УДК 519.854
DOI: 10.25559/SITITO.019.202303.622-632

Оригинальная статья

Об алгоритмах принятия решений в задачах дискретной оптимизации

Ю. Ю. Терентьева
ФГАНУ «Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти имени А.В. Старовойтова», г. Москва, Российская Федерация
Адрес: 123557, Российская Федерация, г. Москва, ул. Пресненский вал, д. 19, стр. 1
terjul@mail.ru

Аннотация

В статье проводится сравнительный анализ эффективности использования нескольких функций-предикторов, т. е. специальных вспомогательных функций, априорно оценивающих целесообразность выбора разделяющего элемента для некоторого итерационного алгоритма. Рассматриваются случаи одного, двух или трех предикторов, а также различные схемы так называемого голосования, то есть правила выбора решения. Учитывается оценка вероятности принятия правильного решения функцией-предиктором. Приводится качественный результат проведенных исследований с выработкой рекомендации использования предикторов. Сравнительный анализ использования схем, образуемых предикторами в количестве от одного до трех включительно, выполнен детально по принципу «каждый с каждым» с представлением условий предпочтения одной схемы перед другой. Среди всех схем лидирующими были схема из трех предикторов со схемой т. н. голосования по большинству голосов и схема, состоящая из одного предиктора, который является одним из трех в лидирующей схеме и имеет максимальную из трех вероятность принятия правильного решения. Проведена оценка меры области, характеризующей предпочтение одной лидирующей схемы другой. Доказательным путем получено, что схема, состоящая из одного «самого умного» предиктора, имеет более, чем в 24 раза большую область предпочтения, нежели другая лидирующая схема из трех предикторов, голосующих по принципу большинства голосов и имеющих в своем составе «самый умный» предиктор. Процедуры применения функций-предикторов актуальны в методе ветвей и границ. В частности, актуальность данных исследований обусловлена прежде всего необходимостью эффективного решения задач дискретной оптимизации, возникающих в процессе анализа и проектирования сетей связи высоких размерностей. Реальной важной задачей и областью применения исследований является нахождение оптимального множества достраиваемых ребер в графе сети связи, при котором обеспечивается заданная устойчивость по всем направлениям связи. Данный подход может быть распространен и на ситуации, не связанные непосредственно с алгоритмами дискретной оптимизации на графах. В частности, полученные результаты могут использоваться при организации получения экспертного мнения при наличии одного, двух или трех экспертов, обладающих в общем случае различными квалификациями, и возможных схемах принятия ими решения.

Ключевые слова: эвристические алгоритмы, задачи дискретной оптимизации, модели теории графов, жадные алгоритмы

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Терентьева Ю. Ю. Об алгоритмах принятия решений в задачах дискретной оптимизации // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2023. Т. 19, № 3. С. 622-632. https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202303.622-632

Original article

On Decision-Making Algorithms in Discrete Optimization Problems

Yu. Yu. Terentyeva
Center for Information Technologies and Systems of Executive Authorities, Moscow, Russian Federation
Address: 19 Presnensky Val St., building 1, Moscow 123557, Russian Federation
terjul@mail.ru

Abstract
The article provides a comparative analysis of the efficiency of using several predictor functions, i.e. special auxiliary functions a priori evaluating the feasibility of choosing a separating element for a certain iterative algorithm. Cases of one, two or three predictors are considered, as well as various schemes of so-called voting, that is, rules for choosing a solution. The probability of making the correct decision by the predictor function is assessed. The qualitative results of the conducted research are presented, and recommendations for the use of predictors are given. A comparative analysis of the use of schemes formed by predictors in quantities from one to three inclusive is performed in detail. The analysis is performed according to the principle of "each with each" with the presentation of the conditions of preference of one scheme over another. Among all the schemes, the leading ones were the scheme of three predictors with the majority vote "voting" scheme and the scheme consisting of one predictor, which is one of three in the leading scheme and has the highest probability of making the correct decision of the three. An assessment was made of the measure of the area characterizing the preference of one leading scheme over another. It has been demonstrated that the scheme consisting of one "smartest" predictor has a preference region that is more than 24 times larger than another leading scheme of three predictors voting by the majority vote principle and including the "smartest" predictor. The procedures for applying predictor functions are relevant in the branch and bound method. In particular, the relevance of these studies is mainly due to the need for an effective solution to discrete optimization problems that arise in the process of analyzing and designing high-dimensional communication networks. The most important task and area of application of research is to find the optimal set of edges to be completed in the graph of a communication network, which ensures a given stability in all communication directions. This approach can be extended to situations not directly related to discrete optimization algorithms on graphs. In particular, the obtained results can be used in organizing the receipt of expert opinions in the presence of one, two or three experts with different qualifications, and possible schemes for their decision-making.

Keywords: heuristic algorithms, discrete optimization problems, graph theory models, greedy algorithms

Conflict of interests: The author declares no conflict of interests.

For citation: Terentyeva Yu.Yu. On Decision-Making Algorithms in Discrete Optimization Problems. *Modern Information Technologies and IT-Education.* 2023;19(3):622-632. https://doi.org/10.25559/SITITO.019.202303.622-632

1. Введение

Развитие современных сетей связи сопровождается возникновением целого спектра задач, возникающих вследствие высоких размерностей как графов моделей сети связи, так и параметров, характеризующих объекты сети связи. При этом немало задач являются *NP*-сложными, и это обстоятельство наряду с упомянутой высокой размерностью определяет необходимость новых исследований и разработки методов их решения [1-3]. Существуют и актуальные задачи полиномиальной сложности, которые, также ввиду высокой размерности, стимулируют исследования в направлении уменьшения алгоритмической сложности. Подобные исследования в развитие [4-8], в частности, привели к результату, который может использоваться не только в сетях связи.

В статье будет сделан акцент на концепции принятия решения в процессе работы алгоритмов. Подобная концепция принятия решений может быть обобщена на определенную совокупность задач сети связи, связанных с оптимизационными задачами высоких размерностей, предусматривающими получение псевдооптимального решения.

