpha=0,6$
F i g. 14. Phase portrait of the model, $c_1=0,75$, $c_2=0,25$, $r=2,8$, $b=1,1$, $\alpha=0,6$

Следующими рассматриваются статистические данные долей французского и английского языков в Канаде за 1996–2016 года. Статистика взята из источников [23]. Стоит отметить, что правительство Канады проводит политику, направленную на поддержание и сохранение двух языков среди граждан своей страны. Имеем первый вариант качественного по-

ведения. Полученные для модели коэффициенты показали среднеквадратичное расхождение между аналитическими и численными данными, менее $dev=0,001$. Французский язык (престижность $c_1=0,75$) престижнее английского (престижность $c_2=0,25$). Высокая скорость смены поколений $r=2,8$, $b=1,1$ и низкая волатильность $\alpha=0,6$ подавляют билингвизм. При данных параметрах все три языковые группы сосуществуют. Результат численного моделирования представлен на графике (рис. 13). Точками отмечены значения статистических данных за 1996–2016 годы, а кривыми — динамика языков, полученная в результате численного моделирования. Синий цвет — численность индивидов, владеющих английским языком, зеленый — французским, красный — билингвов. Фазовые траектории французского и английского языков показывают, что динамика их численности близка к устойчивому состоянию, и ее изменения в будущем предполагаются несущественными (рис. 14).

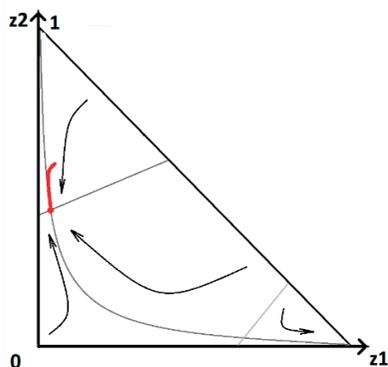
Если рассмотреть статистические данные долей французского и английского языков только по Монреалю⁹ за те же годы, то получим следующие параметры для системы: большую престижность получит английский язык (престижность французского языка $c_1=0,35$, престижность английского языка $c_2=0,65$); скорость смены поколений уменьшается $r=1,5$, $b=4,7$, а волатильность возрастает $\alpha=2,5$, что характерно для мегаполисов. В данном случае имеет место четвертый вариант качественного поведения. При данных параметрах два языка и билингвы также сосуществуют, но в других пропорциях. Статистические данные, их обработка и динамика согласно уравнениям модели по Монреалю (рис. 15). Фазовые траектории показывают, что динамика численности языков такая же, как и для всей Канады, близка к устойчивому состоянию, и ее изменения в будущем предполагаются несущественными, но доминируют билингвы (рис. 16).



Р и с. 15. Динамика численности
F i g. 15. Population dynamics

⁹ Language Use in the United States: 2019. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.census.gov/content/dam/Census/library/publications/2022/acs/acs-50.pdf> (дата обращения: 11.01.2023); Houle R., Corbeil J.-P. Language Projections for Canada, 2011 to 2036. Minister of Industry, 2017 [Электронный ресурс]. URL: <https://www150.statcan.gc.ca/n1/pub/89-657-x/89-657-x2017001-eng.pdf> (дата обращения: 11.01.2023).





Р и с. 16. Фазовый портрет модели, $c_1=0,35$, $c_2=0,65$, $r=1,5$, $b=4,7$, $\alpha=2,5$
F i g. 16. Phase portrait of the model, $c_1=0,35$, $c_2=0,65$, $r=1,5$, $b=4,7$, $\alpha=2,5$

1.4. Результаты численной идентификации коэффициентов новой модели

Результаты исследования показывают, что новая модель довольно точно воспроизводит статистические данные и позволяет описывать динамику языковых групп. Выявлено, что параметры системы могут быть как константами, так и функциями от времени [25]. На модели французско-голландской языковой пары было отмечено изменение параметров системы во времени. Замечено, что модель точнее прочих описывает устоявшиеся языковые группы, динамика которых находится близко к устойчивому состоянию. Данные исследований представлены в таблице 1.