Концепции принятия решений в рамках использования функцийпредикторов — это частая прерогатива задач дискретной оптимизации, поскольку алгоритм, решающий задачу, предусматривает выбор ветви дальнейшего поиска псевдооптимального решения, где каждая ветвь должна быть оценена при помощи функций-предикторов. Что касается видов упомянутых задач дискретной оптимизации, где может быть применен данный анализ, то таковыми являются, например, задача коммивояжера, задача составления расписания [9].

2. Общее описание рассматриваемых алгоритмов

Предмет настоящей статьи обозначился на основе предыдущих работ, относящихся к нескольким различным составляющим.

Во-первых, непосредственная предметная область, задача рефлектометрии, первоначально рассмотренная автором в [10-14]. Второй предпосылкой к выбору материала для настоящей статьи являются вспомогательные алгоритмы принятия решений при *итерационном* решении задачи дискретной оптимизации: такими итерационными алгоритмами, как правило, являются или простое применение на каждом шаге итерации некоторой жадной эвристики или, в более сложном случае, метод ветвей и границ; последний также включает в себя применение вспомогательной жадной эвристики — однако, в связи с естественными ограничениями на время выполнения, здесь вспомогательные эвристики, как правило, существенно более простые. Однако в обоих случаях подобных жадных эвристик может быть несколько, и такие ситуации были кратко рассмотрены в работе [13], подробнее в работе[1]. При этом одной из исследовавшихся в этих работах задач был поиск ситуаций, когда жадная эвристика, априорно предполагаемая лучшей, в результате применения дополнительных алгоритмов должна быть заменена, однако в рассматривавшихся в работах[2] [13] задачах дискретной оптимизации подобных ситуаций обнаружено не было.

Третья предпосылка связана с применением в качестве одного из возможных алгоритмов для многокритериальной оптимизации т. н. динамических функций риска [15-20]. Если говорить непосредственно про задачи дискретной оптимизации (каковой является и задача рефлектометрии), то в них возможное применение динамических функций риска связано с вспомогательными алгоритмами принятия решений, которые мы выше условно назвали «второй предпосылкой к материалу статьи».

Четвертая предпосылка относится к созданию оптимальной схемы организации экспертных мнений [21, 22], которая может быть эффективно использована при рассмотрении и решении задач дискретной оптимизации.

При этом могут быть рассмотрены в дальнейшем варианты организации итерационного решения, а также методы исследования качества получаемых алгоритмов. Среди подобных вариантов организации итерационного решения упомянем т. н. турнирное самообучение [16] и др. Его чаще удается использовать для нескольких вариантов функции-предиктора, однако в итоге все можно свести к сравнению между пары алгоритмов; при необходимости соответствующий турнир между группой алгоритмов можно организовать апостериори, точнее — реализовать его уже после реализации сравнения двух алгоритмов некоторой пары.

Итак, в настоящей статье исследуется эффективность использования предикторов в работе алгоритмов дискретной оптимизации (напомним, что обязательно должен быть некоторый итерационный процесс).

Сразу возникает вопрос: как описать несколько подобных функций-предикторов, при том что в процитированных публикациях (в том числе в классической монографии[3], а также в большинстве работ, цитируемых ниже) рассматривается только одна такая функция? Однако это возможно (по-видимому, всегда): например, в задачах рефлектометрии каждый предиктор может быть сделан на основе некоторой еще не включенной вершины, а выбор некоторой (другой) вершины для включения он (предиктор) оценивает «со своей точки зрения», то есть возвращает результат, зависящий от того, насколько изменилось (и изменилось ли) расстояние от ближайшей освещенной вершины.

Заметим, что в данной статье развивается подход, кратко описанный в работах[4] [13]. Для исследуемой задачи все это надо

[1] Баумгертнер С. В. Мультиэвристический подход к звездно-высотной минимизации недетерминированных конечных автоматов: дис. … канд. физ.-мат. наук. Тольятти, 2012. 123 с. EDN: QFUGEX

[2] Там же.

[3] Goodman S. E., Hedetniemi S. T. Introduction to the Design and Analysis of Algorithms. First ed. New York: McGraw-Hill College, 1977. 371 p.

[4] Баумгертнер С. В. Мультиэвристический подход к звездно-высотной минимизации недетерминированных конечных автоматов: дис. … канд. физ.-мат. наук. Тольятти, 2012. 123 с. EDN: QFUGEX

будет рассматривать и для каких-либо совершенно иных предикторов[5], а также и для применения метода ветвей и границ [23-25]; и, конечно, планируется применить подобную методику и в других задачах дискретной оптимизации.

Итак, в настоящей работе будут использованы следующие упрощения. Будем рассматривать несколько предикторов, но поскольку процесс итерационный, то на каждом шаге мы должны выбрать ровно одно решение, при том что предикторы могут дать близкие «вещественные» результаты, которые, по-видимому, будут соответствовать одинаковым «булевым» результатам. Можно, немного упрощая, сказать, что предмет статьи заключается в том, как решение о выборе одного элемента принимать в том случае, когда предикторов не более трех, а работаем мы с их «булевыми» результатами.

3. О повышении эффективности алгоритмов-предикторов

В этом разделе мы рассмотрим вопросы о возможных путях повышения эффективности алгоритмов выбора разрешающего элемента.

Рассмотрим вероятность p принятия правильного решения в случае использования алгоритмами функцийпредикторов. Для этого проведем моделирование ситуаций, когда так называемая экспертная группа включает от 1 до 3 предикторов. При этом рассмотрим ситуации, когда они принимают правильные решения либо с одинаковыми вероятностями, либо с разными вероятностями.

1. Экспертная группа состоит из 1 предиктора — случай тривиален. Итоговая вероятность совпадает с исходной.

2. Экспертная группа — 2 предиктора.

2.1. Рассмотрим случай, когда оба предиктора принимают правильные решения с одинаковой вероятностью, то есть $p_1 = p_2$. Тогда, согласно концепции о принятии правильного решения окончательным блоком, а именно если элемент признается хорошим тогда, когда оба предиктора оценивают его как хороший, вероятность принятия правильного решения будет равна $p = p_1^2$ (формула вероятности произведения). Повторим, что предполагается независимость экспертов-предикторов.

2.2. Случай, когда $p_1 \neq p_2$. Получаем $p = p_1 p_2$ (по формуле вероятности произведения).

3. Экспертная группа — 3 предиктора. Здесь возможно два подхода к построению схемы принятия окончательного решения. Первый подход реализует концепцию принятия решения «по большинству голосов», а второй — «по факту единогласного голосования». Рассмотрим каждый из этих подходов, при этом целесообразно рассмотреть случаи одинаковых и различных вероятностей программами-предикторами принимать правильное решение. Делается естественное предположение, что программы-предикторы принимают решение независимо.

3.1. Одинаковые вероятности принять правильное решение для всех трех человек, т.е. $p_1 = p_2 = p_3$. Тогда в рамках рассматриваемых подходов имеют место следующие вероятности принимать правильное решение всем множеством предикторов.

3.1.1. Единогласное решение. В этом случае $p = p_1^3$ (формула вероятности произведения).

3.1.2. По большинству голосов, $p = -2p_1^3 + 3p_1^2$ (формула сложения и умножения вероятностей либо формула Бернулли).

3.2. Разные вероятности принимать правильное решение для разных предикторов. То есть $p_1 \neq p_2 \neq p_3$.

3.2.1. Единогласное решение. В этом случае $p = p_1 p_2 p_3$ (формула произведения вероятностей).

3.2.2. По большинству голосов. Обозначим через A_i событие, при котором i-й предиктор принимает правильное решение. Тогда искомая вероятность принять правильное решение несколькими предикторами — согласно подходу «голосования по принципу большинства голосов» — может быть найдена следующим образом:

$$p = P(A_1 A_2 A_3 + \overline{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \overline{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \overline{A}_3) \quad (1)$$

Далее, согласно формуле сложения и умножения вероятностей,

$$p = P(A_1 A_2 A_3) + P(\overline{A}_1 A_2 A_3) + P(A_1 \overline{A}_2 A_3) + P(A_1 A_2 \overline{A}_3) \quad (2)$$

Поскольку функции-предикторы работают независимо, то

$$p = p_1 p_2 p_3 + (1 - p_1) p_2 p_3 + p_1 (1 - p_2) p_3 + p_1 p_2 (1 - p_3) \quad (3)$$

4. Краткий анализ полученных результатов (вероятностей)

Возникает естественный вопрос о наилучшем варианте группы предикторов с точки зрения их количественного состава. Для наглядности полученные ранее вероятности представлены в таблице 1.

Таблица 1. **Возможные варианты схем «голосования» предикторов**

Table 1. **Possible options for predictor voting schemes**

№	Число функций-предикторов и схема «голосования»	Вероятность успеха
1.	1 предиктор	$p = p_1$
2.	2 предиктора. Элемент считается хорошим при единогласном «голосовании» предикторов. Вероятности принятия правильного решения считаем одинаковыми.	$p = p_1^2$
3.	Два предиктора. Элемент считается хорошим при единогласном «голосовании». Вероятности принятия правильного решения различны.	$p = p_1 p_2$

[5] Сигал И. Х., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы : учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 304 с. EDN: RYRSIZ

№	Число функций-предикторов и схема «голосования»	Вероятность успеха
4.	Три предиктора. Элемент считается хорошим при единогласном «голосовании». Вероятности принятия правильного решения одинаковы.	$p = p_1^3$
5.	Три предиктора. Элемент считается хорошим при «голосовании» большинством голосов. Вероятности принятия правильного решения одинаковы.	$p = -2p_1^3 + 3p_1^2$
6.	Три предиктора. Элемент считается хорошим при единогласном «голосовании». Вероятности принятия правильного решения различны.	$p = p_1 p_2 p_3$
7.	Три предиктора. Элемент считается хорошим при голосовании большинством голосов. Вероятности принятия правильного решения различны.	$p = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - 2p_1 p_2 p_3$

Источник: здесь и далее в статье все таблицы составлены автором.
Source: Hereinafter in this article all tables were drawn up by the author.

Проведем попарное сравнение вероятностей принятия правильного решения группой функций-предикторов при различных способах организации этой группы. Здесь мы опустим подробный анализ неравенств с параметрами. Результаты анализа приведены в таблице 2.

Т а б л и ц а 2. **Анализ условий предпочтения вариантов организации групп предикторов**
T a b l e 2. **Analysis of the conditions for preference of options for organizing groups of predictors**

	1	2	3	4	5	6	7
1.		Больше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = 1$	Больше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_2 = 1$.	Больше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = 1$	Больше. Равенство при $p_1 \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$	Больше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_2 = p_3 = 1$.	Больше при условии $p_3 < \dfrac{1}{1 + (\frac{1}{p_1} - 1)(\frac{1}{1-p_2} - 1)}$ Равенство при $p_1 = p_2 = p_3 = 1$ либо $p_1 = p_2 = p_3 = 0$.
2.			Больше при $p_1 > p_2$. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = p_2$.	Больше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = 1$.	Меньше. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = 1$.	Больше при $p_1 > p_2 p_3$. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = p_2 = p_3 = 1$.	Больше при условии $p_1 > p_2$ и $p_3 < \dfrac{p_1(p_1 - p_2)}{p_1 + p_2 - 2p_1 p_2}$. Равенство при $p_1 = 0$ и $p_i = 0, i \in \{2,3\}$ либо $p_1 = p_2 = p_3 = 1$.
3.				Больше при $p_2 > p_1^2$. Равенство при $p_1 = 0$ либо когда $p_2 = p_1^2$.	Больше при $p_2 = 1$ и $p_1 \in (0; \frac{1}{2})$	Больше. Равенство при $p_3 = 1$ либо $p_1 = 0$, либо $p_2 = 0$, либо $p_1 = p_2 = p_3 = 1$.	Меньше. Равенство когда $p_1 = p_2 = p_3 = 1$ либо $p_1 = p_2 = p_3 = 0$.
4.					Меньше. Равенство при $p_1 = 0$, либо $p_1 = 1$.	Больше при $p_1 > \sqrt{p_2 p_3}$. Равенство при $p_1 = 0$ либо $p_1 = p_2 = p_3 = 1$.	Область предпочтения более чем в 100 раз меньше.