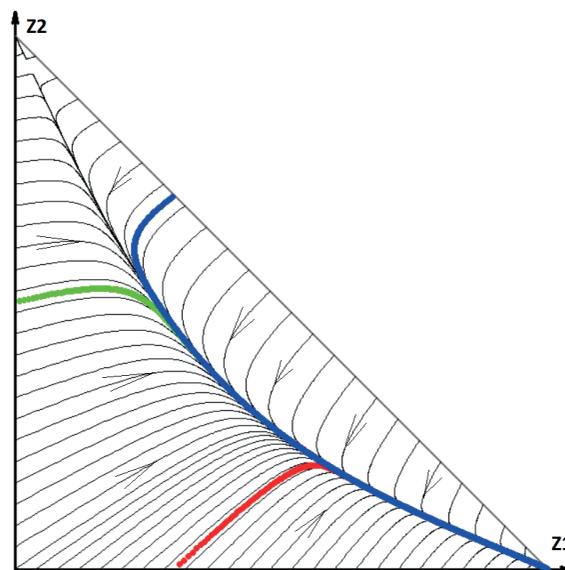
Т а б л и ц а 1. Значения коэффициентов новой модели для языковых групп
T a b l e 1. Coefficient values of the new model for language groups

Языковая группа	c_1	c_2	r	b	α	dev
Уэльский, Английский	0,1	0,9	1,7	2,1	1,2	0,007
Гэльский, Английский	0,1	0,9	1,4	5,4	2,5	0,014
Французский, Голландский (1)	0,65	0,35	1,0	2,4	2,45	0,047
Французский, Голландский (2)	0,3	0,7	1,0	2,0	1,45	0,003
Баскский, Испанский	0,25	0,75	9,0	1,4	0,5	0,001
Каталонский, Испанский	0,45	0,55	8,8	1,5	0,75	0,002
Франц., Англ. (Канада)	0,75	0,25	2,8	1,1	0,6	<0,001
Франц., Англ. (Монреаль)	0,35	0,65	1,5	4,7	2,5	<0,001

Заключение

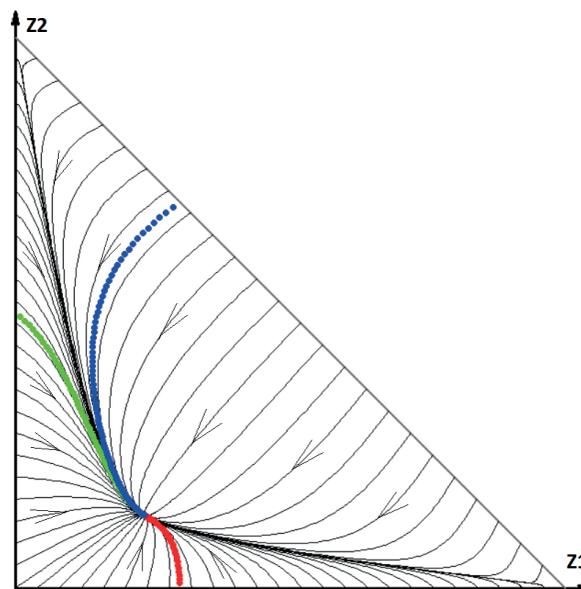
Построена новая модель, которая: учитывает в себе старые гипотезы и дополняется новыми, достаточно точно накладывается на статистические данные, позволяет объяснить языковую динамику с учетом новых гипотез.