5.						Больше при $p_1 \in \left(\frac{3-\sqrt{9-8p_2p_3}}{4};1\right)$ Равенство при $p_1=0$, либо $p_1=p_2=p_3=1$, либо $p_1=\frac{3-\sqrt{9-8p_2p_3}}{4}$. Если $p_3=1$ либо $p_2=1$, то см. сравнение вариантов 3 и 5.	Больше при $p_1 \in (0,\frac{1}{2})$ и $p_3<\frac{p_1(2p_1^2-3p_1+p_2)}{p_1+p_2-2p_1p_2}$, либо когда $p_1=\frac{1}{2}$ и $p_3<p_2-\frac{1}{4}$. Равенство при $p_1=p_2=p_3$.
6.							Меньше. Равенство когда $p_1=p_2=p_3=1$ либо $p_i=p_j=0, i\neq j$

Отдельного внимания заслуживает вариант 7, при котором три предиктора-эксперта голосуют по принципу большинства голосов. На основании того, что данный вариант априорно оказался не хуже большинства других рассмотренных вариантов, правомерно задать вопрос о максимально возможной эффективности данной схемы организации предикторов. Данная задача очевидным образом эквивалентна следующей задаче (в общем случае рассмотрим задачу на экстремум при ограничениях):

$$xy+yz+xz-2xyz \to extr \tag{4}$$

$$0 \le x \le 1$$
$$0 \le y \le 1$$
$$0 \le z \le 1$$

Данная функция непрерывна, определена на компакте. По теореме Вейерштрасса достигает своего максимума и минимума. Либо в точках локального экстремума, либо на границе. Для нахождения критических точек воспользуемся теоремой Ферма, дающей необходимое условие существования экстремума. Имеем

$$\begin{cases} y+z-2yz=0 \\ x+z-2xz=0 \\ y+x-2xy=0 \end{cases} \tag{5}$$

Матрица Гессе выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} 0 & -2z+1 & -2y+1 \\ -2z+1 & 0 & -2x+1 \\ -2y+1 & -2x+1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Решение системы дает две точки (0, 0, 0) и (1, 1, 1). Матрица Гессе в данных точках знаконеопределена. Следовательно, это седловые точки функции.

При поиске экстремумов на границе получаем следующее. Функция достигает минимума 0 на континууме точек, когда любые две координаты ноль, а третья из установленного диапазона. И также функция достигает максимума 1 на континууме точек, когда любые две координаты единицы, третья из установленного диапазона. Этот факт можно интерпретировать таким образом. При схеме организации экспертной группы из трех человек с голосованием по принципу большинства голосов если два предиктора-эксперта всегда принимают правильные решения, то даже при наличии одного некачественного предиктора или просто предиктора с нестабильной вероятностью выбрать правильное решение все равно достигается максимальная эффективность.

Таким образом, для того, чтобы сказать, какой из вариантов комбинации предикторов даст лучший результат в среднем, необходимо оценить вероятность выполнения условий предпочтения каждой пары рассматриваемых вариантов. При имеющихся же конкретных вероятностях конкретных предикторов принимать правильные решения можно использовать составленную сравнительную таблицу 2 для принятия решения о наиболее эффективной схеме организации работы предикторов при данных условиях.

5. Интерпретация результатов проведенного сравнительного анализа

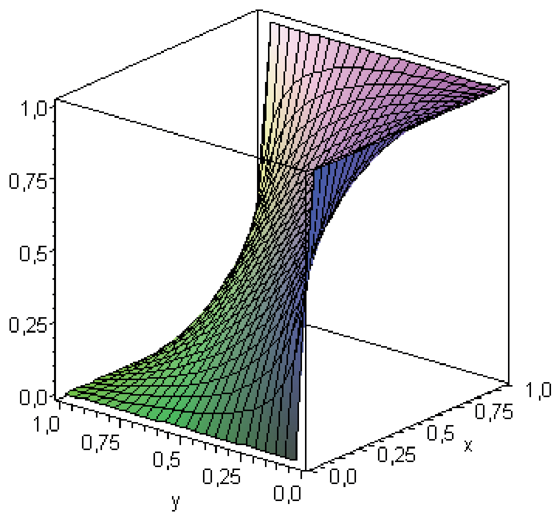
Проведенный сравнительный анализ схем организации группы предикторов позволяет сделать следующие выводы. Варианты 6 и 4, при которых в экспертной группе три предиктора голосуют с разными или одинаковыми вероятностями по принципу единогласного голосования, проигрывают почти всем остальным вариантам (вариант 6 может дать лучшие результаты, чем вариант 2 при определенных условиях, но наиболее вероятно выполнение условий, при которых вариант 2 предпочтительней варианта 6). Также оказались несостоятельными варианты 2 и 3, когда экспертная группа состоит из двух предикторов. Имеет смысл рассматривать варианты 1, 5 или 7. Их предпочтительность друг перед другом проанализирована и отражена в таблице 2. Так как вариант 5 является частным маловероятным случаем варианта 7, при этом вариант 5 дает выигрыш только при низкой вероятности принять правильное решение по крайней мере одного из предикторов-экспертов, то имеет смысл остановить внимание на вариантах 1 или 7 организации экспертной группы.

6. Сравнение двух «лучших» вариантов организации экспертной группы

Без сомнения, при фиксированных значениях вероятностей потенциальных предикторов экспертной группы можно принять решение о наиболее эффективной схеме ее организации. Однако проведенный выше анализ позволит дать априорную оценку предпочтительности схемы организации рассматриваемой экспертной группы. Для этого необходимо оценить меры областей, соответствующих предпочтительности того или иного варианта. Целесообразно, как уже отмечалось, рассматривать вариант 1, когда эксперт один, и вариант 7, когда группа состоит из трех предикторов, голосующих по принципу большинства голосов. При этом делается допущение, что в группе из трех предикторов один и есть как раз представитель экспертной группы варианта 1.

Поскольку, как было рассмотрено в п. 5, вариант 7 предпочтительнее при выполнении условия

$p_3 > \dfrac{1}{1+(\dfrac{1}{p_1}-1)(\dfrac{1}{1-p_2}-1)}$ (*), остановимся подробнее на данном выражении. На рисунке 1 представлена поверхность, граница которой задается данным соотношением (*).