Приложение



Р и с. 17. Сосуществование. При низком коэффициенте появления билингвизма $b < r$ преобладает первый язык, так как его престижность c_1 больше чем престижность второго языка c_2

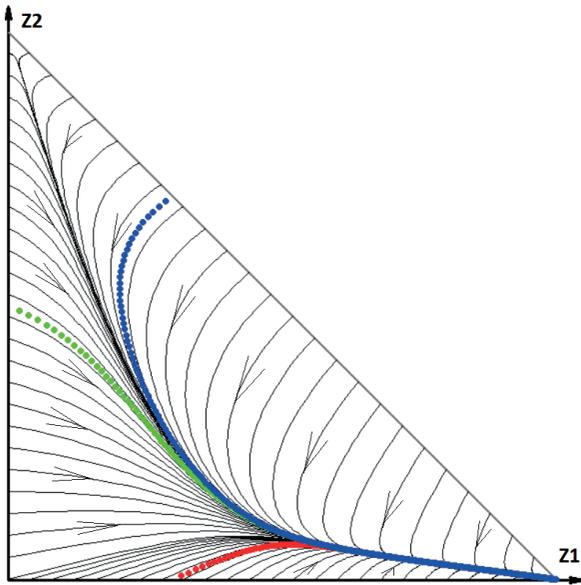
F i g. 17. Coexistence. When the coefficient of occurrence of bilingualism $b < r$ is low, the first language predominates, because its prestige c_1 is greater than the prestige of the second language c_2



Р и с. 18. Сосуществование двух языков и билингвов. При высоком коэффициенте появления билингвизма (большем скорости смены поколений) $b > r$, преобладают билингвы

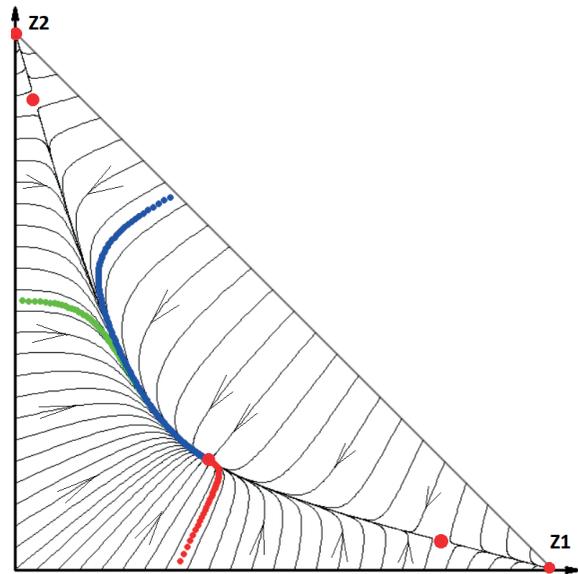
F i g. 18. Coexistence of two languages and bilinguals. When the rate of emergence of bilingualism is high (greater than the rate of generational change) $b > r$, bilinguals predominate





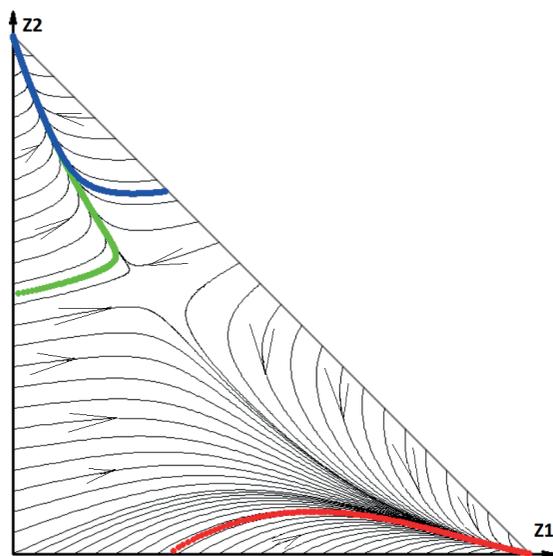
Р и с. 19. Исчезновение второго языка. При низком коэффициенте появления билингвизма $b < r$ и значении волатильности $\alpha < 1,45$ первый язык вытесняет второй

Fig. 19. The disappearance of the second language. With a low coefficient of occurrence of bilingualism $b < r$ and a volatility value $\alpha < 1.45$, the first language displaces the second one



Р и с. 21. Исчезновение либо первого, либо второго языка, либо сосуществование двух языков и билингвов. Значение волатильности $\alpha > 2$

Fig. 21. The disappearance of either the first or second language, or coexistence of two languages and bilinguals. Volatility value $\alpha > 2$



Р и с. 20. Исчезновение либо первого, либо второго языка. Значение волатильности $\alpha \in [1,45 < 2]$

Fig. 20. The disappearance of either the first or second language. Volatility value $\alpha \in [1.45 < 2]$



References

- [1] Díaz M., Switkes J. Speaking out: A mathematical model of language preservation. *Heliyon*. 2021;7(5):e06975. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06975>
- [2] Boissonneault M., Vogt P. A systematic and interdisciplinary review of mathematical models of language competition. *Humanities and Social Sciences Communications*. 2021;8:21. <https://doi.org/10.1057/s41599-020-00683-9>
- [3] Ammosov D.A., Grigorev A.V., Stepanov S.P., Malysheva N.V., Zamorshchikova L.S. Numerical simulation of language interactions using online coupled Generalized Multiscale Finite Element Method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2023;423:114962. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114962>
- [4] Feltgen Q., Fagard B., Nadal J.P. Modeling Language Change: The Pitfall of Grammaticalization. In: La Mantia F., Licata I., Perconti P. (eds.) *Language in Complexity. Lecture Notes in Morphogenesis*. Cham: Springer; 2017. p. 49-72. https://doi.org/10.1007/978-3-319-29483-4_3
- [5] Abrams D., Strogatz S. Modelling the dynamics of language death. *Nature*. 2003;424:900. <https://doi.org/10.1038/424900a>
- [6] Ba I., Ndiaye P., Ndao M., Diakhaby A. An Extension of Two Species Lotka – Volterra Competition Model. *Biomath Communications*. 2021;8(2):211217. <https://doi.org/10.11145/bmc.2021.12.171>
- [7] Castelly X., Eguíluz V., San Miguel M. Ordering dynamics with two non-excluding options: bilingualism in language competition. *New Journal of Physics*. 2006;8(12):308. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/8/12/308>
- [8] Mira J., Paredes A. Interlinguistic similarity and language death dynamics. *Europhysics letters*. 2005;69(6):1031. <https://doi.org/10.1209/epl/i2004-10438-4>
- [9] Baggs I., Freedman H. A mathematical model for the dynamics of interactions between a unilingual and a bilingual population: persistence versus extinction. *The Journal of Mathematical Sociology*. 1990;16(1):51-75. <https://doi.org/10.1080/0022250X.1990.9990078>
- [10] Baggs I., Freedman H. Can the speakers of a dominated language survive as unilinguals?: a mathematical model of bilingualism. *Mathematical and Computer Modelling*. 1993;18(6):9-18. [https://doi.org/10.1016/0895-7177\(93\)90122-F](https://doi.org/10.1016/0895-7177(93)90122-F)
- [11] Wyburn J., Hayward J. The future of bilingualism: an application of the Baggs and Freedman model. *The Journal of Mathematical Sociology*. 2008;32(4):267-284. <https://doi.org/10.1080/00222500802352634>
- [12] Díaz M., Switkes J. Speaking out: A mathematical model of language preservation. *Heliyon*. 2021;7(5): e06975. <https://doi.org/10.1016%2Fj.heliyon.2021.e06975>
- [13] Cantone K.F., Müller N. Codeswitching at the interface of language-specific lexicons and the computational system. *International Journal of Bilingualism*. 2005;9(2):205-225. <https://doi.org/10.1177/13670069050090020501>
- [14] Ringblom N. An introduction to bilingual development. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*. 2010;13(6):749-751. <https://doi.org/10.1080/13670051003593386>
- [15] Kennison S.M. *Introduction to Language Development*. SAGE Publications, Ltd; 2014. 496 p. <https://doi.org/10.4135/9781506374499>