Р и с. 1. Поверхность, граница которой задается соотношением

$$p_3 > \frac{1}{1+(\dfrac{1}{p_1}-1)(\dfrac{1}{1-p_2}-1)}$$

F i g. 1. The surface whose boundary is defined by the ratio

$$p_3 > \frac{1}{1+(\dfrac{1}{p_1}-1)(\dfrac{1}{1-p_2}-1)}$$

Источник: здесь и далее в статье все рисунки составлены автором.
Source: Hereinafter in this article all figures were drawn up by the author.

Для того чтобы оценить, как данная поверхность разбивает рассматриваемый компакт, задаваемый вероятностями принять правильное решение предикторами экспертной группы из трех предикторов (прим.: голосующих по принципу большинства голосов), необходимо вычислить соответствующий двойной интеграл.

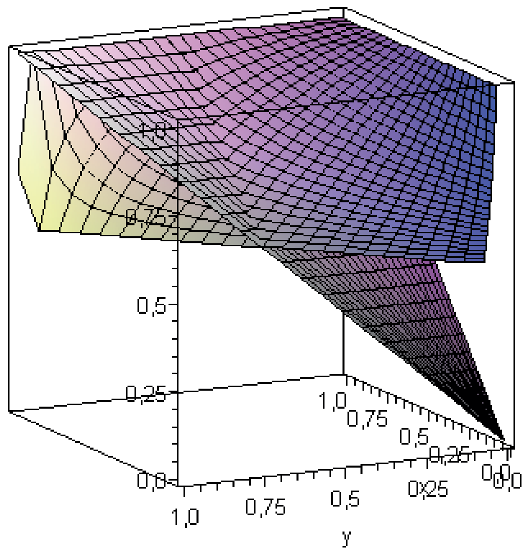
$$f=\int_0^1\int_0^1 \frac{1}{1+(\dfrac{1}{x}-1)(\dfrac{1}{1-y}-1)}dxdy=\int_0^1\int_0^1 \frac{x(1-y)}{x(1-y)+y(1-x)}dxdy=$$

$$=\int_0^1\int_0^1 1-\frac{y(1-x)}{x(1-y)+y(1-x)}dxdy \qquad (7)$$

$$f=1-\int_0^1\int_0^1 \frac{y(1-x)}{x(1-y)+y(1-x)}dxdy=1-f \Rightarrow f=\frac{1}{2} \qquad (8)$$

Отсюда следует, что рассматриваемая поверхность разбивает компакт на две равные части. Вообще говоря, это означает, что если группы экспертов варианта 1 и 7 формировать в произвольном порядке, то существенного выигрыша ни один из вариантов не даст. Здесь также стоит заметить, что применение здесь концепции геометрической вероятности не вполне целесообразно, поскольку эксперимент не удовлетворяет условиям геометрического определения вероятности, когда его исходы можно изобразить точками некоторой области Ω в R^3 так, чтобы вероятность попадания точки в любую часть $A \subset \Omega$ не зависела бы от формы или расположения A внутри Ω, а зависела бы лишь от меры области A и, следовательно, была бы пропорциональна этой мере. То есть точка (p_1, p_2, p_3) не имеет равномерного распределения в области Ω. В то же время следует заметить, что если формированию экспертных групп придать некий порядок, то это приведет к сужению области исходов, что в свою очередь позволит сделать допущение о равномерном распределении точки (p_1, p_2, p_3) в области Ω. Это допущение будет также правомерно с учетом того факта, что в силу ряда обстоятельств для конкретного предиктора-эксперта вероятность принятия правильного решения может изменяться в течение суток, если этот случай с предикторами распространить на реальных экспертов. Тогда, оценив меры областей предпочтения вариантов организации экспертной группы, можно сделать вывод о качестве того или иного варианта с точки зрения результирующей вероятности принятия правильного решения всей группой.

Без ограничения общности рассуждения правомерно считать, что $p_1 \ge p_2 \ge p_3$. Это допущение имеет место, поскольку среди группы троих отобранный предиктор-эксперт для группы варианта 1, состоящего из одного предиктора, очевидным образом должен иметь максимальную среди троих вероятность принятия правильного решения. Заметим, что если $p_1 = p_2$, то вариант 7 даст выигрыш только в случае $p_3 > 0.5$ (соответственно, согласно проведенным выше рассуждениям, первый и второй эксперты имеют квалификацию, характеризующуюся выше 1/2 вероятностью принимать правильное решение). Для оценки степени предпочтительности варианта 7 при условии $p_1 \ge p_2$ и $p_1 \ge p_3$ необходимо вычислить следующие двойные интегралы.



Р и с. 2. Граничные поверхности

F i g. 2. Surface delimiting the preference areas of the two best options

$$mes\ D_1 = \int_0^{1/2}\int_y^{1} x dx dy + \int_{1/2}^{1}\int_{1/2}^{x} \frac{x - xy}{x + y - 2xy} dy dx \qquad (9)$$

Рассматриваемая область D_1, согласно п. 5 и проведенным выше рассуждениям, характеризуется системой неравенств $x > y,\ x > z,\ z < \dfrac{x - xy}{x + y - 2xy}$. Граничные поверхности представлены на рисунке 2.

Здесь граница $y = \dfrac{1}{2}$ получена в результате пересечения поверхностей $z = x$ и $z = \dfrac{x - xy}{x + y - 2xy}$.

Опуская промежуточные вычисления, получим

$$mes\ D_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\ln 2$$

Так как объем комплекса

$$\{(0,\frac{1}{2},0)\ (1,\frac{1}{2},0)\ (1,1,0)\ (\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})\ (1,\frac{1}{2},1)\ (1,1,1)\}$$

равен $\dfrac{5}{48}$, то при условиях

$$x > y,\ x > z,\ z > \frac{x - xy}{x + y - 2xy},$$

задающих область D_2 предпочтения варианта 7, мера области D_2 равна

$$mes\ D_2 = \frac{5}{48} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{11}{48}\right) = \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{3} \qquad (10)$$

Оценим соотношение мер областей. Имеем

$$\frac{mes\ D_1}{mes\ D_2} = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\ln 2\right) \Big/ \left(\frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{3}\right) = \frac{4 - 3\ln 2}{3\ln 2 - 2} \qquad (11)$$

Заметим еще раз, что D_1 соответствует области предпочтения варианта 1, а D_2 — области предпочтения варианта 7.

Таким образом, вариант 1 организации экспертной группы из одного предиктора имеет показатель качества, который более чем в 24 раза лучше показателя качества варианта 7, когда экспертная группа состоит из трех предикторов, голосующих по принципу большинства голосов. При этом этот один предиктор (вариант 1) должен являться одним из трех в группе варианта 7 и иметь максимальную из них троих вероятность принятия правильного решения. Заметим, что область, характеризующая преимущество варианта 7 перед вариантом 1, как уже сейчас отмечалось, в 24,2 раза меньше области обратного предпочтения и, что примечательно, соответствует ситуации, когда все три предиктора-эксперта имеют вероятность принятия правильного решения, близкую к единице.

Согласно проведенному сравнению, возможный потенциальный ущерб при организации экспертной группы из трех предикторов, голосующих по принципу большинства голосов, даст приблизительно в 24 раза больший ущерб, чем при организации экспертной группы из одного предиктора при условии, что данный предиктор имеет максимальную среди троих вероятность принятия правильного решения.

Таким образом, рекомендуемая стратегия — один предиктор-эксперт с самой высокой вероятностью принять правильное решение.

7. Заключение

Таким образом, проведено доказательное сравнение основных комбинаций вариантов применения функций-предикторов в алгоритмах дискретной оптимизации. Рассмотрены и исследованы с привлечением вероятностных методов комбинированные способы организации групп предикторов. Получены вероятностные оценки и определены условия эффективности различных схем построения групп предикторов, учитывая количественный состав (от одного до трех), а также стратегии организации голосования (по большинству голосов или единогласно). Составлена детальная таблица сравнения («каждый с каждым») различных схем, показывающая соотношение параметров, при котором один способ может быть приоритетней другого. Проведено интегральное сравнение по всем комбинациям построения схем. Доказано, что в подавляющем большинстве случаев лучшими показателями качества в части вероятности принимать правильное решение будет обладать экспертная группа предикторов, состоящая из одного предиктора-эксперта с наивысшей вероятностью принимать правильное решение среди всех остальных. Как частный случай показано, что увеличение количества предикторов в большинстве случаев не приводит к заметному повышению эффективности выбора, но может существенно повышать сложность вычислений. В результате рекомендована стратегия использования одного предиктора с наивысшей вероятностью принятия правильного решения.

Результаты проведенного исследования могут быть также использованы при организации схем учета экспертных мнений в различных системах, требующих бинарной фильтрации объектов с привлечением инструментов фильтраций, включая человека.

Список использованных источников

[1] Терентьева Ю. Ю. Определение максимального множества независимых простых путей между вершинами графа // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2021. Т. 17, № 2. С. 308-314. https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202102.308-314

[2] Терентьева Ю. Ю. Алгоритмы расчета надежности крупномасштабных сетей связи // Информатизация и связь. 2021. № 6. С. 171-175. https://doi.org/10.34219/2078-8320-2021-12-6-171-175

[3] Терентьева Ю. Ю. Метод получения оценки надежности крупномасштабной сети связи с учетом зависимых путей // Информатизация и связь. 2017. № 1. С. 122-128. EDN: YMHEPR

[4] Терентьева Ю. Ю. Некоторые теоретические вопросы практических алгоритмов дефрагментации сети связи // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 3. С. 23-27. EDN: KRVLTR

[5] Terentyeva Yu. Yu., Melnikov B. F. Special Theoretical Issues of Practical Algorithms for Communication Network Defragmentation // Software Engineering Research in System Science. CSOC 2023. Lecture Notes in Networks and Systems ; ed. by R. Silhavy, P. Silhavy. Vol. 722. Cham: Springer, 2023. P. 31-38. https://doi.org/10.1007/978-3-031-35311-6_4

[6] Melnikov B. F., Terentyeva Yu. Yu. Greedy and branches-and-boundaries methods for the optimal choice of a subset of vertices in a large communication network // Cybernetics and Physics. 2023. Vol. 12, no. 1. P. 51-59. https://doi.org/10.35470/2226-4116-2023-12-1-51-59

[7] Melnikov B. F, Meshchanin V. Y., Terentyeva Yu. Yu. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks // Journal of Physics: Conference Series. Engineering and Innovative Technologies. 2020. Vol. 1515. Article number: 042093. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/4/042093

[8] Jamroż L., Raszka J. Scheduling access to common resources in periodic discrete processes // 2015 IEEE 2nd International Conference on Cybernetics (CYBCONF). Gdynia, Poland: IEEE Computer Society, 2015. P. 190-195. https://doi.org/10.1109/CYBConf.2015.7175930

[9] Werner F. Advances and Novel Approaches in Discrete Optimization // Mathematics. 2020. Vol. 8, no. 9. Article number: 1426. https://doi.org/10.3390/math8091426

[10] Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. О графовой модели для задач рефлектометрии и некоторых алгоритмах их решения. Часть I. Постановка задачи и подходы к алгоритмизации // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 2. С. 28-39. https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-2-3

[11] Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. О графовой модели для задач рефлектометрии и некоторых алгоритмах их решения. Часть II. Подход к программной реализации // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 3. С. 32-42. https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-3-4

[12] Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. О графовой модели для задач рефлектометрии и некоторых алгоритмах их решения. Часть III. Подход к генерации тестовых данных и результаты вычислительных экспериментов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 4. С. 31-41. https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-4-3

[13] Баумгертнер С. В., Мельников Б. Ф. Обобщенные недетерминированные конечные автоматы // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2013. № 2(26). С. 64-74. EDN: RLEENF

[14] Melnikov B. F., Tsyganov A. The State Minimization Problem for Nondeterministic Finite Automata: The Parallel Implementation of the Truncated Branch and Bound Method // 2012 Fifth International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Programming. Taipei, Taiwan: IEEE Computer Society, 2012. P. 194-201. https://doi.org/10.1109/PAAP.2012.36