- [16] Taeschner T. *The Sun is Feminine: A Study on Language Acquisition in Bilingual Children*. *Springer Series in Language and Communication*. Vol. 13. Springer Berlin, Heidelberg; 1983. 248 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-48329-5>
- [17] Paradowski M., Bator A. Perceived effectiveness of language acquisition in the process of multilingual upbringing by parents of different nationalities. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*. 2016;21(6):647-665. <https://doi.org/10.1080/13670050.2016.1203858>
- [18] Bialystok E. Cognitive Effects of Bilingualism: How Linguistic Experience Leads to Cognitive Change. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*. 2007;10(3):210-223. <https://doi.org/10.2167/beb441.0>
- [19] Stafford C.A. Bilingualism and enhanced attention in early adulthood. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*. 2011;14(1):1-22. <https://doi.org/10.1080/13670050903568209>
- [20] Louf T., Sánchez D., Ramasco J.J. Capturing the diversity of multilingual societies. *Physical Review Research*. 2021;3:043146. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.043146>
- [21] Alexandrova N.S., Antonets V.A., Kuzenkov O.A., Nuidel I.V., Shemagina O.V., Yakhno V.G. Bilingualism as an Unstable State. In: Velichkovsky B.M., Balaban P.M., Ushakov V.L. (eds.) *Advances in Cognitive Research, Artificial Intelligence and Neuroinformatics*. Intercognsci 2020. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Vol. 1358. Cham: Springer; 2021. p. 359-367. https://doi.org/10.1007/978-3-030-71637-0_41
- [22] Morozov A., Kuzenkov O. Towards the construction of a mathematically rigorous frame-work for the modelling of evolutionary fitness. *Bulletin of Mathematical Biology*. 2019;81:4675-4700. <https://doi.org/10.1007/s11538-019-00602-3>
- [23] Sutantawibul C., Xiao P., Richie S., Fuentes-Rivero D. Revisit Language Modeling Competition and Extinction: A Data-Driven Validation. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2018;6(7):1558-1570. <https://doi.org/10.4236/jamp.2018.67132>
- [24] Zhang M., Gong T. Principles of parametric estimation in modeling language competition. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2013;110(24):9698-9703. <https://doi.org/10.1073/pnas.1303108110>
- [25] Scialla S., Liivand J.-K., Patriarca M., Heinsalu E. A three-state language competition model including language learning and attrition. *Frontiers in Complex Systems*. 2023;1:1266733. <https://doi.org/10.3389/fcpxs.2023.1266733>

Поступила 11.01.2023; одобрена после рецензирования 21.03.2023; принята к публикации 13.04.2023.
Submitted 11.01.2023; approved after reviewing 21.03.2023; accepted for publication 13.04.2023.



Об авторах:

Медведев Александр Викторович, аспирант кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (603022, Российская Федерация, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4650-0938>**, a.medvedev.unn@gmail.com

Кузенков Олег Анатольевич, доцент кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (603022, Российская Федерация, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23), кандидат физико-математических наук, доцент, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9407-0517>**, kuzenkov_o@mail.ru

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the authors:

Alexander V. Medvedev, Postgraduate Student of the Department of Differential Equations Mathematical and Numerical Analysis, Institute of Information Technology, Mathematics and Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Gagarin Ave., Nizhny Novgorod 603022, Russian Federation), **ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4650-0938>**, a.medvedev.unn@gmail.com

Oleg A. Kuzenkov, Associate Professor of the Department of Differential Equations Mathematical and Numerical Analysis, Institute of Information Technology, Mathematics and Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Gagarin Ave., Nizhny Novgorod 603022, Russian Federation), Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, **ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9407-0517>**, kuzenkov_o@mail.ru

All authors have read and approved the final manuscript.