[15] Melnikov B., Dudnikov V., Pivneva S. Heuristic Algorithm and Results of Computational Experiments of Solution of Graph Placement Problem // Modern Information Technology and IT Education. SITITO 2017. Communications in Computer and Information Science ; ed. by V. Sukhomlin, E. Zubareva. Vol. 1204. Cham: Springer; 2021. P. 157-166. https://doi.org/10.1007/978-3-030-78273-3_16

[16] Melnikov B. F. Heuristics in Programming of Nondeterministic Games // Programming and Computer Software. 2001. Vol. 27, issue 5. P. 277-288. https://doi.org/10.1023/A:1012345111076

[17] Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. Разработка больших сетей связи: оптимизационные проблемы и эвристики // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2021. Т. 17, № 1. С. 69-79. https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202101.727

[18] Оптимизационные задачи, возникающие при проектировании сетей связи высокой размерности, и некоторые эвристические методы их решения / А. Г. Булынин, Б. Ф. Мельников [и др.] // Информатизация и связь. 2020. № 1. С. 34-40. https://doi.org/10.34219/2078-8320-2020-11-1-34-40

[19] Tomlinson K., Benson A. R. Choice Set Optimization Under Discrete Choice Models of Group Decisions // Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning (PMLR) ; ed. by H. Daumé III, A. Singh. Vol. 119. 2020. P. 1-12. URL: https://proceedings.mlr.press/v119/tomlinson20a/tomlinson20a.pdf (дата обращения: 26.07.2023).

[20] Yukalov V. I., Yukalova E. P. Discrete versus Continuous Algorithms in Dynamics of Affective Decision Making // Algorithms. 2023. Vol. 16, no. 9. Article number: 416. https://doi.org/10.3390/a16090416

[21] Терентьева Ю. Ю. Об оптимальной схеме организации экспертной группы с учетом стратегии голосования для принятия коллегиального решения // Информатизация и связь. 2014. № 4. С. 138-143. EDN: SZQYSD

[22] Evertsz R., Thangarajah J., Ly T. Why Model Dynamic Decision Making? // Practical Modelling of Dynamic Decision Making. SpringerBriefs in Intelligent Systems. Cham: Springer, 2019. P. 1-12. https://doi.org/10.1007/978-3-319-95195-9_1

[23] Мельников Б. Ф., Эйрих С. Н. Подход к комбинированию незавершенного метода ветвей и границ и алгоритма имитационной нормализации // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2010. № 1. С. 35-38. EDN: MUPYVH

[24] Мельников Б. Ф., Мельникова Е. А. О классической версии метода ветвей и границ // Компьютерные инструменты в образовании. 2021. № 1. С. 21-44. https://doi.org/ 10.32603/2071-2340-2021-1-21-45.

[25] Буряк Ю. И., Скрынников А. А. Смешано-целочисленная модель контроля защищенности информационных ресурсов в корпоративной информационной среде // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2023. Т. 20, № 3(225). С. 29-39. https://doi.org/10.14489/vkit.2023.03.pp.029-039

Поступила 26.07.2023; одобрена после рецензирования 11.09.2023; принята к публикации 24.09.2023.

Об авторе:

Терентьева Юлия Юрьевна, начальник управления анализа и методологии совершенствования информационных телекоммуникационных систем, ФГАНУ «Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти имени А.В. Старовойтова» (123557, Российская Федерация, г. Москва, ул. Пресненский вал, д. 19, стр. 1), кандидат технических наук, **ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2418-003X**, terjul@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

References

[1] Terentyeva Yu.Yu. *Opredelenie maksimal'nogo mnozhestva nezavisimyh prostyh putej mezhdu vershinami grafa* [Determination of the Maximum Set Independent Simple Paths between the Vertices of the Graph]. *Modern Information Technologies and IT-Education*. 2021;17(2):308-314. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202102.308-314

[2] Terentyeva Yu.Yu. *Algoritmy rascheta nadezhnosti krupnomasshtabnyh setej svyazi* [Algorithms for calculation of reliability of large-scale communication networks]. *Informatizatsiya i svyaz'* = Informatization and communication. 2021;(6):171-175. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.34219/2078-8320-2021-12-6-171-175

[3] Terentyeva Yu.Yu. *Metod polucheniya ocenki nadezhnosti krupnomasshtabnoj seti svyazi s uchetom zavisimyh putej* [Method of calculating of large-scale networks reliability estimation allowing for dependent routes]. *Informatizatsiya i svyaz'* = Informatization and communication. 2017;(1):122-128. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: YMHEPR

[4] Terentyeva Yu.Yu. *Nekotorye teoreticheskie voprosy prakticheskih algoritmov defragmentacii seti svyazi* [Some theoretical issues related to the description of practical algorithms for constructing spanning trees]. *International Journal of Open Information Technologies*. 2021;9(3):23-27. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: KRVLTR

[5] Terentyeva Yu.Yu., Melnikov B.F. Special Theoretical Issues of Practical Algorithms for Communication Network Defragmentation. In: Silhavy R., Silhavy P. (eds.) Software Engineering Research in System Science. CSOC 2023. *Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 722. Cham: Springer; 2023. p. 31-38. https://doi.org/10.1007/978-3-031-35311-6_4

[6] Melnikov B.F., Terentyeva Yu.Yu. Greedy and branches-and-boundaries methods for the optimal choice of a subset of vertices in a large communication network. *Cybernetics and Physics*. 2023;12(1):51-59. https://doi.org/10.35470/2226-4116-2023-12-1-51-59

[7] Melnikov B.F., Meshchanin V.Y., Terentyeva Yu.Yu. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks. *Journal of Physics: Conference Series. Engineering and Innovative Technologies.* 2020;1515:042093. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/4/042093

[8] Jamroż L., Raszka J. Scheduling access to common resources in periodic discrete processes. In: 2015 IEEE 2nd International Conference on Cybernetics (CYBCONF). Gdynia, Poland: IEEE Computer Society; 2015. p. 190-195. https://doi.org/10.1109/CYBConf.2015.7175930

[9] Werner F. Advances and Novel Approaches in Discrete Optimization. *Mathematics*. 2020;8(9):1426. https://doi.org/10.3390/math8091426

[10] Melnikov B.F., Terentyeva Yu.Yu. *O grafovoj modeli dlya zadach reflektometrii i nekotoryh algoritmah ih resheniya. Chast' I. Postanovka zadachi i podhody k algoritmizacii* [On a graph model for reflectometry issues and some algorithms for their solution. Part 1. Issue statement and approaches to algorithmics]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences. 2022;(2):28-39. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-2-3

[11] Melnikov B.F., Terentyeva Yu.Yu. *O grafovoj modeli dlya zadach reflektometrii i nekotoryh algoritmah ih resheniya. Chast' II. Podhod k programmnoj realizacii* [On a graph model for reflectometry issues and some algorithms for their solution. Part 2. An approach to software implementation]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2022;(3):32-42. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-3-4

[12] Melnikov B.F., Terentyeva Yu.Yu. *O grafovoj modeli dlya zadach reflektometrii i nekotoryh algoritmah ih resheniya. Chast' III. Podhod k generacii testovyh dannyh i rezul'taty vychislitel'nyh eksperimentov* [On a graph model for reflectometry problems and some algorithms for their solution. Part III. An approach to test data generation and some results of computational experiments]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2022;(4):31-41. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.21685/2072-3040-2022-4-3

[13] Baumgertner S.V., Melnikov B. F. *Obobshchennye nedeterminirovannye konechnye avtomaty* [Generalized indeterministic finite automata]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences. 2013;(2):64-74. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: RLEENF

[14] Melnikov B.F., Tsyganov A. The State Minimization Problem for Nondeterministic Finite Automata: The Parallel Implementation of the Truncated Branch and Bound Method. In: 2012 Fifth International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Programming. Taipei, Taiwan: IEEE Computer Society; 2012. p. 194-201. https://doi.org/10.1109/PAAP.2012.36

[15] Melnikov B., Dudnikov V., Pivneva S. Heuristic Algorithm and Results of Computational Experiments of Solution of Graph Placement Problem. In: Sukhomlin V., Zubareva E. (eds.) Modern Information Technology and IT Education. SITITO 2017. *Communications in Computer and Information Science*. Vol. 1204. Cham: Springer; 2021. p. 157-166. https://doi.org/10.1007/978-3-030-78273-3_16

[16] Melnikov B.F. Heuristics in Programming of Nondeterministic Games. *Programming and Computer Software*. 2001;27(5):277-288. https://doi.org/10.1023/A:1012345111076

[17] Melnikov B.F., Terentyeva Yu.Yu. Development of Large Communication Networks: Optimization Problems and Heuristics. *Modern Information Technologies and IT-Education.* 2021;17(1):69-79. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.25559/SITITO.17.202101.727

[18] Bulynin A.G., Melnikov B.F., Meshchanin, V.Y., Terentyeva Yu.Yu. *Optimizacionnye zadachi, voznikajushhie pri proektirovanii setej svjazi vysokoj razmernosti, i nekotorye jevristicheskie metody ih reshenija* [Optimization problem, arising in the development of high-dimensional communication networks, and some heuristic methods for solving them]. *Informatizatsiya i svyaz'* = Informatization and communication. 2020;(1):34-40. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.34219/2078-8320-2020-11-1-34-40

[19] Tomlinson K., Benson A.R. Choice Set Optimization Under Discrete Choice Models of Group Decisions. In: Daumé III H., Singh A. (eds.) Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning (PMLR). Vol. 119. 2020. p. 1-12. Available at: https://proceedings.mlr.press/v119/tomlinson20a/tomlinson20a.pdf (accessed 26.07.2023).

[20] Yukalov V.I., Yukalova E.P. Discrete versus Continuous Algorithms in Dynamics of Affective Decision Making. *Algorithms*. 2023;16(9):416. https://doi.org/10.3390/a16090416

[21] Terentyeva Yu.Yu. *Ob optimal'noj skheme organizacii ekspertnoj gruppy s uchetom strategii golosovaniya dlya prinyatiya kollegial'nogo resheniya* [On the optimal scheme for organizing an expert group, taking into account the voting strategy for making a collegial decision]. *Informatizatsiya i svyaz'* = Informatization and communication. 2014;(4):138-143. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: SZQYSD

[22] Evertsz R., Thangarajah J., Ly T. Why Model Dynamic Decision Making? In: Practical Modelling of Dynamic Decision Making. *SpringerBriefs in Intelligent Systems*. Cham: Springer; 2019. p. 1-12. https://doi.org/10.1007/978-3-319-95195-9_1

[23] Melnikov B. F., Eyrih S. N. *Podhod k kombinirovaniyu nezavershennogo metoda vetvej i granic i algoritma imitacionnoj normalizacii* [On the approach to combining truncated branch-and-bound method and simulated annealing]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii* = Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies. 2010;(1):35-38. (In Russ., abstract in Eng.) EDN: MUPYVH

[24] Melnikov B.F., Melnikova E.A. On the Classical Version of the Branch and Bound Method. *Computer Tools in Education*. 2021;(1):21-44. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.32603/2071-2340-2021-1-21-45

[25] Buryak Yu.I., Skrynnikov A.A. Mixed-integer model of information resources security control in the corporate information environment. *Vestnik komp'iuternykh i informatsionnykh tekhnologii* = Herald of computer and information technologies. 2023;20(3):29-39. (In Russ., abstract in Eng.) https://doi.org/10.14489/vkit.2023.03.pp.029-039

Submitted 26.07.2023; approved after reviewing 11.09.2023; accepted for publication 24.09.2023.

About the author:

Yulia Yu. Terentyeva, Head of the Department of Analysis and Methodology for Improving Information and Telecommunications Systems, Center for Information Technologies and Systems of Executive Authorities named after A.V. Starovoitov (19 Presnensky Val St., building 1, Moscow 123557, Russian Federation), Cand. Sci. (Eng.), **ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2418-003X**, terjul@mail.ru

The author has read and approved the final manuscript.